

CAP12 – TABELAS E FIGURAS

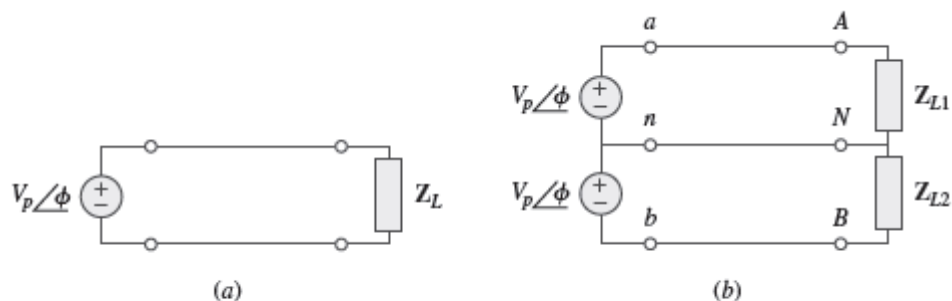


Figura 12.1 Sistemas monofásicos: (a) tipo bifilar; (b) tipo trifilar.

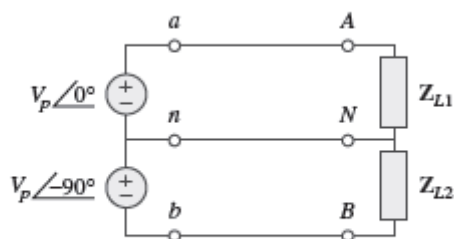


Figura 12.2 Sistema trifilar bifásico.

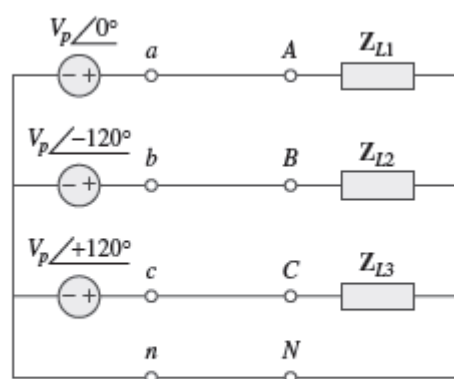


Figura 12.3 Sistema trifilar trifásico.

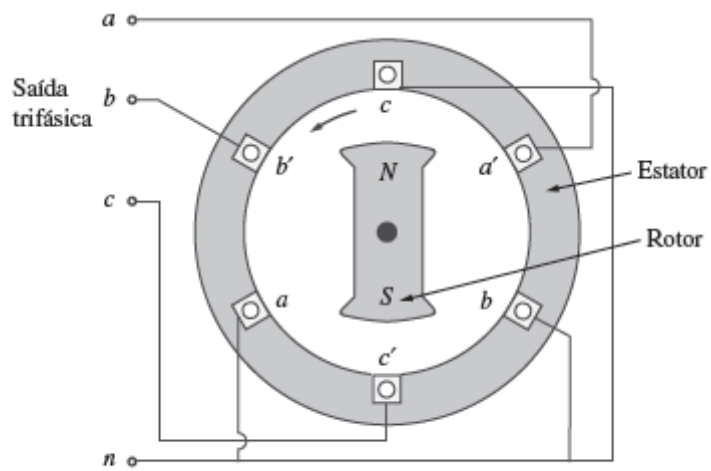


Figura 12.4 Gerador trifásico.

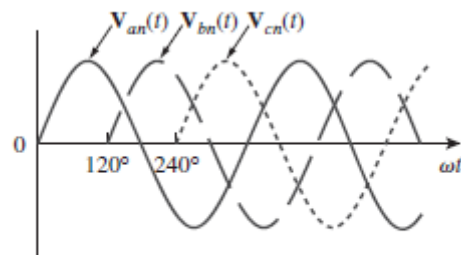


Figura 12.5 As tensões geradas se encontram afastadas a 120° entre si.

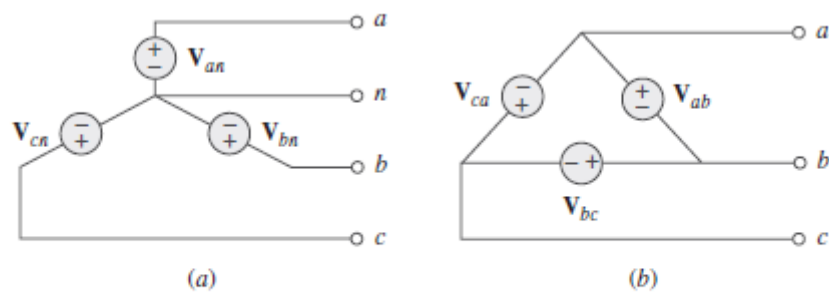
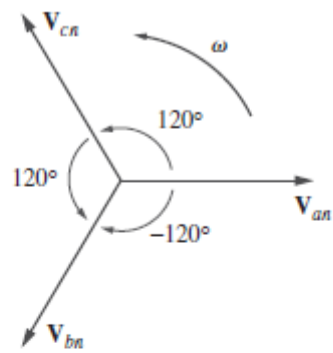
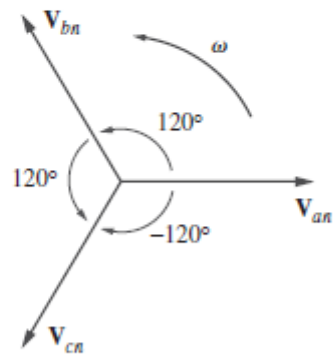


Figura 12.6 Fontes de tensão trifásicas: (a) fonte conectada em estrela; (b) fonte conectada em triângulo.



(a)



(b)

Figura 12.7 Sequências de fases:
 (a) *abc* ou sequência positiva;
 (b) *acb* ou sequência negativa.

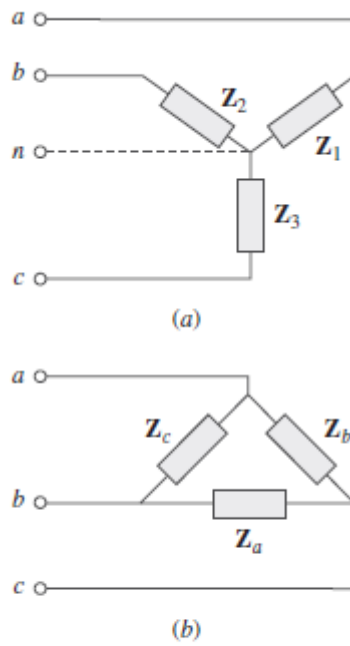


Figura 12.8 Duas configurações possíveis para cargas trifásicas:
 (a) carga conectada em estrela;
 (b) carga conectada em triângulo.

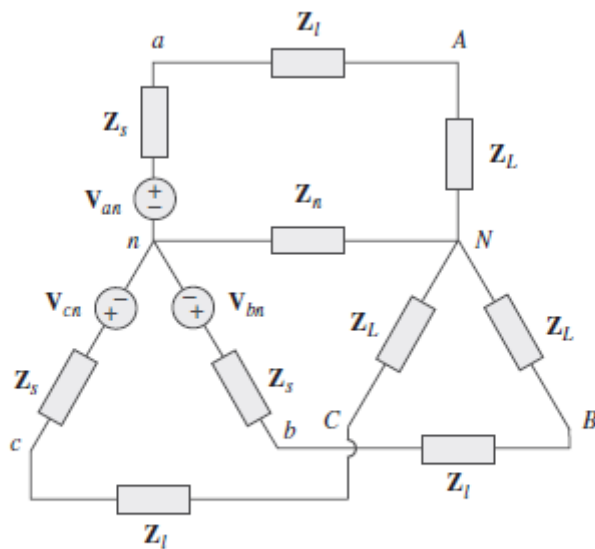


Figura 12.9 Um sistema estrela-estrela equilibrado mostrando as impedâncias da fonte, da linha e das cargas.

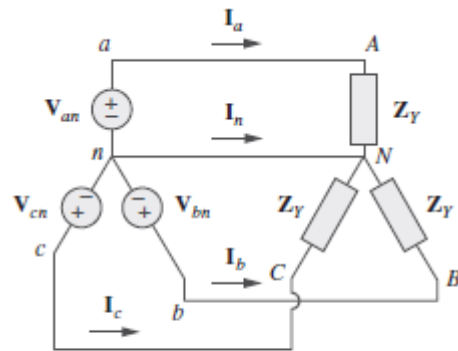
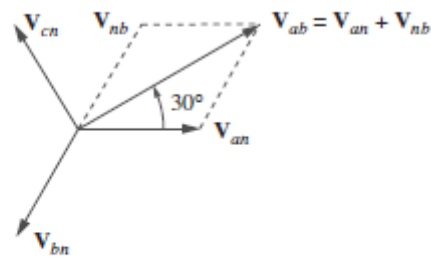
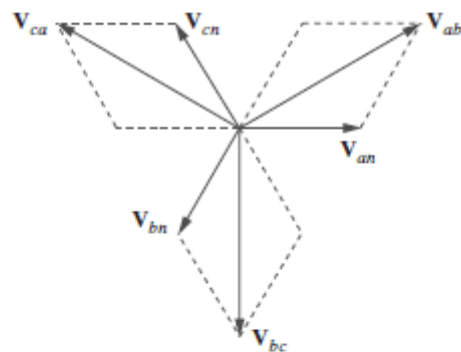


Figura 12.10 Conexão estrela-estrela equilibrada.



(a)



(b)

Figura 12.11 Diagrama fasorial ilustrando as relações entre tensões de linha e tensões de fase.

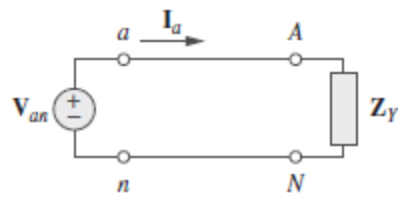


Figura 12.12 Circuito monofásico equivalente.

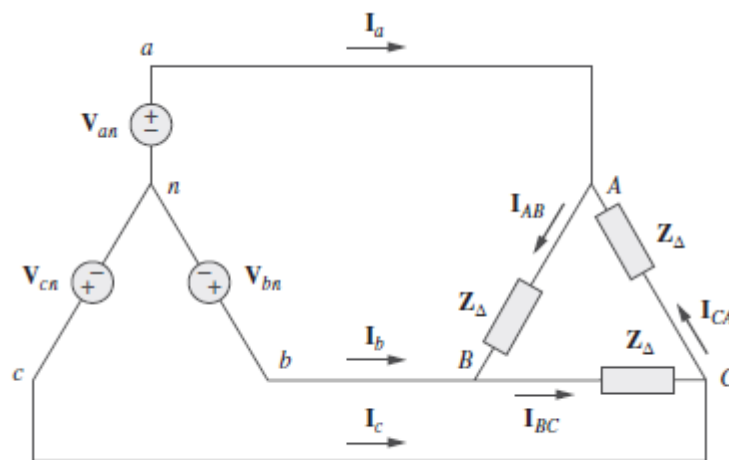


Figura 12.14 Conexão estrela-triângulo equilibrada.

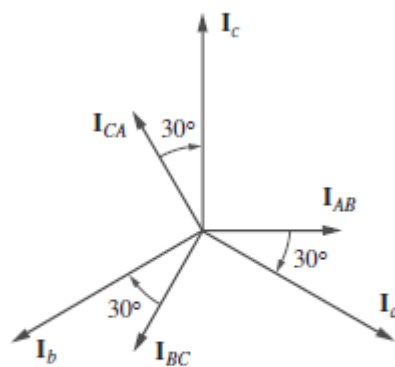


Figura 12.15 Diagrama fasorial ilustrando a relação entre correntes de fase e de linha.

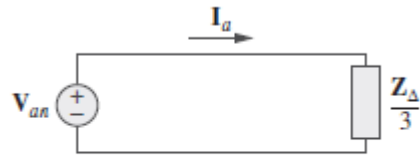


Figura 12.16 Circuito monofásico equivalente a um circuito estrela-triângulo equilibrado.

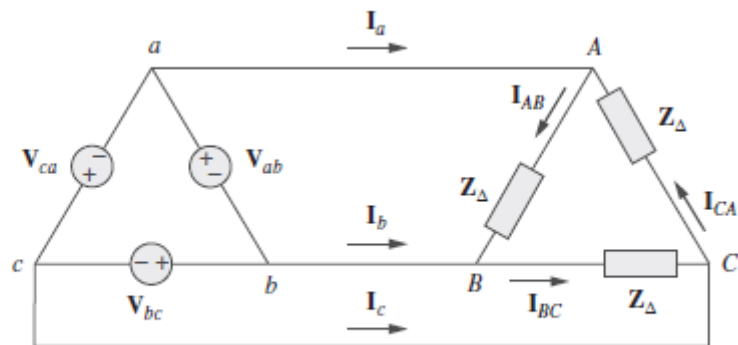


Figura 12.17 Uma conexão triângulo-triângulo equilibrada.

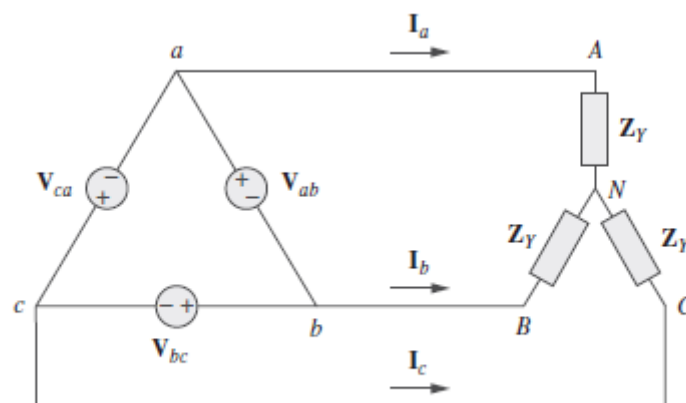


Figura 12.18 Uma conexão triângulo-estrela equilibrada.

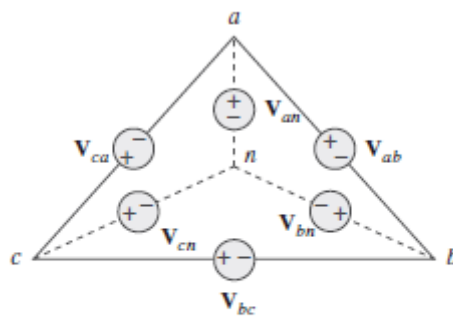


Figura 12.19 Transformação de uma fonte conectada em triângulo em uma fonte conectada em estrela equivalente.

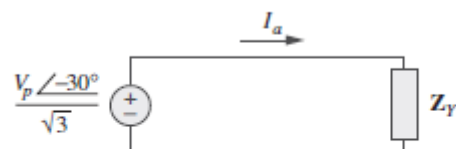


Figura 12.20 Circuito monofásico equivalente.

Tabela 12.1 • Resumo das fórmulas para correntes/tensões de linha e de fase para sistemas trifásicos equilibrados.¹

Conexão	Correntes/tensões de fases	Idêntico às correntes de linha
estrela-estrela	$V_{an} = V_p/0^\circ$ $V_{bn} = V_p/-120^\circ$ $V_{cn} = V_p/+120^\circ$ Idêntico às correntes de linha	$V_{ab} = \sqrt{3}V_p/30^\circ$ $V_{bc} = V_{ab}/-120^\circ$ $V_{ca} = V_{ab}/+120^\circ$ $I_a = V_{an}/Z_Y$ $I_b = I_a/-120^\circ$ $I_c = I_a/+120^\circ$
estrela-triângulo	$V_{an} = V_p/0^\circ$ $V_{bn} = V_p/-120^\circ$ $V_{cn} = V_p/+120^\circ$ $I_{AB} = V_{AB}/Z_\Delta$ $I_{BC} = V_{BC}/Z_\Delta$ $I_{CA} = V_{CA}/Z_\Delta$	$V_{ab} = V_{AB} = \sqrt{3}V_p/30^\circ$ $V_{bc} = V_{BC} = V_{ab}/-120^\circ$ $V_{ca} = V_{CA} = V_{ab}/+120^\circ$ $I_a = I_{AB}\sqrt{3}/-30^\circ$ $I_b = I_a/-120^\circ$ $I_c = I_a/+120^\circ$
triângulo-triângulo	$V_{ab} = V_p/0^\circ$ $V_{bc} = V_p/-120^\circ$ $V_{ca} = V_p/+120^\circ$ $I_{AB} = V_{ab}/Z_\Delta$ $I_{BC} = V_{bc}/Z_\Delta$ $I_{CA} = V_{ca}/Z_\Delta$	Idêntico às tensões de fase $I_a = I_{AB}\sqrt{3}/-30^\circ$ $I_b = I_a/-120^\circ$ $I_c = I_a/+120^\circ$
triângulo-estrela	$V_{ab} = V_p/0^\circ$ $V_{bc} = V_p/-120^\circ$ $V_{ca} = V_p/+120^\circ$ Idêntico às correntes de linha	Idêntico às tensões de fase $I_a = \frac{V_p/-30^\circ}{\sqrt{3}Z_Y}$ $I_b = I_a/-120^\circ$ $I_c = I_a/+120^\circ$

¹ Supondo a sequência *abc* ou positiva.

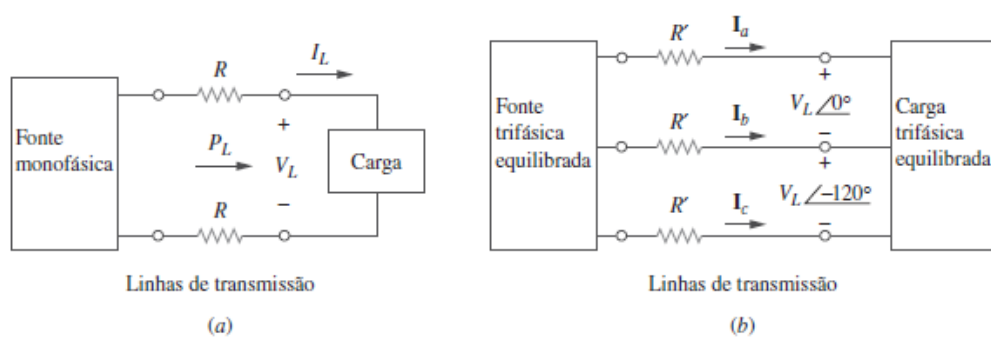


Figura 12.21 Comparação da perda de potência entre: (a) sistemas monofásicos; (b) sistemas trifásicos.

RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

- 12.5 Para uma carga conectada em estrela, as expressões no domínio do tempo para três tensões linha-neutro nos terminais são:

$$v_{AN} = 120 \cos(\omega t + 32^\circ) \text{ V}$$

$$v_{BN} = 120 \cos(\omega t - 88^\circ) \text{ V}$$

$$v_{CN} = 120 \cos(\omega t + 152^\circ) \text{ V}$$

Escreva as expressões no domínio do tempo para as tensões linha-linha v_{AB} , v_{BC} e v_{CA} .

$$V_{AB} = 1.7321 \times V_{AN} \angle +30^\circ = 207.8 \angle (32^\circ + 30^\circ) = 207.8 \angle 62^\circ \text{ V or}$$

$$v_{AB} = 207.8 \cos(\omega t + 62^\circ) \text{ V}$$

which also leads to,

$$v_{BC} = 207.8 \cos(\omega t - 58^\circ) \text{ V}$$

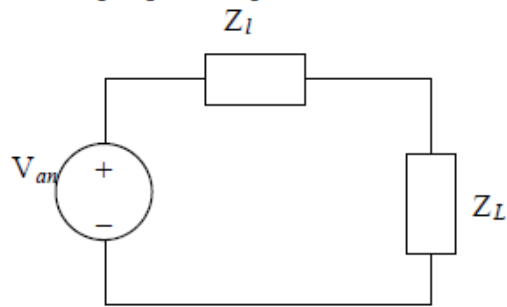
and

$$v_{CA} = 207.8 \cos(\omega t + 182^\circ) \text{ V}$$

$$207.8 \cos(\omega t + 62^\circ) \text{ V}, 207.8 \cos(\omega t - 58^\circ) \text{ V}, 207.8 \cos(\omega t + 182^\circ) \text{ V}$$

- 12.8 Em um sistema trifásico estrela-estrela equilibrado, a fonte é uma sequência *abc* de tensões e $V_{an} = 100\angle 20^\circ$ V RMS. A impedância de linha por fase é $0,6 + j1,2 \Omega$, enquanto a impedância por fase da carga é $10 + j14 \Omega$. Calcule as correntes de linha e as tensões de carga.

Consider the per phase equivalent circuit shown below.



$$5.396\angle -35.1^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I_a} = \mathbf{V_{an}} / (\mathbf{Z_l} + \mathbf{Z_L}) = (100\angle 20^\circ) / (10.6 + j15.2) = (100\angle 20^\circ) / (18.531\angle 55.11^\circ)$$

$$= 5.396\angle -35.11^\circ \text{ amps.}$$

$$\mathbf{I_b} = \mathbf{I_a} \angle -120^\circ = \mathbf{5.396} \angle -155.11^\circ \text{ amps.}$$

$$\mathbf{I_c} = \mathbf{I_a} \angle +120^\circ = \mathbf{5.396} \angle 84.89^\circ \text{ amps.}$$

$$\mathbf{V_{La}} = \mathbf{I_a Z_L} = (4.414 - j3.103)(10 + j14) = (5.396 \angle -35.11^\circ)(17.205 \angle 54.46^\circ)$$

$$= \mathbf{92.84} \angle 19.35^\circ \text{ volts.}$$

$$\mathbf{V_{Lb}} = \mathbf{V_{La}} \angle -120^\circ = \mathbf{94.84} \angle -100.65^\circ \text{ volts.}$$

$$\mathbf{V_{Lc}} = \mathbf{V_{La}} \angle +120^\circ = \mathbf{94.84} \angle 139.35^\circ \text{ volts.}$$

12.14 Obtenha as correntes de linha no circuito trifásico da Figura 12.47.

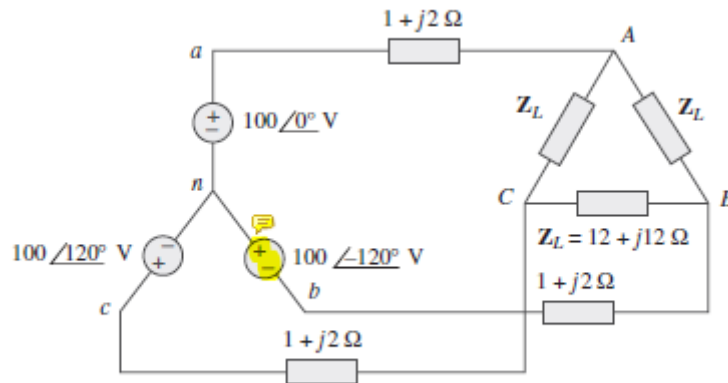
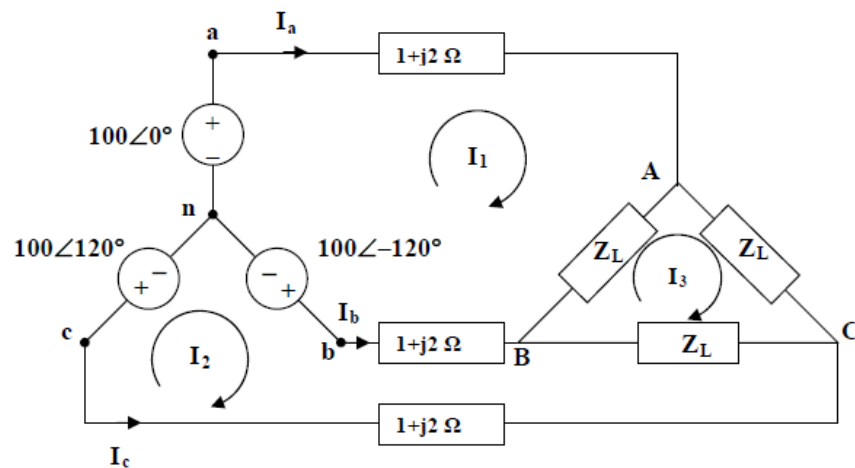


Figura 12.47 Esquema para o Problema 12.14.

We apply mesh analysis with $Z_L = (12+j12) \Omega$.



For mesh 1,

$$\begin{aligned}
 & -100 + 100\angle -120^\circ + I_1(14 + j16) - (1 + j2)I_2 - (12 + j12)I_3 = 0 \text{ or} \\
 & (14 + j16)I_1 - (1 + j2)I_2 - (12 + j12)I_3 = 100 + 50 - j86.6 = 150 + j86.6 \quad (1)
 \end{aligned}$$

For mesh 2,

$$100\angle 120^\circ - 100\angle -120^\circ - I_1(1 + j2) - (12 + j12)I_3 + (14 + j16)I_2 = 0 \text{ or} \\ -(1 + j2)I_1 + (14 + j16)I_2 - (12 + j12)I_3 = -50 - j86.6 + 50 - j86.6 = -j173.2 \quad (2)$$

For mesh 3,

$$-(12 + j12)I_1 - (12 + j12)I_2 + (36 + j36)I_3 = 0 \text{ or } I_3 = I_1 + I_2 \quad (3)$$

Solving for I_1 and I_2 using (1) to (3) gives

$$I_1 = 12.804\angle -50.19^\circ \text{ A} = (8.198 - j9.836) \text{ A} \text{ and} \\ I_2 = 12.804\angle -110.19^\circ \text{ A} = (-4.419 - j12.018) \text{ A}$$

$$I_a = I_1 = 12.804\angle -50.19^\circ \text{ A}$$

$$I_b = I_2 - I_1 = 12.804\angle -170.19^\circ \text{ A}$$

$$I_c = -I_2 = 12.804\angle 69.81^\circ \text{ A}$$

As a check we can convert the delta into a wye circuit. Thus,

$$Z_Y = (12 + j12)/3 = 4 + j4 \text{ and } I_a = 100/(1 + j2 + 4 + j4) = 100/(5 + j6) \\ = 100/(7.8102\angle 50.19^\circ) =$$

$$12.804 \angle -50.19^\circ \text{ A.}$$

So, the answer does check.

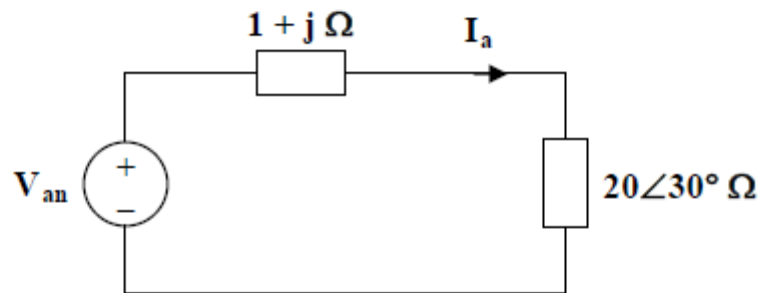
12.24 Uma fonte conectada em triângulo equilibrada tem tensão de fase $V_{ab} = 416/\underline{30^\circ}$ V e uma sequência de fases positiva. Se esta for conectada a uma carga em triângulo equilibrada, determine as correntes de linha e de fase. Adote como impedância de carga por fase $60/\underline{30^\circ}$ Ω e impedância de linha por fase $1 + j1$ Ω .

Convert both the source and the load to their wye equivalents.

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} = 20 \angle 30^\circ = 17.32 + j10$$

$$V_{an} = \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 240.2 \angle 0^\circ$$

We now use per-phase analysis.



$$I_a = \frac{V_{an}}{(1 + j) + (17.32 + j10)} = \frac{240.2}{21.37 \angle 31^\circ} = 11.24 \angle -31^\circ \text{ A}$$

$$I_b = I_a \angle -120^\circ = 11.24 \angle -151^\circ \text{ A}$$

$$I_c = I_a \angle 120^\circ = 11.24 \angle 89^\circ \text{ A}$$

$$\text{But } I_a = I_{AB} \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

$$I_{AB} = \frac{11.24 \angle -31^\circ}{\sqrt{3} \angle -30^\circ} = 6.489 \angle -1^\circ \text{ A}$$

$$I_{BC} = I_{AB} \angle -120^\circ = 6.489 \angle -121^\circ \text{ A}$$

$$I_{CA} = I_{AB} \angle 120^\circ = 6.489 \angle 119^\circ \text{ A}$$

12.28 As tensões linha-linha em uma carga conectada em estrela têm magnitude igual a 440 V e estão na sequência positiva em 60 Hz. Se as cargas estiverem equilibradas com $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 25 \angle 30^\circ$, determine todas as correntes de linha e tensões de fase.

$$V_L = |V_{ab}| = 440 = \sqrt{3}V_P \quad \text{or} \quad V_P = 440/1.7321 = 254$$

For reference, let $V_{AN} = 254 \angle 0^\circ$ V which leads to $V_{BN} = 254 \angle -120^\circ$ V and $V_{CN} = 254 \angle 120^\circ$ V.

The line currents are found as follows,

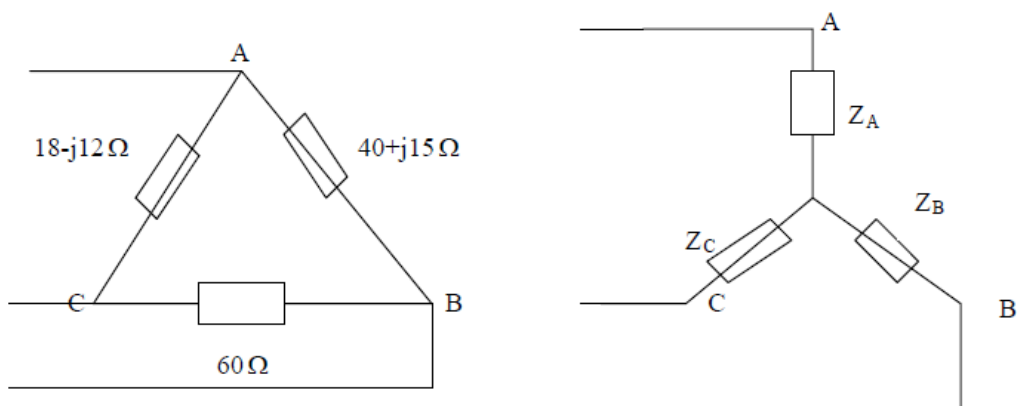
$$I_a = V_{AN}/Z_Y = 254/25 \angle 30^\circ = 10.16 \angle -30^\circ \text{ A.}$$

This leads to, $I_b = 10.16 \angle -150^\circ$ A and $I_c = 10.16 \angle 90^\circ$ A.

12.48 Uma fonte conectada em estrela equilibrada e de sequência positiva tem $V_{an} = 240 \angle 0^\circ$ V RMS e alimenta uma carga conectada em triângulo desequilibrada por meio de uma linha de transmissão de impedância $2 + j3 \Omega$ por fase.

- (a) Calcule as correntes de linha para $Z_{AB} = 40 + j15 \Omega$, $Z_{BC} = 60 \Omega$ e $Z_{CA} = 18 - j12 \Omega$.
 (b) Determine a potência complexa fornecida pela fonte.

(a) We first convert the delta load to its equivalent wye load, as shown below.

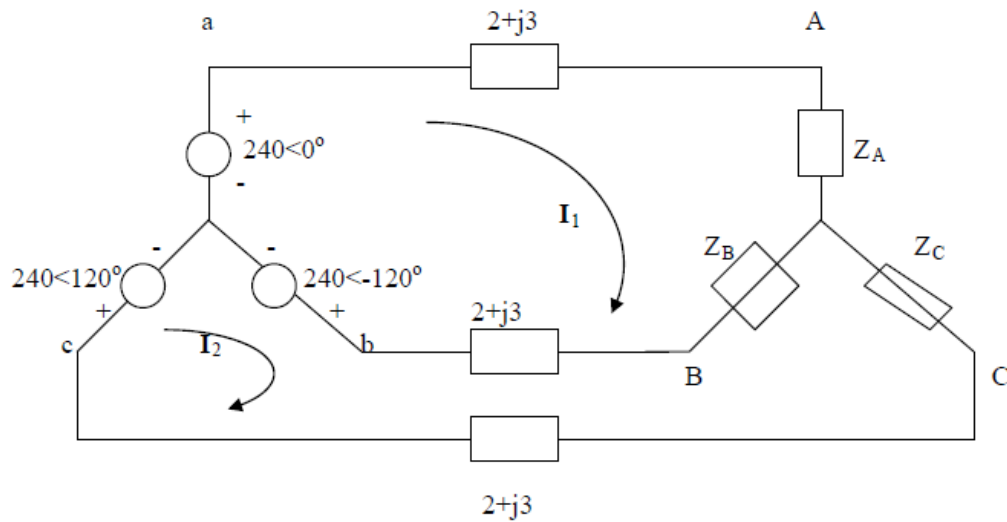


$$Z_A = \frac{(40 + j15)(18 - j12)}{118 + j3} = 7.577 - j1.923$$

$$Z_B = \frac{60(40 + j15)}{118 + j3} = 20.52 + j7.105$$

$$Z_C = \frac{60(18 - j12)}{118 + j3} = 8.992 - j6.3303$$

The system becomes that shown below.



We apply KVL to the loops. For mesh 1,

$$-240 + 240\angle -120^\circ + I_1(2Z_l + Z_A + Z_B) - I_2(Z_B + Z_l) = 0$$

or

$$(32.097 + j11.13)I_1 - (22.52 + j10.105)I_2 = 360 + j207.85 \quad (1)$$

For mesh 2,

$$240\angle 120^\circ - 240\angle -120^\circ - I_1(Z_B + Z_l) + I_2(2Z_l + Z_B + Z_C) = 0$$

or

$$-(22.52 + j10.105)I_1 + (33.51 + j6.775)I_2 = -j415.69 \quad (2)$$

Solving (1) and (2) gives

$$I_1 = 23.75 - j5.328, \quad I_2 = 15.165 - j11.89$$

$$I_{aA} = I_1 = \underline{24.34\angle -12.64^\circ \text{ A}}, \quad I_{bB} = I_2 - I_1 = \underline{10.81\angle -142.6^\circ \text{ A}}$$

$$I_{cC} = -I_2 = \underline{19.27\angle 141.9^\circ \text{ A}}$$

$$(b) \quad S_a = (240\angle 0^\circ)(24.34\angle 12.64^\circ) = 5841.6\angle 12.64^\circ$$

$$S_b = (240\angle -120^\circ)(10.81\angle 142.6^\circ) = 2594.4\angle 22.6^\circ$$

$$S_c = (240\angle 120^\circ)(19.27\angle -141.9^\circ) = 4624.8\angle -21.9^\circ$$

$$S = S_a + S_b + S_c = 12.386 + j0.55 \text{ kVA} = \underline{12.4\angle 2.54^\circ \text{ kVA}}$$

12.49 Cada carga de fase é constituída por um resistor de 20Ω e uma reatância indutiva de 10Ω . Com uma tensão de linha igual a 220 V RMS , calcule a potência média absorvida pela carga se:

- (a) As cargas trifásicas estiverem conectadas em triângulo.
- (b) As cargas estiverem conectadas em estrela.

(a) For the delta-connected load, $Z_p = 20 + j10\Omega$, $V_p = V_L = 220 \text{ (rms)}$,

$$S = \frac{3V_p^2}{Z_p^*} = \frac{3 \times 220^2}{(20 - j10)} = 5808 + j2904 = \underline{6.943 \angle 26.56^\circ \text{ kVA}}$$

$$P = \mathbf{5.808 \text{ kW}}$$

(b) For the wye-connected load, $Z_p = 20 + j10\Omega$, $V_p = V_L / \sqrt{3}$,

$$S = \frac{3V_p^2}{Z_p^*} = \frac{3 \times 220^2}{3(20 - j10)} = \underline{2.164 \angle 26.56^\circ \text{ kVA}}$$

$$P = \mathbf{1.9356 \text{ kW}}$$