

$$\begin{array}{ccc}
 a^{(1)} & a^{(2)} & a^{(3)} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & & \text{(VETORES COLUNAS)}
 \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 \\ 1 & t_2 & t_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_{11} & t_{11}^2 \end{bmatrix}; \quad 11 \times 3; \quad t_i \neq t_j \text{ se } i \neq j$$

OS VETORES COLUNA DE A SÃO L.I. DE FATO,

$$c_1 a^{(1)} + c_2 a^{(2)} + c_3 a^{(3)} = 0$$

SE E SOMENTE SE

$$c_1 + c_2 t_i + c_3 t_i^2 = 0, \quad 1 \leq i \leq 11$$

SE DEFINIRMOS

$$y(t) = c_1 + c_2 t + c_3 t^2, \quad t \in \mathbb{R},$$

ENTÃO y É UM POLINÓMIO DE GRAU MENOR OU IGUAL A 2 E

$$y(t_i) = 0, \quad 1 \leq i \leq 11.$$

OU SEJA, y É UM POLINÓMIO DE GRAU MENOR OU IGUAL A 2 QUE SE ANULA EM PELO MENOS 11 PONTOS. ISTO SO É POSSÍVEL SE

$$y(t) \equiv 0,$$

OU SEJA, SE $c_1 = c_2 = c_3 = 0 \Rightarrow$
 $a^{(1)}, a^{(2)}$ E $a^{(3)}$ SÃO L.I.

- A : MATRIZ $m \times n$, $m > n$, CUJOS VETORES COLUNA SÃO L.I. ENTÃO $A^T A$ É SIMÉTRICA DEFINIDA POSITIVA.

DEM: (i) SIMETRIA: $(A^T A)^T = A^T \cdot (A^T)^T = A^T A$ ✓

(ii) POSITIVA DEFINIDA

$$\langle x, A^T A x \rangle_{\mathbb{R}^n} = \langle Ax, Ax \rangle_{\mathbb{R}^m} \geq 0$$

$$\langle x, A^T A x \rangle_{\mathbb{R}^n} = 0 \iff \langle Ax, Ax \rangle_{\mathbb{R}^m} = 0$$

$\iff Ax = 0 \iff x = 0$, pois A TEM POSTO MÁXIMO.

OBS: UMA MATRIZ QUADRADA $\overset{C}{(n \times n)}$ É S.D.P. SE

$$C^T = C \text{ E } x^T C x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, x \neq 0$$

$$\left(\langle x, Cx \rangle_{\mathbb{R}^n} > 0 \quad \text{"} \quad \text{"} \right)$$