REQUISITO

Conhecer Estática

Equilíbrio limite
Segurança contra ELU

F = Resistência(R) / Solicitação(S)

ruptura, ELU $\Rightarrow (R/S)_{ELU} = F_{rup} = 1$

Fator de segurança global

F = Resistência(R) / Solicitação(S)

ruptura, ELU $\Rightarrow$ R/S = F_{rup} = 1

Procura-se, portanto, um $F_{proj} > 1$, redutor de resistências ou multiplicador de ações, que garanta equilíbrio com segurança

$$\left(\frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{S}}\right)_{\boldsymbol{proj}} = \boldsymbol{F_{proj}} > \mathbf{1} \qquad \frac{\boldsymbol{R}}{(\boldsymbol{S} \times \boldsymbol{F_{proj}})} < \mathbf{1} \quad \textbf{ou} \quad \frac{\boldsymbol{R}/\boldsymbol{F_{proj}}}{\boldsymbol{S}} < \mathbf{1}$$

Usualmente esse F_{proj} é denominado simplesmente F, fator de segurança

Introdução

Terzaghi, K. (Theoretical Soil Mechanics, 1943)

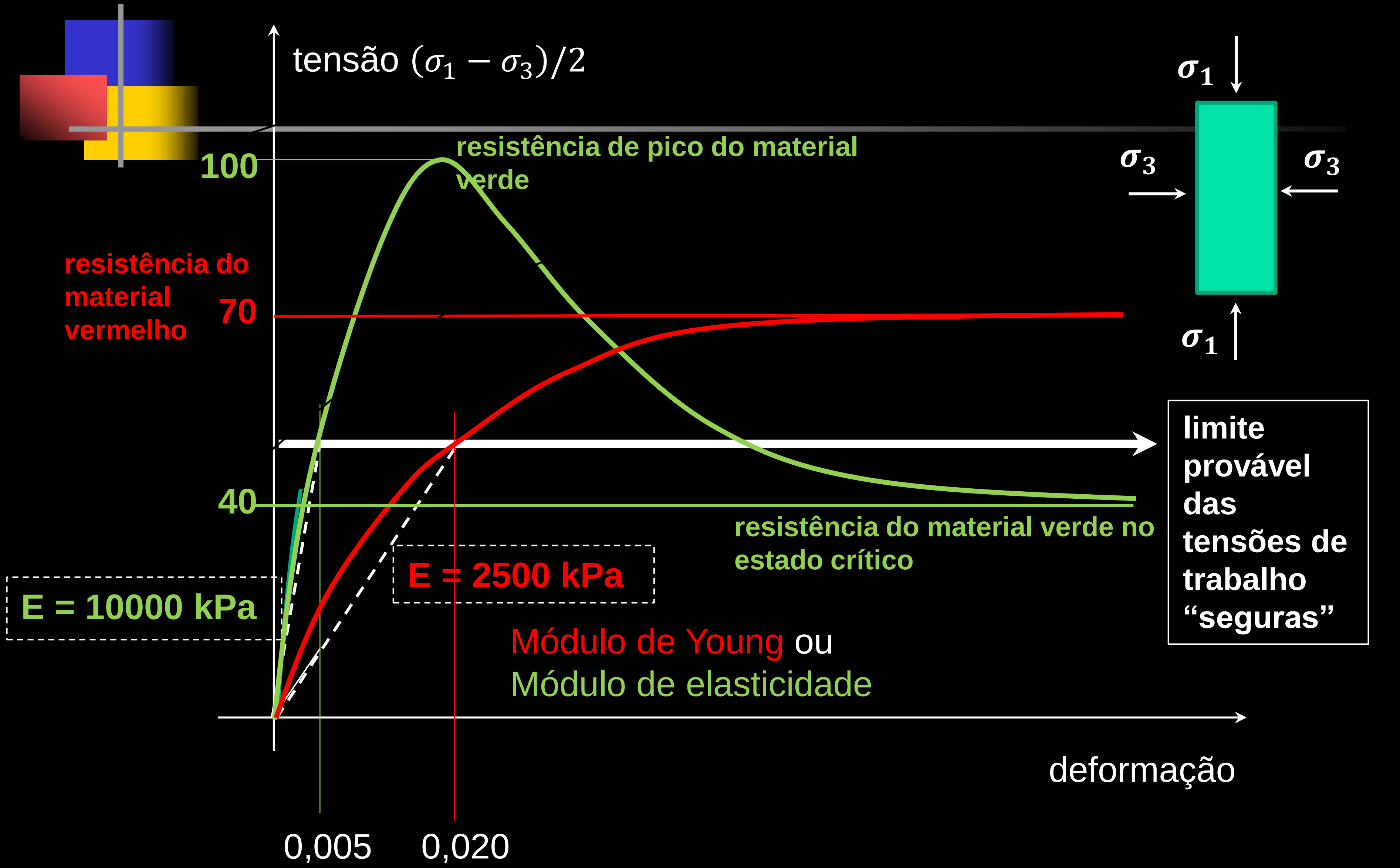
Os problemas de Engenharia Geotécnica:

- Problemas de elasticidade: modelo elástico linear (parâmetros de deformabilidade: E, ν) **ELS**
- Problemas de estabilidade: modelo rígido-plástico (parâmetros de resistência: c´, φ´, s_u) **ELU**
- Água (e seu fluxo)
  - Permanente – Laplace
  - Transiente
    - Adensamento
      - + elasticidade => compressibilidade (C_r , p_a , C_c , c_v)
      - + estabilidade => resistência não drenada (parâmetro de resistência: s_u)
    - Fluxo saturado-não saturado (sucção)

Filmes de rupturas (ELU)

- http://www.youtube.com/watch?v=aPpKd49MknA&playnext=1&list=PL0DCA5ABF8AEB8AA2&feature=results_main
- http://www.youtube.com/watch?v=sQo_sVlsSBA
- http://www.youtube.com/watch?v=Ny94aGWOXPw&feature=fvwrel
- https://www.youtube.com/watch?v=XRc6pikwKZo
- http://www.youtube.com/watch?v=mknStAMia0Q
- https://www.youtube.com/watch?v=wN3R5yIi7fc
- https://www.youtube.com/watch?v=IM6B2p47k2Q
- https://www.reddit.com/r/CatastrophicFailure/comments/byyfse/cracked_road_collapses_into_a_construction_site/
- https://youtu.be/XLoWG70JpMo

Resistência (e deformabilidade)



Resistência = f(compactação)
Deformabilidade = f(compactação)

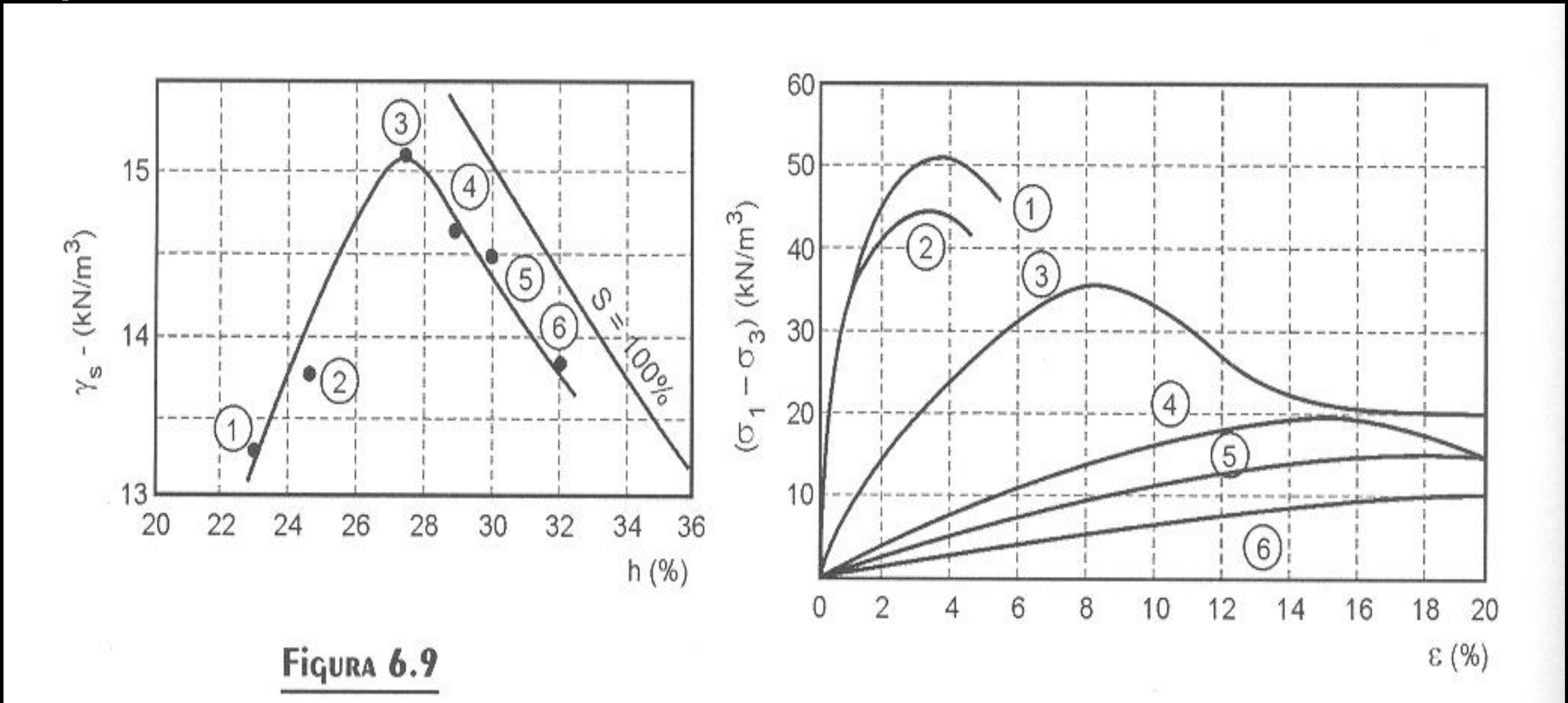
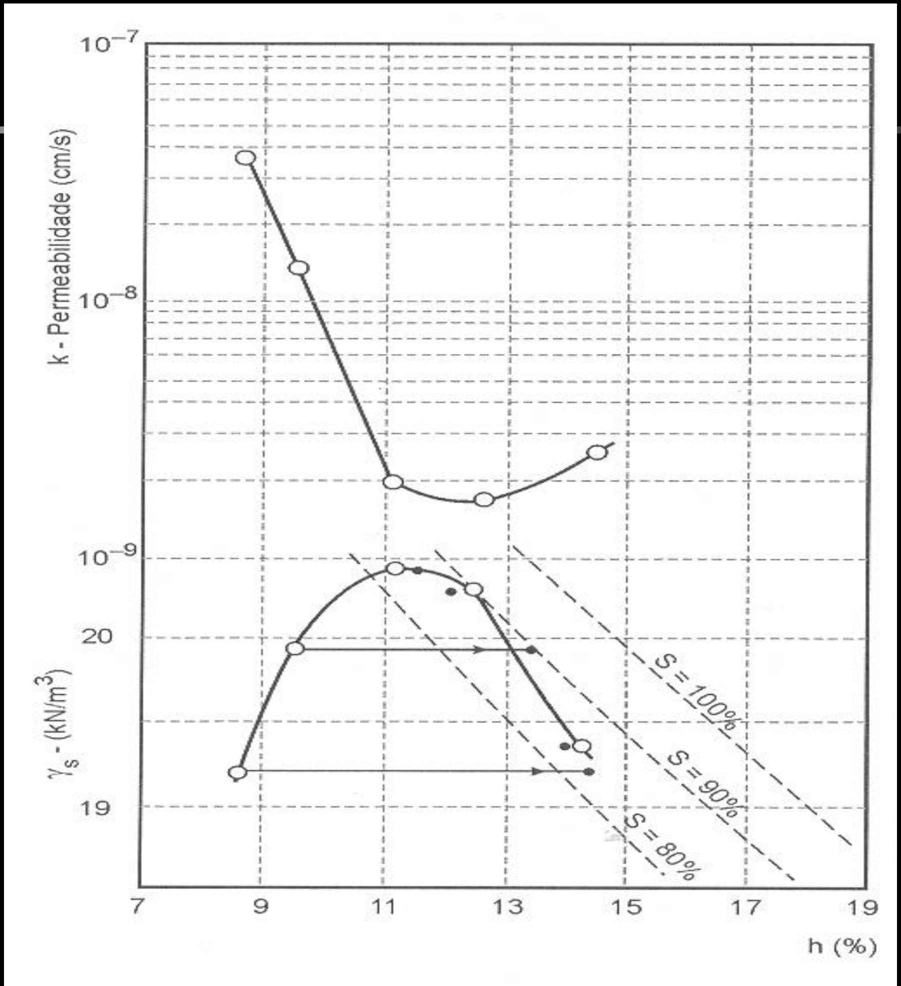


Figura 6.9

Material compactado diferentemente em diversas zonas da barragem propicia diferentes propriedades mecânicas para atender aos requisitos de projeto

Permeabilidade = f(compatação)



Material compactado diferentemente em diversas zonas da barragem propicia diferentes propriedades mecânicas para atender aos requisitos de projeto

Estabilidade de taludes de barragem

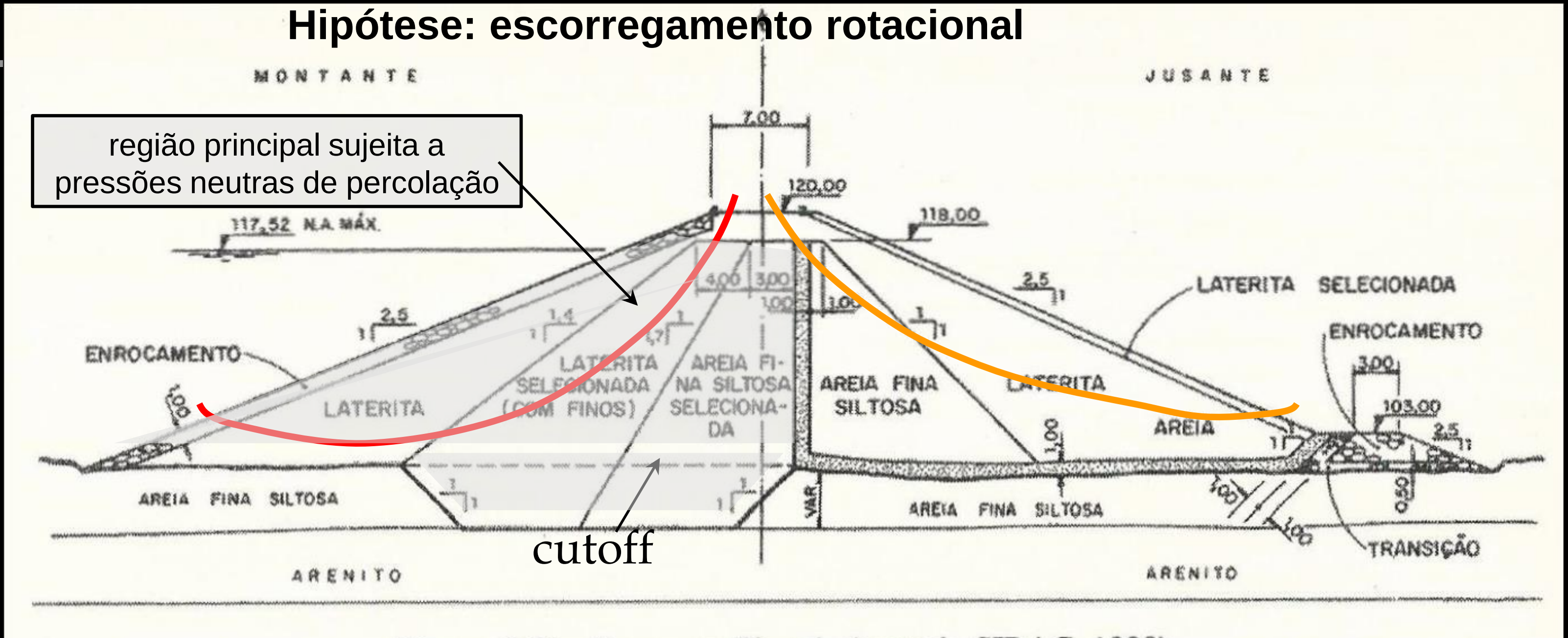
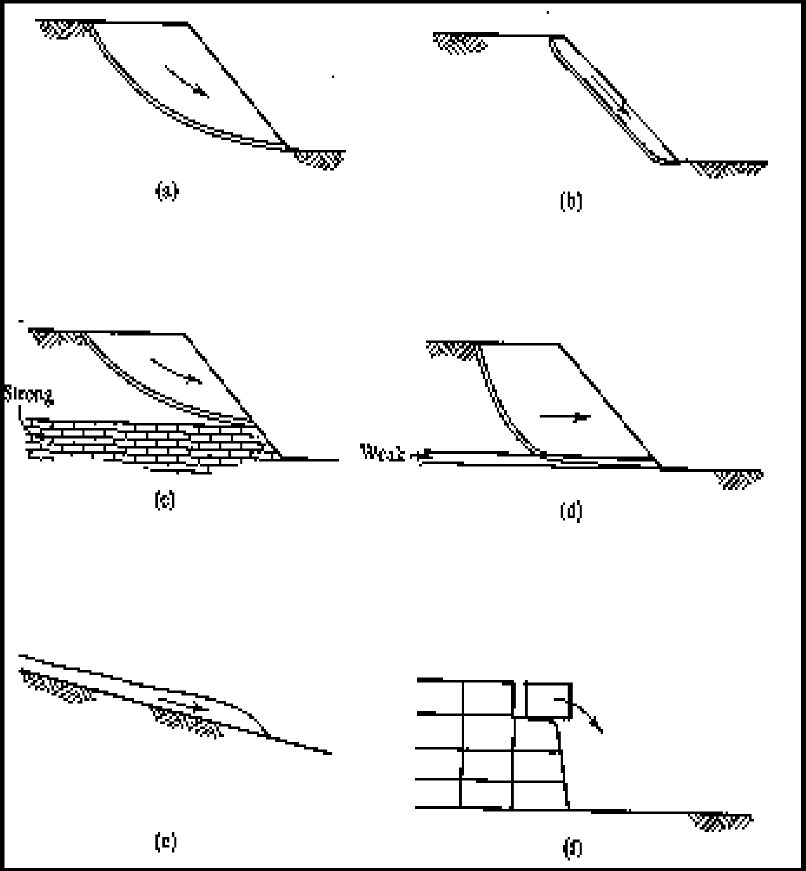


Figura 2.38 - Barragem Tinguis (cortesia SIRAC, 1988)

Fator de segurança (F) depende de:

1. Forma e localização das superfícies críticas
2. Resistência
   - parâmetros de resistência dos materiais
3. Solicitações
   - peso específico dos materiais
   - pressões neutras (de percolação e excessos de poropressão)
4. Processo de cálculo

Alguns modos de ruína típicos de taludes (simplificações 2D)



- Escorregamentos
  - **a) rotacional**
  - b) translacional
  - c) limitado por camada resistente
  - d) condicionado por camada fraca
- Corridas de massa
  - e) corrida de lama
- Rastejo
- Outros
  - f) tombamento

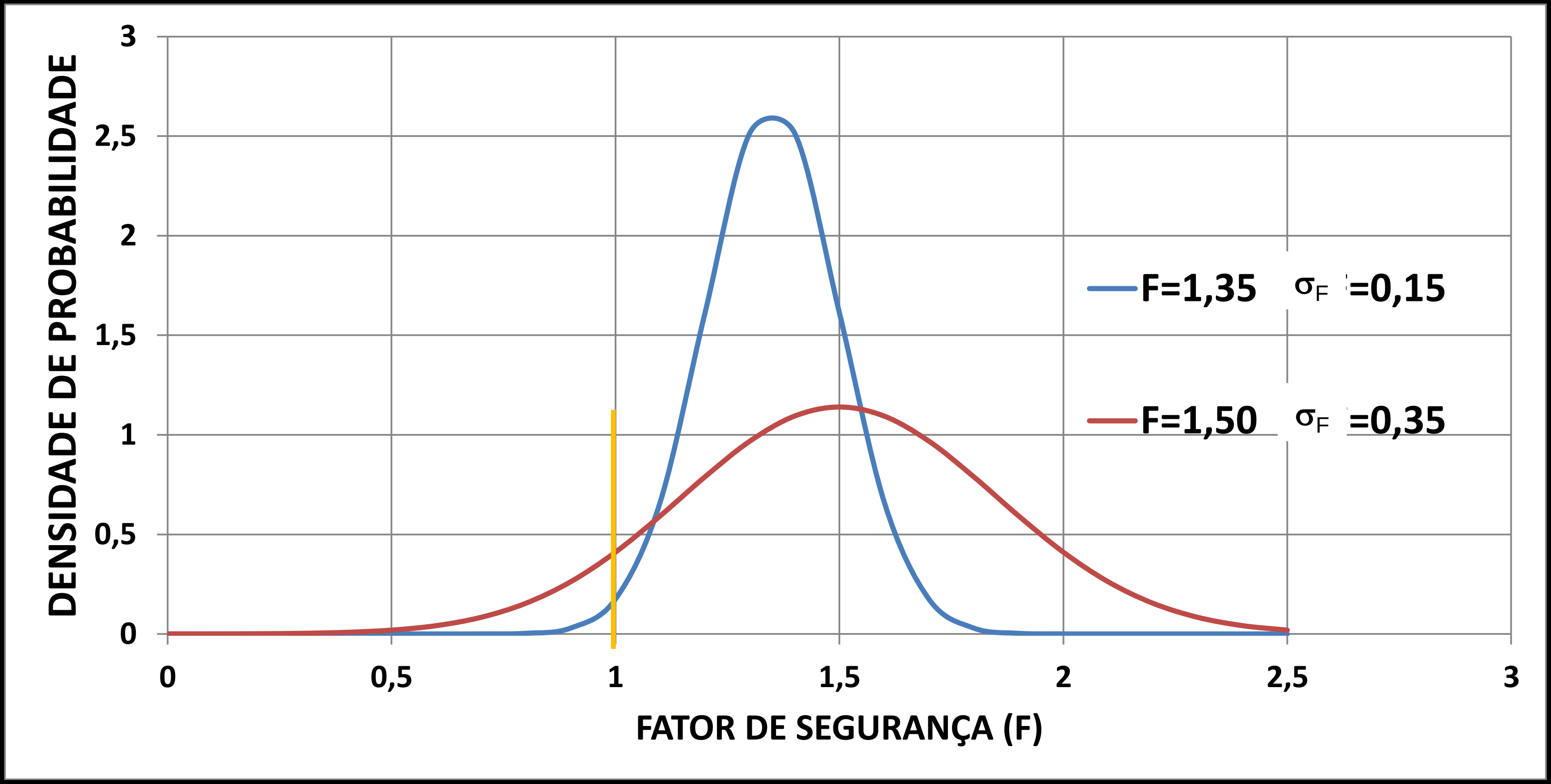
Lições da observação de rupturas

- Para o projeto
  - Modos de ruína (como pode romper?)
  - Investigação do solo é barata!
  - Monitoramento é barato!
  - Probabilidade de ruína nunca é nula
  - Consequências podem ser graves

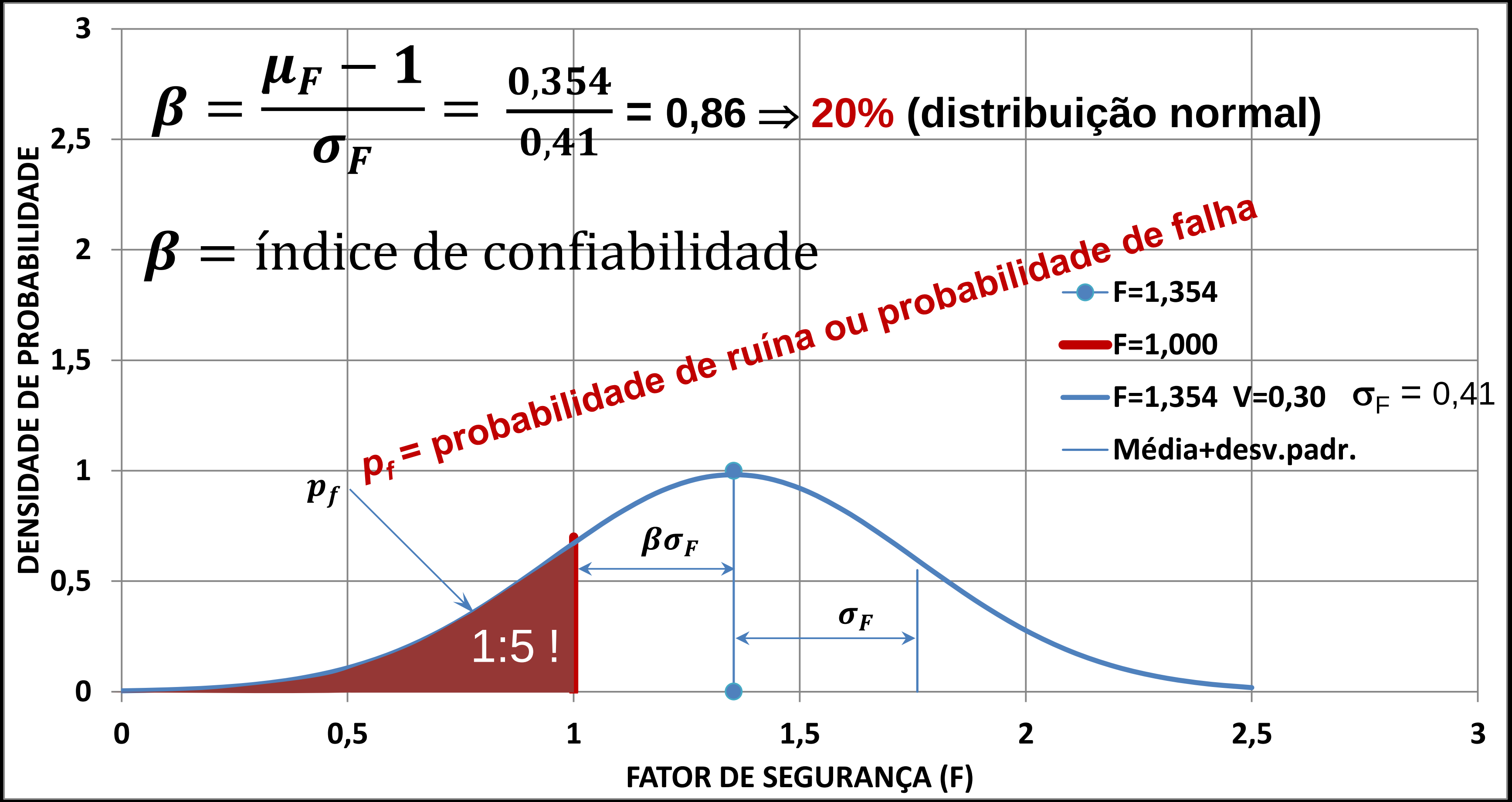
Alto
RISCO

- Para a operação
  - Plano de contingência salva vidas

E a variabilidade?



Distribuição? $\Rightarrow p_f$



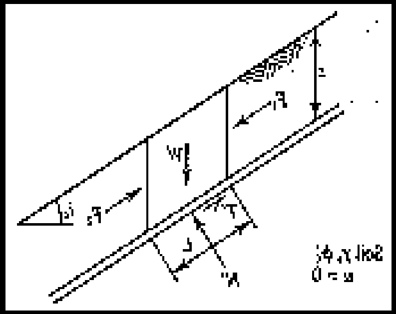
CONCEITO BÁSICO

Exemplo: segurança de talude (barragem, encosta, etc.) de terra ou de rocha

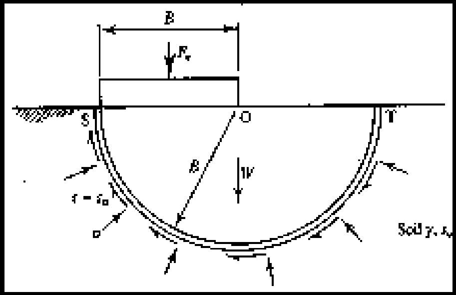
ELU

Problemas de estabilidade típicos (ELU)

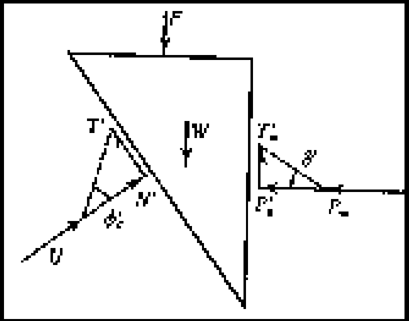
- Estabilidade de taludes (barragens, encostas, cortes, aterros)



- Resistência última de fundações

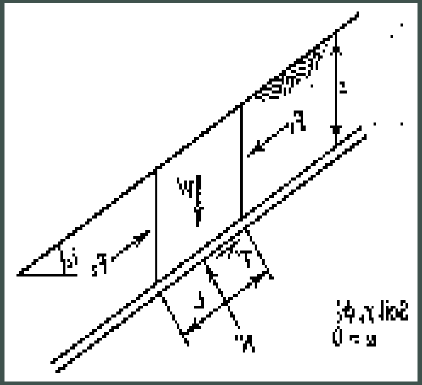


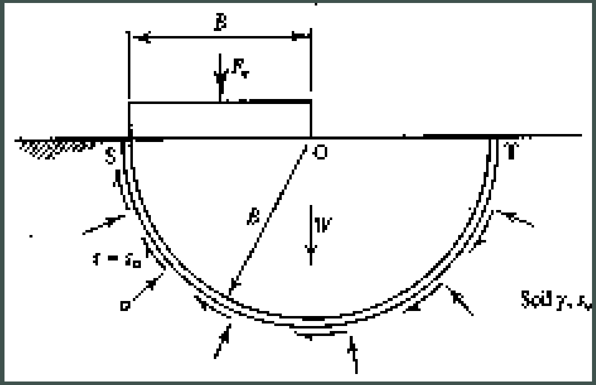
- Empuxos sobre muros de arrimo

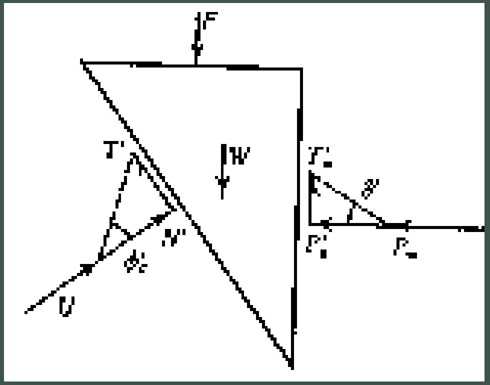


Pontos em comum: o quê conhecer, em todos os casos

- Modo de ruína: superfícies de escorregamento, condicionantes geológico-geotécnicos

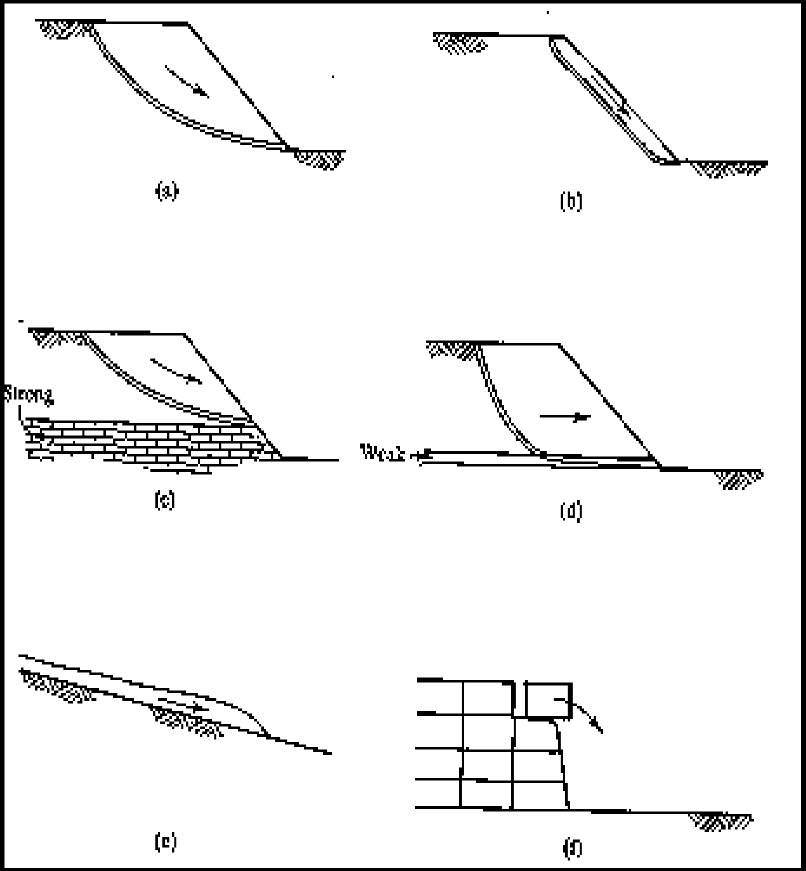






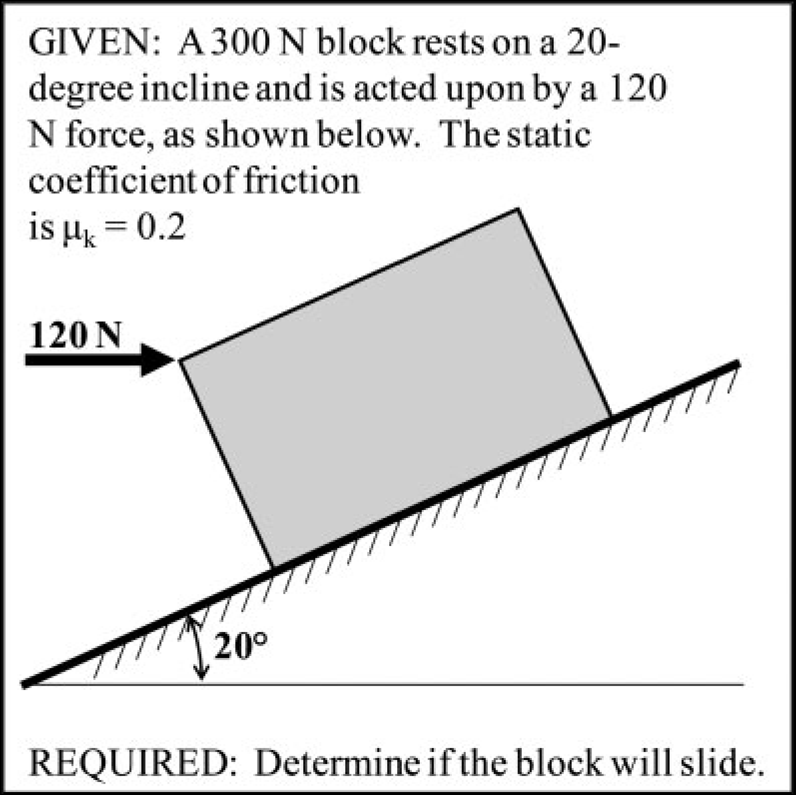
- Solicitações (tensões) na(s) superfície(s)
- Resistências (tensões) na(s) superfície(s)

Alguns modos de ruína (ELU) típicos de taludes (simplificações 2D)



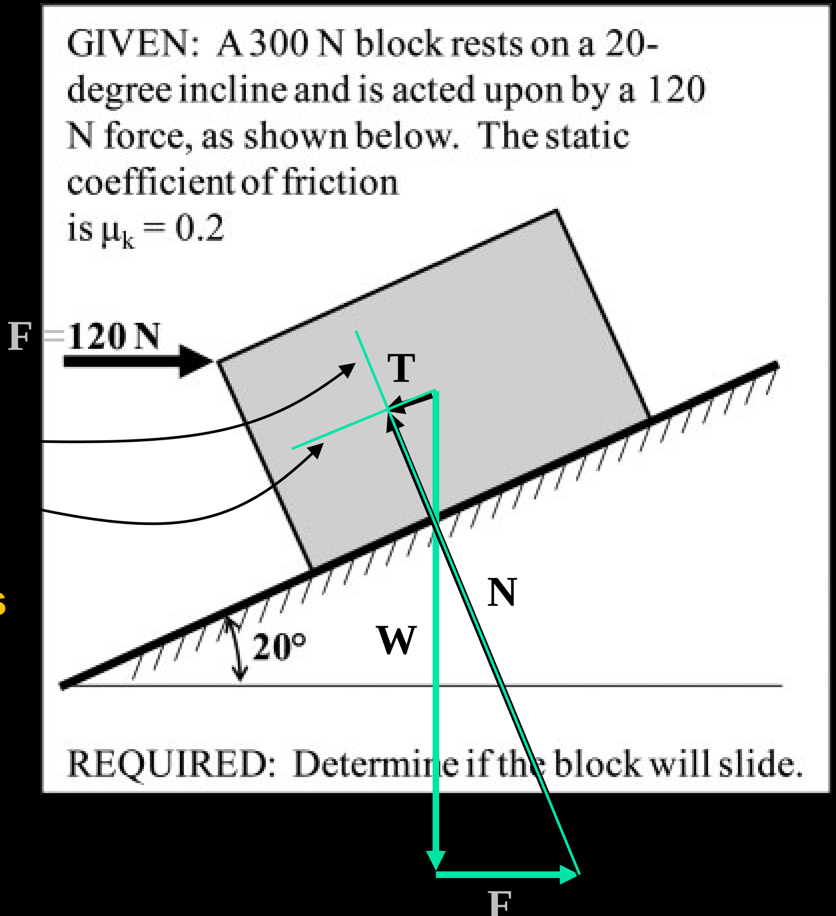
- Escorregamentos
  - a) rotacional
  - b) translacional
  - c) limitado por camada resistente
  - d) condicionado por camada fraca
- Corridas de massa
  - e) corrida de lama
- Rastejo
- Outros
  - f) tombamento

Bloco deslizante


GIVEN: A 300 N block rests on a 20-degree incline and is acted upon by a 120 N force, as shown below. The static coefficient of friction is $\mu_k = 0.2$

REQUIRED: Determine if the block will slide.

Bloco deslizante

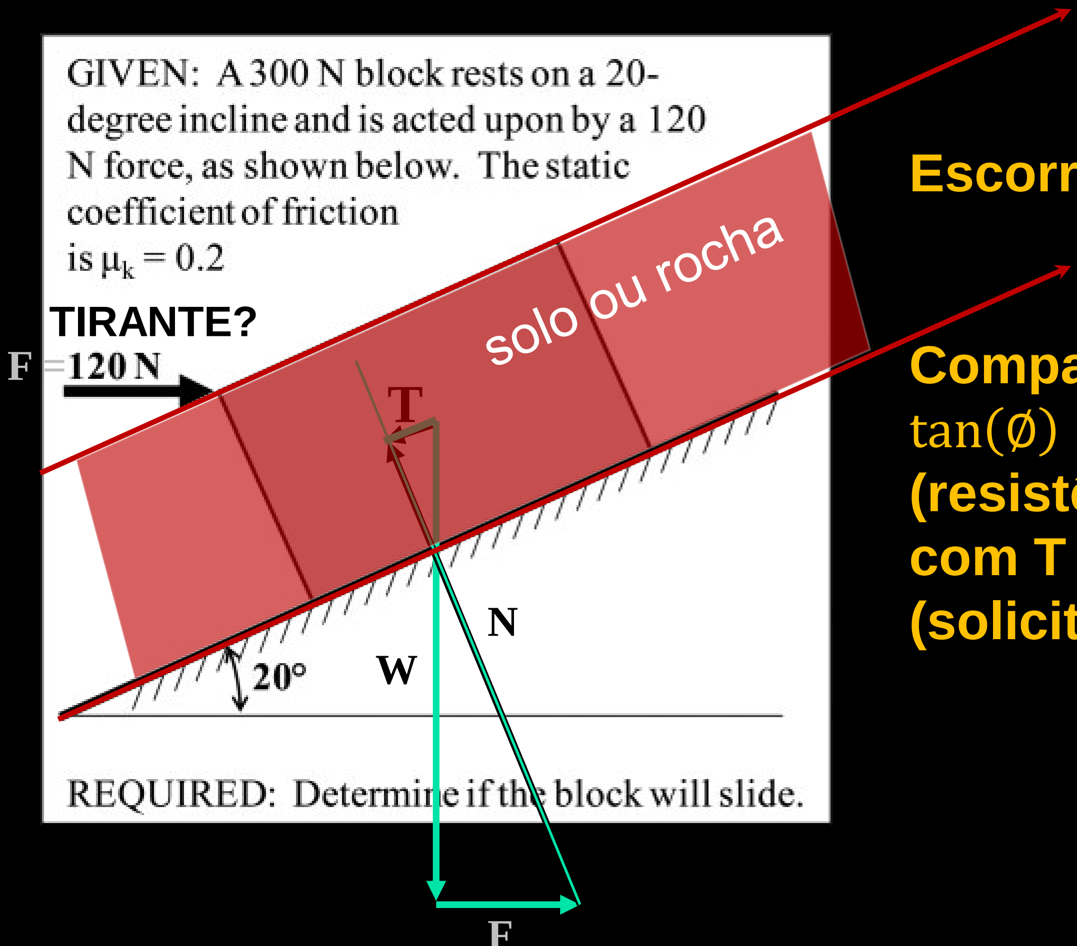


Linhas de ação (direções) conhecidas

Escorrega?

Comparar μ_k x N (resistência) com T (solicitação)

Talude escorregando



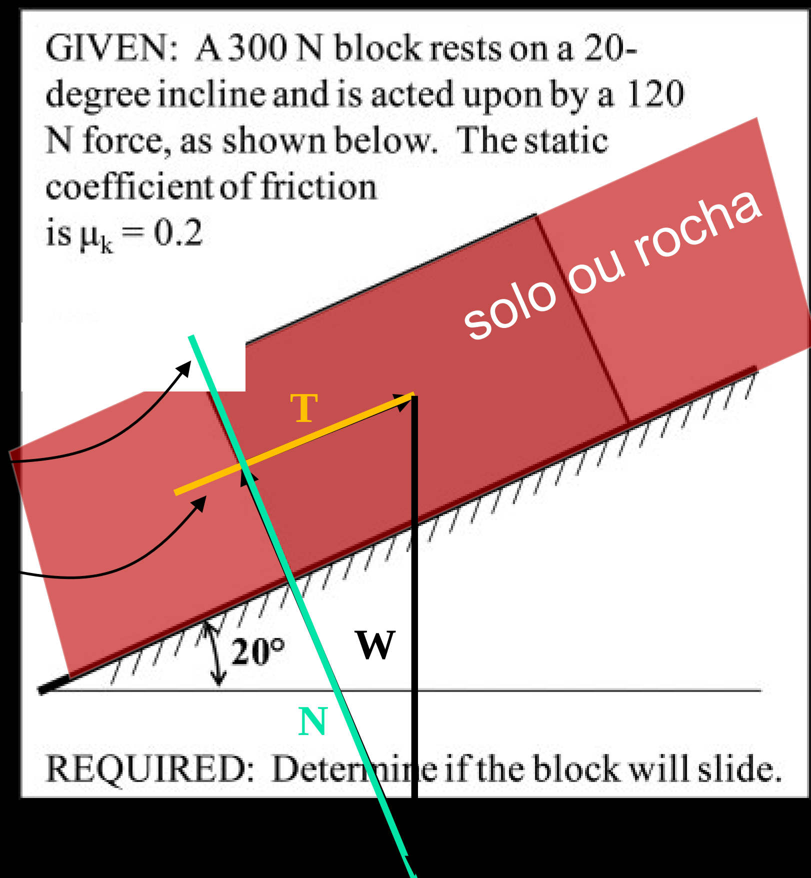
Escorrega?

Comparar $\tan(\emptyset)$ **x N (resistência) com T (solicitação)**

Tirantes

Bloco ou talude (sem força horizontal na face)

Linhas de ação (direções) conhecidas



Hipótese do Equilíbrio Limite

$$T = \frac{S}{F}$$

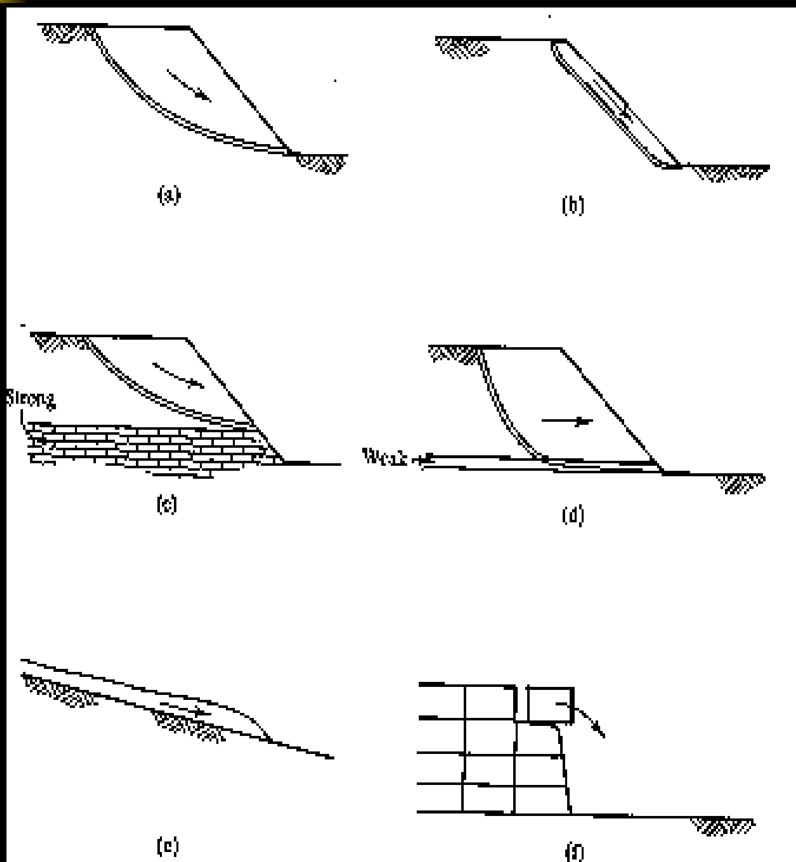
S = resistência de atrito = $\tan(\emptyset)$ x **N**

T = solicitação

$$F = \frac{\tan(\emptyset) x N}{T}$$

F = fator de segurança

Alguns modos de ruína típicos de taludes (simplificações 2D)



- Escorregamentos
  - a) rotacional
  - b) translacional
  - c) limitado por camada resistente
  - d) condicionado por camada fraca
- Corridas de massa
  - e) corrida de lama
- Rastejo
- Outros
  - f) condicionado por descontinuidades rochosas

Rotacionais

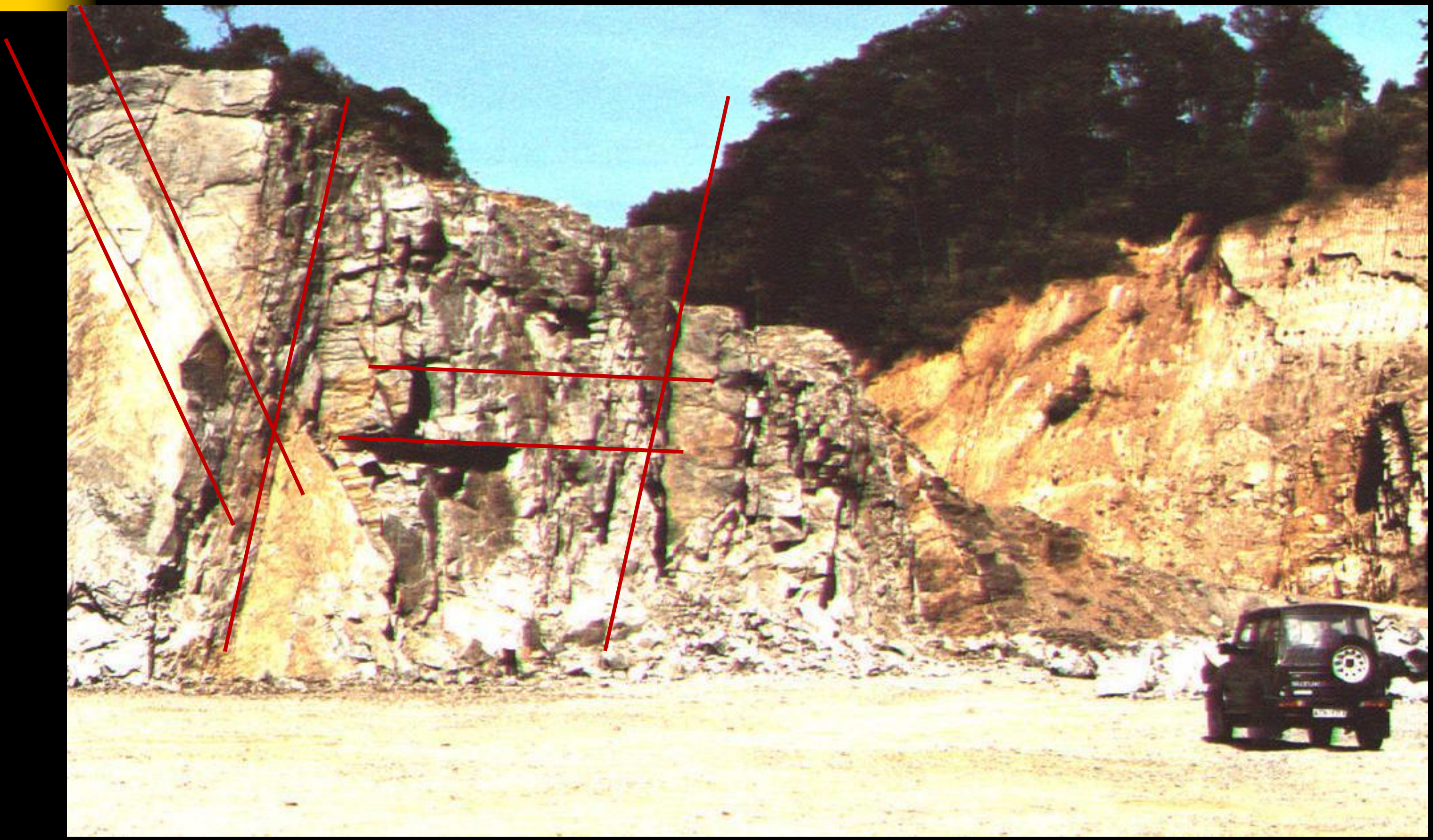
Todas as figuras apresentadas são protegidas pelos direitos autorais dos respectivos autores e, sendo assim, só podem ser utilizadas para fins acadêmicos de aprendizado

- Brumadinho
- https://twitter.com/i/status/1091376058493034496


Tanslacional (tipo talude infinito)

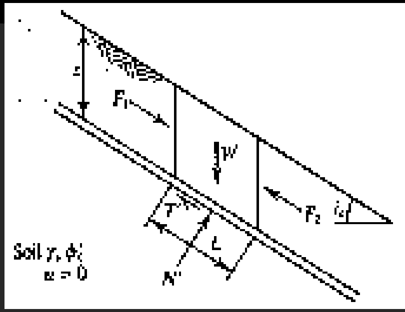
Translacionais (vários taludes infinitos

Condicionados por descontinuidades rochosas

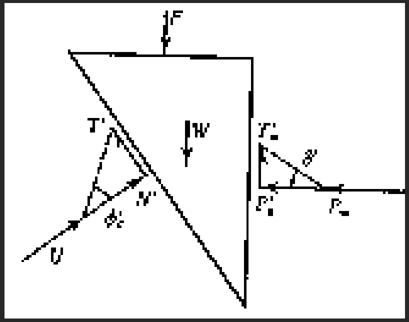


Análise de estabilidade

- Escolher o tipo representativo do modo de ruína ~ superfície de escorregamento



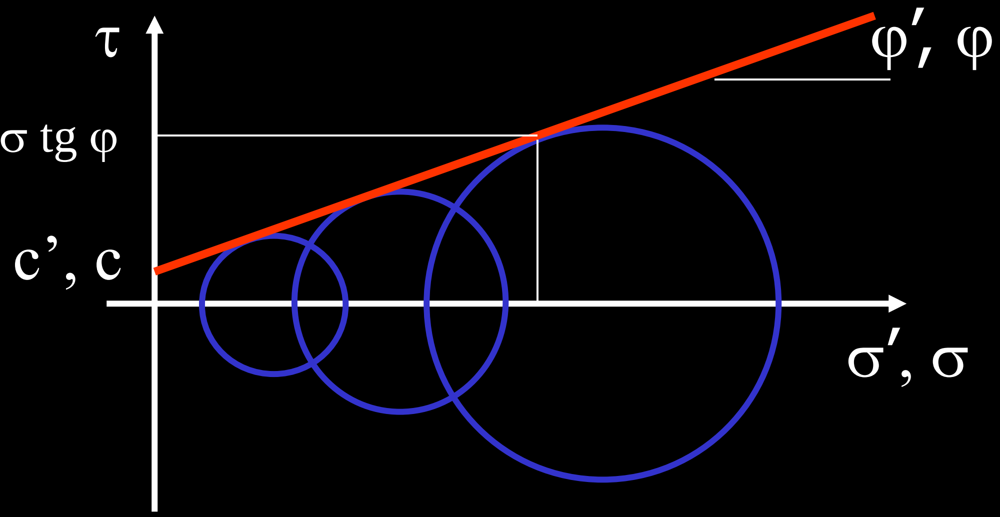
- Garantir equilíbrio do(s) bloco(s) delimitado(s) pela(s) superfície(s)
  Σ V = 0
  Σ H = 0
  Σ M = 0



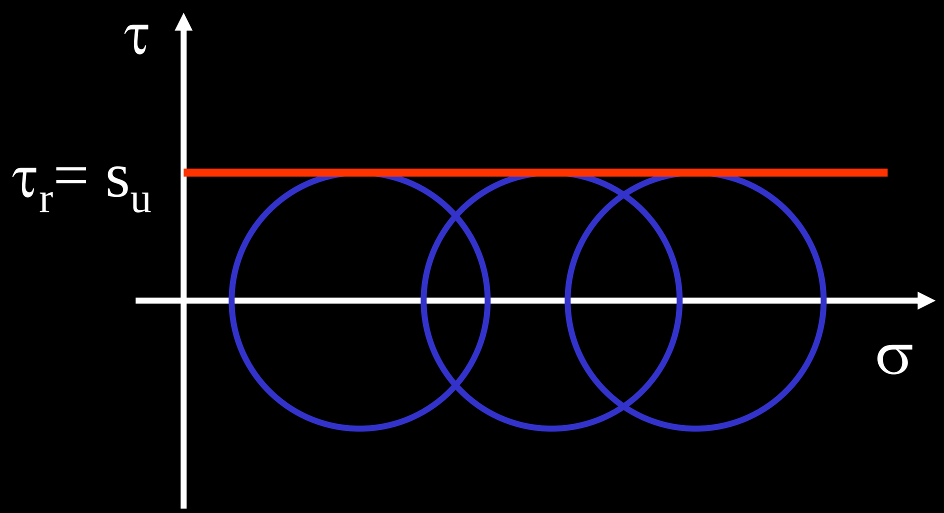
- Escolher o modelo e o valor da resistência

Modelos de resistência usuais para solos e rochas

- **Mohr-Coulomb** $\tau_r = s = c + \sigma \, tg \, \varphi$



- **Tresca**



Escolha do modelo de resistência

- Aplicabilidade do modelo Mohr-Coulomb e do modelo Tresca
  - Diferença entre comportamento drenado e não drenado, função do tipo de solo e da velocidade da solicitação
- Foco, neste momento, no processo de análise de segurança

Equilíbrio estático (2D)

- Equilíbrio de forças na direção 1 (por exemplo, vertical)
- Equilíbrio de forças na direção 2 (por exemplo, horizontal)
- Equilíbrio de momentos

$$\Sigma V = 0$$
$$\Sigma H = 0$$
$$\Sigma M = 0$$

Processo usual de análise

- Equilíbrio Limite, DOIS requisitos:

  1) Sistema precisa estar em EQUILÍBRIO
  Equilíbrio estático = Estática (Mecânica A!)

Processo usual de análise

- Equilíbrio Limite, DOIS requisitos:

    2) Equilíbrio no limiar da ruptura, no LIMITE

Processo usual de análise

- Equilíbrio Limite

Como nenhuma estrutura é, em princípio, projetada para trabalhar em condição de iminência de ruptura...

Processo usual de análise

- Limite, mas com FATOR DE SEGURANÇA (F)

  a) Resistência reduzida

  $$F = s / \tau$$

  $$s = c' + \sigma' \text{ tg } \varphi'$$

  ou $s = s_u$

  b) Solicitação aumentada

  $$F = q_{ult} / q$$

  $$q_{ult} = q \times F$$

  ou, talvez, combinação das duas (fatores parciais)

Análise de estabilidade
Processo do equilíbrio limite

- Identificar modo de ruína (observação ⇒ tipo de instabilidade)
- Escolher superfície(s) condicionantes da instabilidadde e identificar massa em escorregamento por ela(s) delimitada
- Identificar solicitações e resistências atuantes na massa
- Impor limiar de ruptura (LIMITE):
  - solicitação = resistência / F

  ou
  - resistência = solicitação x F
- Equações de equilíbrio para determinar F (EQUILÍBRIO)

Análise de estabilidade
Processo do equilíbrio limite

Tudo o que foi apresentado até aqui sobre equilíbrio limite

+

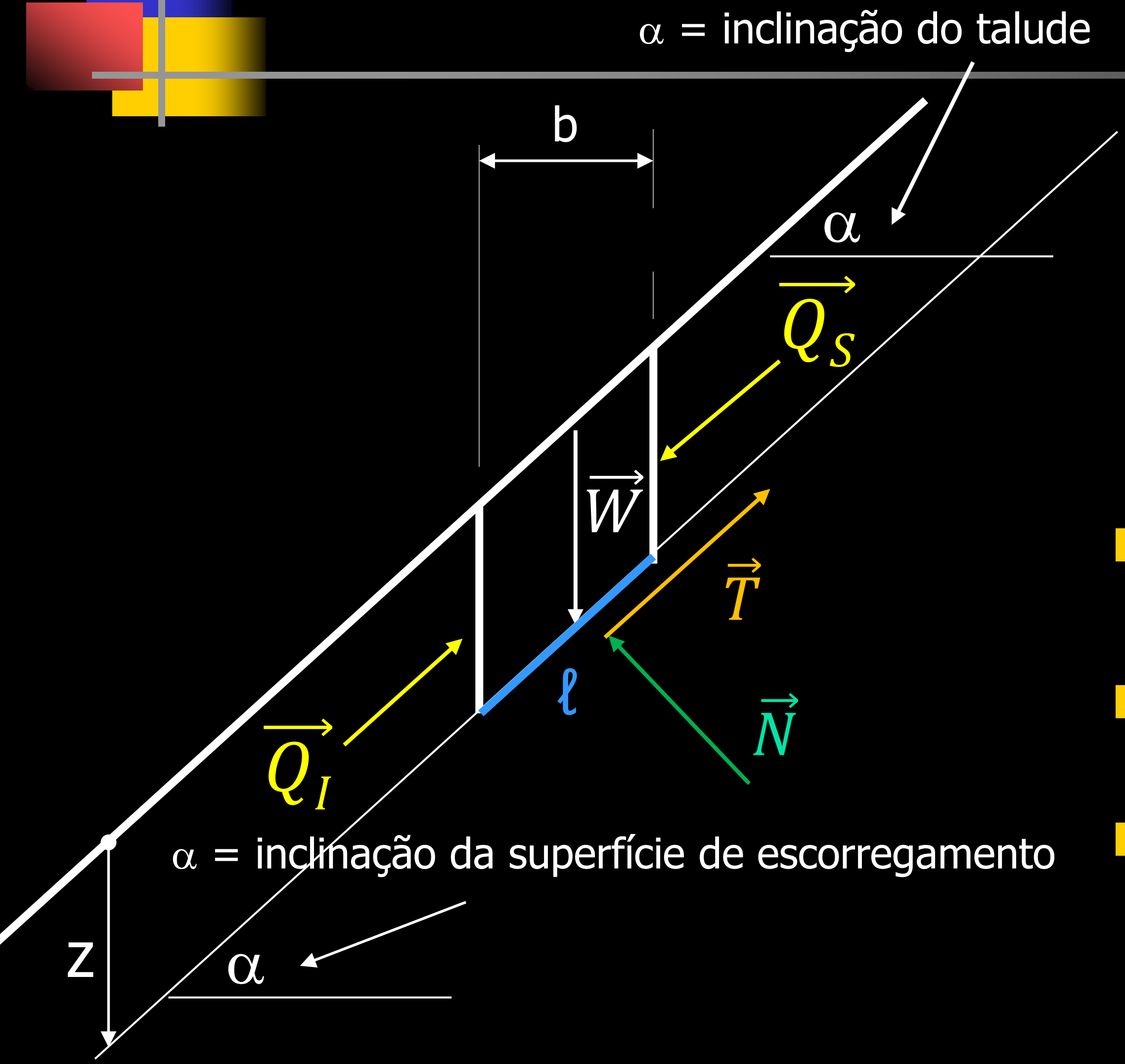
Pesquisa da superfície mais crítica
(F mínimo)

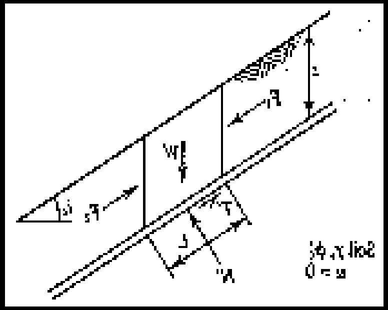
Talude infinito

Equilíbrio estático (no plano)

- Equilíbrio de forças na direção 1 (por exemplo, vertical)
- Equilíbrio de forças na direção 2 (por exemplo, horizontal)
- Equilíbrio de momentos

Talude infinito





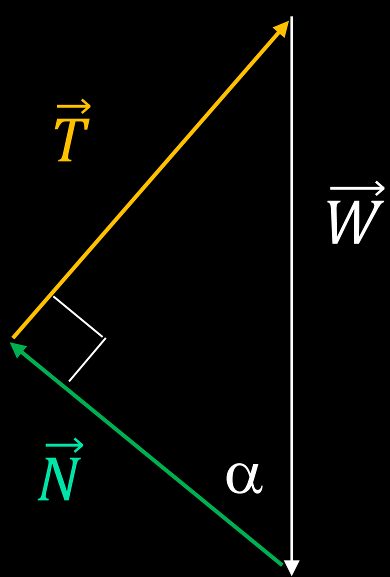
- $\overrightarrow{Q_S} = -\overrightarrow{Q_I}$
- $\vec{N} = \overrightarrow{N'} + \vec{U}$
- $W = \gamma\, z\, b =$
  $= \gamma\, z\, \ell \cos \alpha$

Equilíbrio

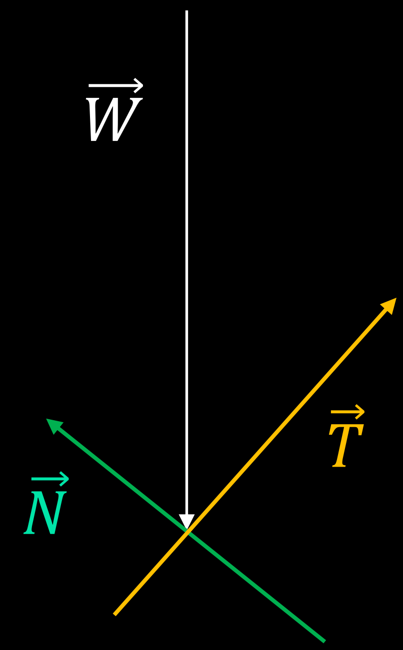
- Forças

  $$\boldsymbol{W = \gamma z b} \qquad \boldsymbol{b = \ell \cos \square}$$

  - $T = W\, sen\, \alpha = \gamma\, z\, \ell \cos \square\ sen\, \alpha$
  - $N = W \cos \alpha = \gamma\, z\, \ell \cos \square \cos \square$

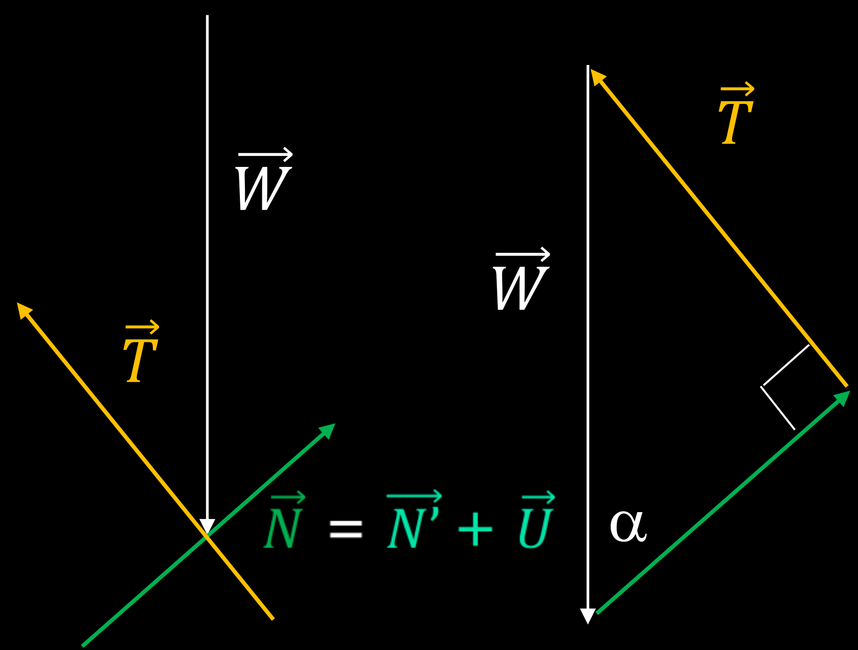


- Momentos



Equilíbrio limite

- Equilíbrio
  - $T = \gamma z \ell \cos\alpha \sin\alpha$
  - $N = \gamma z \ell \cos^2\alpha$

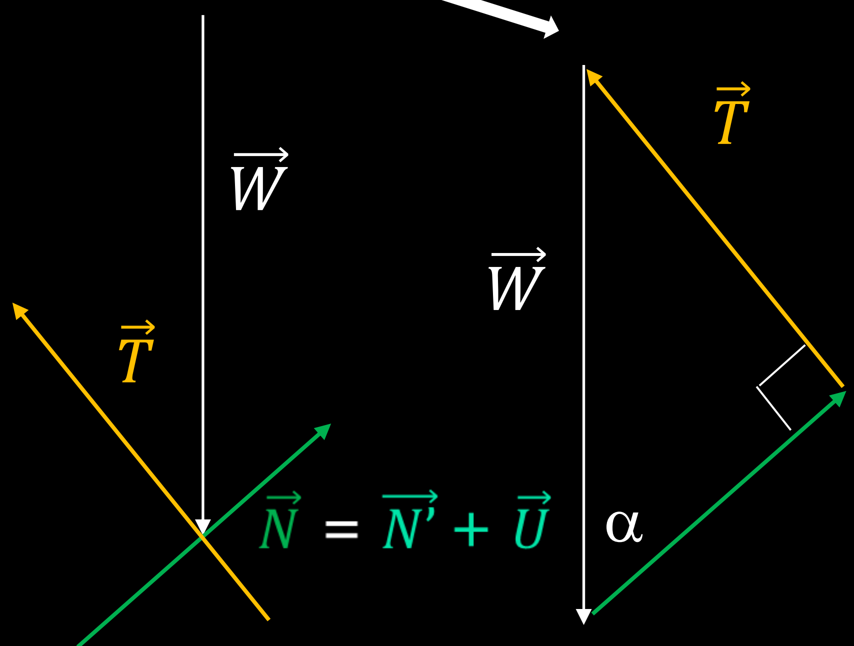


- Limite
  - $T = S / F = s\ell / F$
  - $F = (c\ell + \sigma'\ell \, \text{tg}\, \varphi) / T$
  - $F = (c\ell + N' \, \text{tg}\, \varphi) / T$
  - $F =$ ________

μ = coeficiente de atrito

Equilíbrio limite

- Equilíbrio
  - $T =$
  - $N =$



- Limite
  - $T = S / F = s\ell / F$
  - $F = (c\ell + \sigma'\ell \operatorname{tg} \varphi) / T$
  - $F = (c\ell + N' \operatorname{tg} \varphi) / T$
  - $$F = \frac{\left[c\ell + \left(\gamma z \ell \cos^2 \alpha - U\right) \tan \phi\right]}{\gamma z \ell \cos \alpha \sin \alpha}$$

μ = coeficiente de atrito

$N' = N - U \qquad U = u\ell$

Fator de Segurança

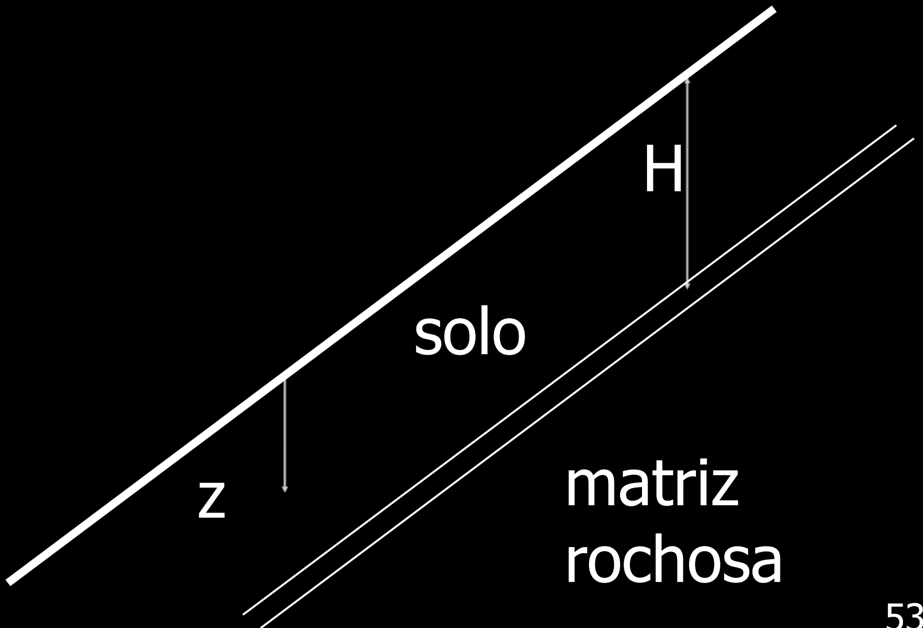
$$F = \frac{[c\ell + (\gamma z \ell \cos^2 \alpha \ - u\ell) \tan \phi]}{\gamma z \ell \cos \alpha \sin \alpha}$$

$$F = \frac{c}{\gamma z \ cos \ \alpha \ sin \ \alpha} + \frac{cos \ \alpha}{sin \ \alpha} tan \ \phi - \frac{u}{\gamma z \ cos \ \alpha \ sin \ \alpha} tan \ \phi$$

$$F = \frac{c}{\gamma z \ cos \ \alpha \ sin \ \alpha} + \frac{1}{tan \ \alpha} tan \ \phi - \frac{u}{\gamma z \ cos^2 \ \alpha \ \ tan \ \alpha} tan \ \phi$$

Equilíbrio limite de talude infinito: F(z)

$$F(z) = \frac{2c}{\gamma \cdot z \cdot \operatorname{sen} 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma \cdot z \cdot \cos^2 \alpha}\right) \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$



Equilíbrio limite de talude infinito: pesquisa da superfície de $F_{mín}$

$$F(z) = \frac{2c}{\gamma \cdot z \cdot \text{sen } 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma \cdot z \cdot \cos^2 \alpha}\right) \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$

Pesquisa da superfície crítica

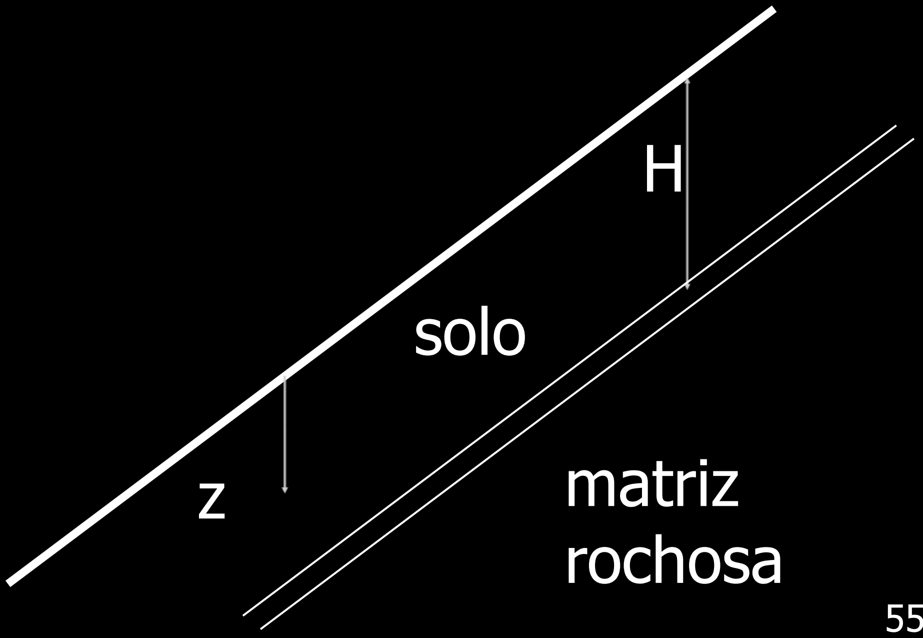
$$\boldsymbol{min[F(z)] \Rightarrow z = z_{máx} = H}$$

$$\boldsymbol{min[F(z)] = F(z_{máx}) = F(H)}$$

Substituir z por H na expressão acima

Equilíbrio limite de talude infinito: $F = F_{mín}$

$$F_{mín} = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \alpha}\right)\frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

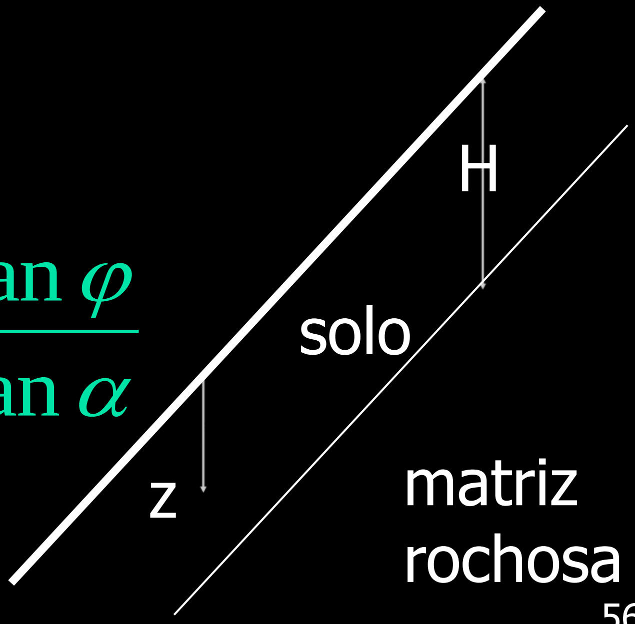


Número de estabilidade

$$F = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \alpha}\right)\frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

$$N_E = \frac{c}{\gamma \cdot H}$$

$$F = \frac{2 \cdot N_E}{\text{sen } 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma \cdot H \cdot \cos^2 \alpha}\right) \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha}$$

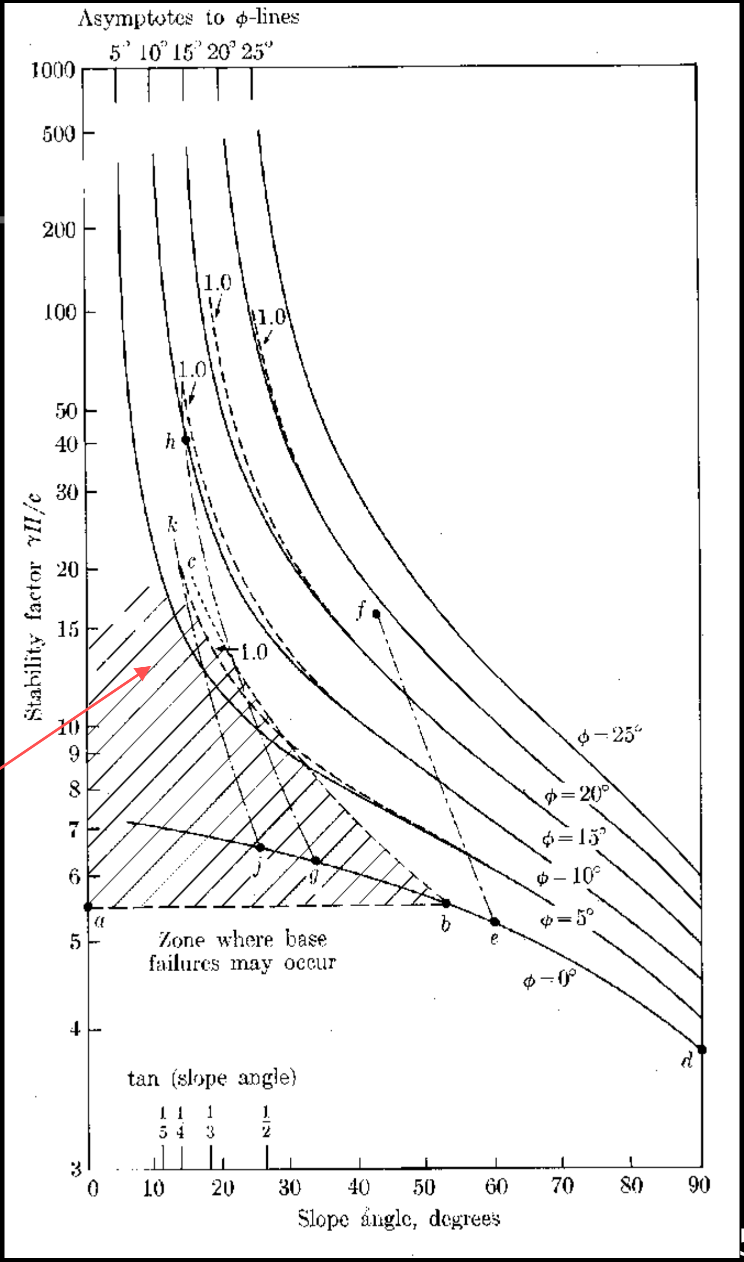


Número de estabilidade

(importante não apenas para talude infinito!)

Exemplo dos ábacos de estabilidade de taludes (taludes em geral)

$1 / N_E$



$$N_E = \frac{c}{\gamma \cdot H}$$

F de talude infinito

$$F = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \alpha}\right)\frac{\tan\phi}{\tan\alpha}$$

- Casos particulares
  - $c = 0$
  - $c = 0 \text{ e } u = 0$
  - *u* de fluxo vertical
  - *u* de fluxo horizontal
  - *u* de fluxo paralelo ao talude

F de talude infinito

$$F = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \alpha}\right)\frac{\tan\phi}{\tan\alpha}$$

- Casos particulares
  - $c = 0$

$$F = \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \alpha}\right)\frac{\tan\phi}{\tan\alpha}$$

F de talude infinito

$$F = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \alpha}\right)\frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

- Casos particulares
  - $c = 0 \text{ e } u = 0$

$$F = \frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

F de talude infinito

$$F = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \alpha}\right)\frac{\tan\phi}{\tan\alpha}$$

- Casos particulares
  - $c = 0$ e fluxo vertical (u=0)

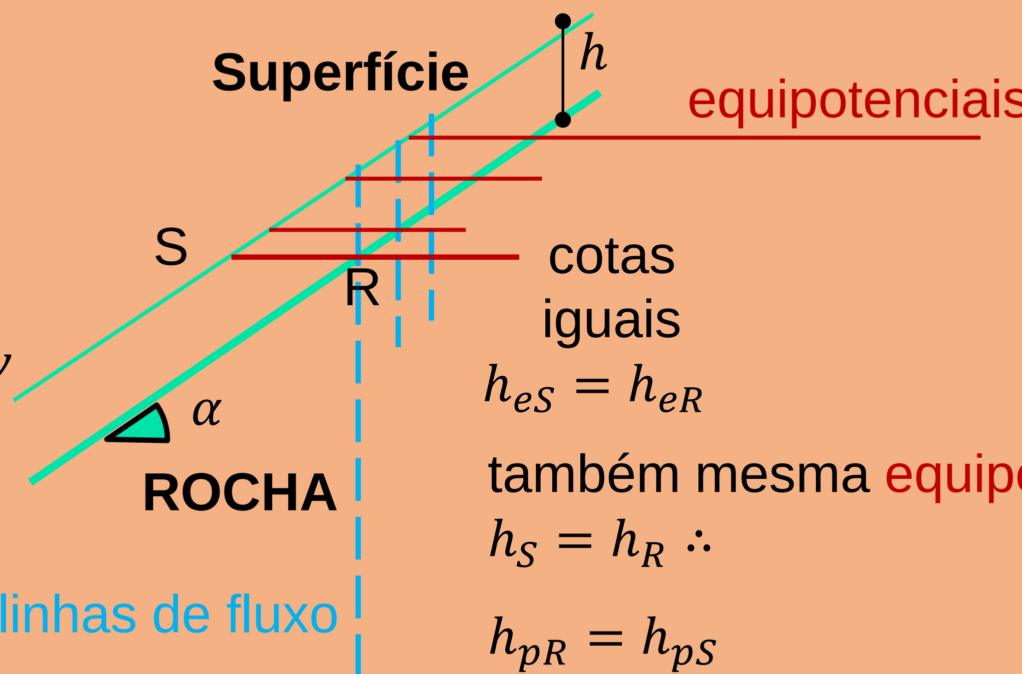
$$F = \frac{\tan\phi}{\tan\alpha}$$

Fluxo vertical; rede de fluxo (ou solução numérica) dispensável

Bernoulli:

$$h = h_e + h_p$$

$$h_p = {}^{u}/_{\gamma_w}$$



$$h_{eS} = h_{eR}$$

também mesma equipotencial,

$$h_S = h_R \therefore$$

$$h_{pR} = h_{pS}$$

$$u_S = 0 \therefore u_R = 0$$

F de talude infinito

$$F = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \alpha}\right) \frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

- Casos particulares
  - *u* de fluxo horizontal (u=$\gamma_w H$)

$$F = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{\gamma_w}{\gamma \cos^2 \alpha}\right) \frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

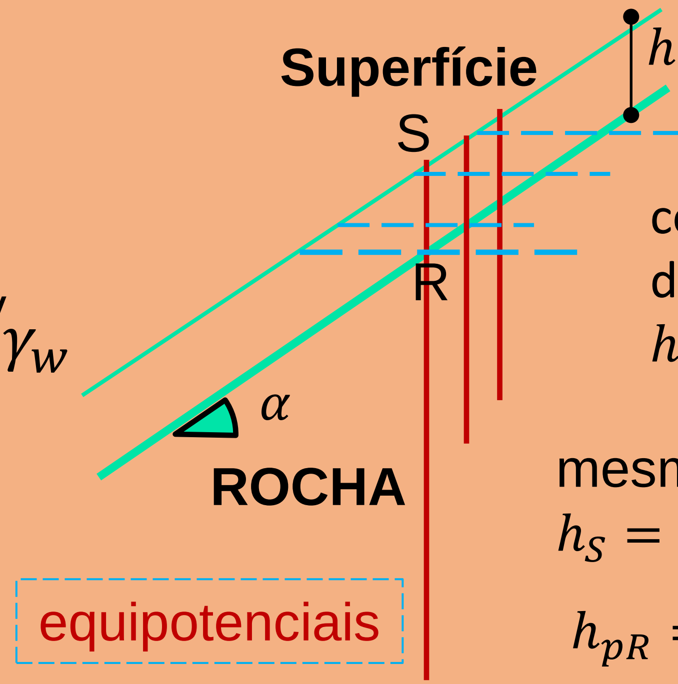
$$F = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{\gamma_w}{\gamma} \frac{1}{\cos^2 \alpha}\right) \frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

Fluxo horizontal; rede de fluxo (ou solução numérica) dispensável

Bernoulli:

$$h = h_e + h_p$$

$$h_p = {}^{u}/_{\gamma_w}$$



linhas de fluxo

cotas diferentes

$$h_{eR} = h_{eS} - h$$

mesma equipotencial,

$$h_S = h_R \therefore$$

$$h_{pR} = h_R - h_{eR} = h_S - h_{eS} + h$$

$$u_S = 0 \therefore \; u_R = h\,\gamma_W$$

F de talude infinito

$$F = \frac{2c}{\gamma H \sin 2\alpha} + \left(1 - \frac{u}{\gamma H \cos^2 \alpha}\right)\frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

- Casos particulares
  - *c=0* e *u* de fluxo paralelo ao talude (u=$\gamma_w H_w \cos^2 \alpha$)

$$F = \left(1 - \frac{\gamma_w}{\gamma} \times \frac{H_w}{H}\right)\frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

  - Se $H=H_w$:

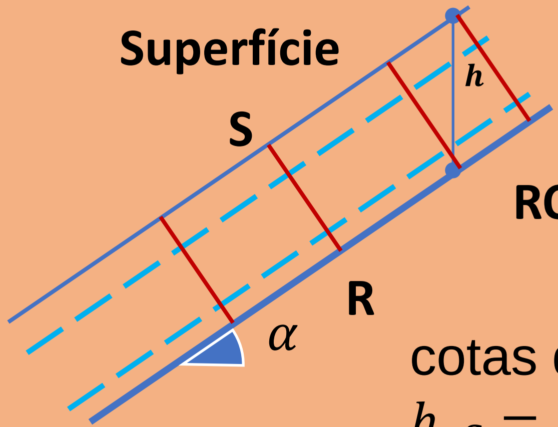
$$F = \left(1 - \frac{\gamma_w}{\gamma}\right)\frac{\tan \phi}{\tan \alpha} \cong 0{,}5\,\frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$$

Fluxo paralelo; rede de fluxo (ou solução numérica) dispensável

Bernoulli:

$$h = h_e + h_p$$

$$h_p = {}^{u}/_{\gamma_w}$$



equipotenciais

ROCHA

cotas diferentes

$$h_{eS} = h_{eR} + h \times cos^2\,\alpha$$

Linhas de fluxo (necessariamente perpendiculares às equipotenciais)

mesma equipotencial, portanto

$$h_S = h_R$$

$$h_{pR} = h_R - h_{eR} = h_S - h_{eR}$$

como $u_S = 0$,

$h_S = h_{eS}$ e $u_R = \gamma_w \times h \times cos^2\,\alpha$

Talude íngreme

Processo usual de análise

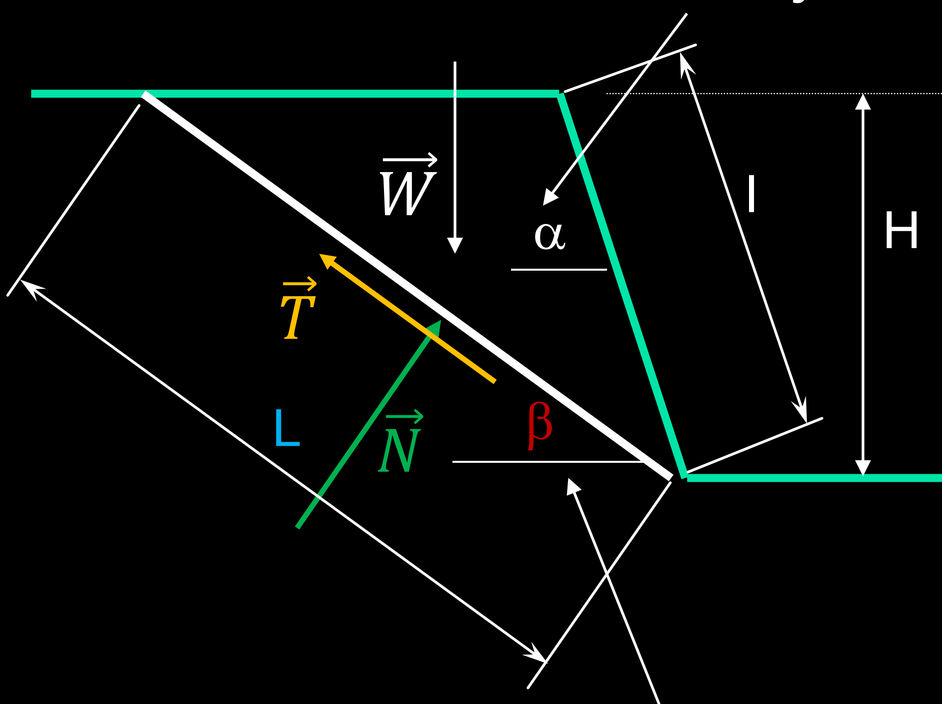
- Equilíbrio Limite
  - Equilíbrio estático = Estática
  - Limite = iminência da ruptura
    - $\tau = s / F$
    - $F = s / \tau$

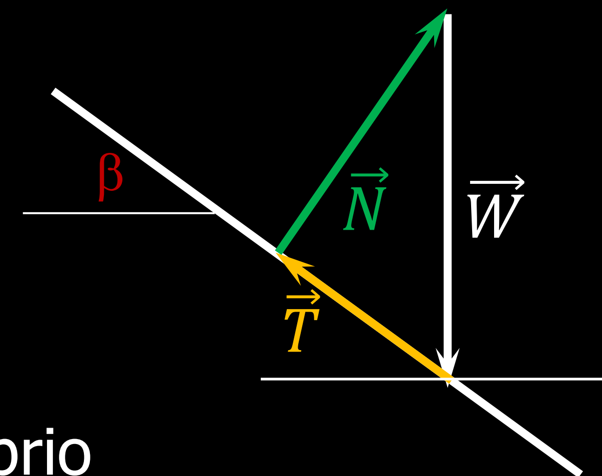
$s = c' + \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$

$s = s_u$

- Pesquisa da superfície crítica (minimização de F)

Talude íngreme





- Equilíbrio

  $$\vec{W} + \vec{T} + \vec{N} = \vec{0}$$

- Limite:

  T = S / F

  T = (c´.L + N´ . tanφ´) / F

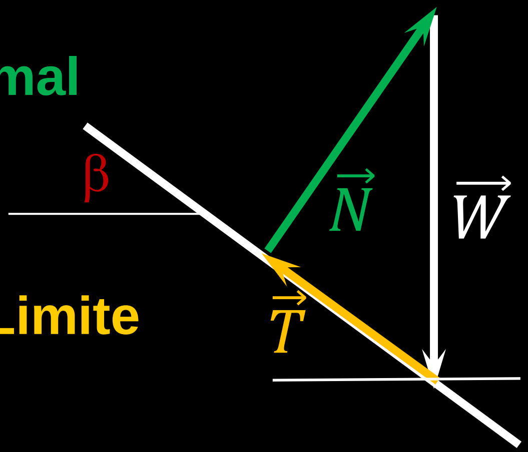
β = inclinação da superfície de escorregamento (β_c para a crítica)

Objetivo simples: qual a superfície crítica (β_c)

$$N = N' + U = W\cos\beta$$ **Equilíbrio na direção normal**

$$T = W\sin\beta$$ **Equilíbrio na direção tangencial**

$$T = \frac{S}{F} = \frac{cL + N'\tan\varphi}{F} = \frac{cL + (W\cos\beta - U)\tan\varphi}{F}$$ **Limite**



$$F = \frac{cL + (W\cos\beta - U)\tan\varphi}{W\sin\beta}$$

$$H = L\sin\beta$$

$$\boxed{F = \frac{c\dfrac{H}{\sin\beta} + (W\cos\beta - U)\tan\varphi}{W\sin\beta}}$$

Qual o β que leva ao F mínimo?

W = também é função de β

W = peso da cunha, depende de β

$$W = \gamma A \qquad A = \frac{1}{2} L I \sin(\alpha - \beta) \qquad I = \frac{H}{\sin\alpha}$$

$$A = \frac{1}{2}\frac{H}{sin\,\beta}\frac{H}{sin\,\alpha}[\sin\alpha\cos\beta - \sin(\beta)\cos\alpha]$$

$$A = \frac{1}{2} H^2 \left[\frac{1}{\tan\beta} - \frac{1}{\tan\alpha}\right]$$

$$\boldsymbol{W = \frac{1}{2}\gamma H^2 \left[\frac{1}{\tan\beta} - \frac{1}{\tan\alpha}\right]}$$

Expressão completa para pesquisa de β_c

$$F=\frac{c\,\frac{H}{\sin\beta}+\left\{\frac{1}{2}\gamma H^2\left[\frac{1}{\tan\beta}-\frac{1}{\tan\alpha}\right]\cos\beta-U\right\}\tan\varphi}{\frac{1}{2}\gamma H^2\left[\frac{1}{\tan\beta}-\frac{1}{\tan\alpha}\right]\sin\beta}$$

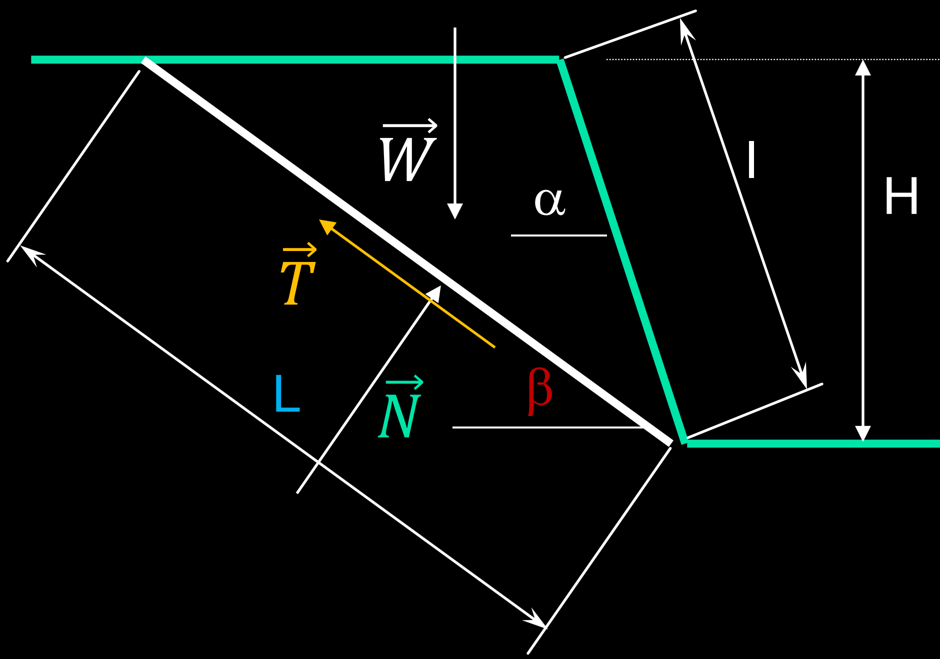
$$F=\frac{2\,\frac{c}{\gamma H}\,\frac{1}{\sin\beta}+\left\{\left[\frac{1}{\tan\beta}-\frac{1}{\tan\alpha}\right]\cos\beta-\frac{2U}{\gamma H^2}\right\}\tan\varphi}{\left[\frac{1}{\tan\beta}-\frac{1}{\tan\alpha}\right]\sin\beta}$$

$$F=\frac{2N_E\,\frac{1}{\sin\beta}+\left\{\left[\frac{1}{\tan\beta}-\frac{1}{\tan\alpha}\right]\cos\beta-\frac{2U}{\gamma H^2}\right\}\tan\varphi}{\left[\frac{1}{\tan\beta}-\frac{1}{\tan\alpha}\right]\sin\beta}$$

Qual o β que leva ao F mínimo?

Simples com “Solver” de planilha eletrônica

Resistência mobilizada



$$T = S / F$$

$$T = (c'.L + N' \times \tan\varphi') / F$$

$$T = \left(\frac{c'}{F}.L + N' \times \frac{\tan\varphi'}{F}\right)$$

$$\frac{c'}{F} = c'_d = c'_m$$

coesão desenvolvida ou mobilizada

$$\frac{\tan\varphi'}{F} = \tan\varphi'_d$$

$$\frac{\tan\varphi'}{F} = \tan\varphi'_m$$

atrito desenvolvido ou mobilizado

$$T = (c'_d + N' \times \tan\varphi'_d)$$

Pesquisa de β_c baseada em c'_d e φ'_d

$$\frac{c_d}{\gamma \cdot H} = \frac{N_E}{F} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha - \beta) \cdot \text{sen}(\beta - \varphi_d)}{\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\varphi_d}$$

Pesquisa da superfície crítica

$$\frac{\partial F}{\partial \beta} = 0 \Rightarrow \beta = \beta_c = \frac{\alpha + \varphi_d}{2}$$

Solução analítica iterativa, não explícita em F

$$Com: \beta_c = \frac{\alpha + \varphi_d}{2}$$

iterativa na expressão

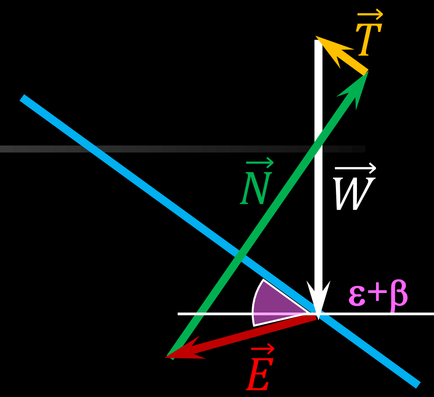
iterativa nos ábacos

iterativa nas planilhas

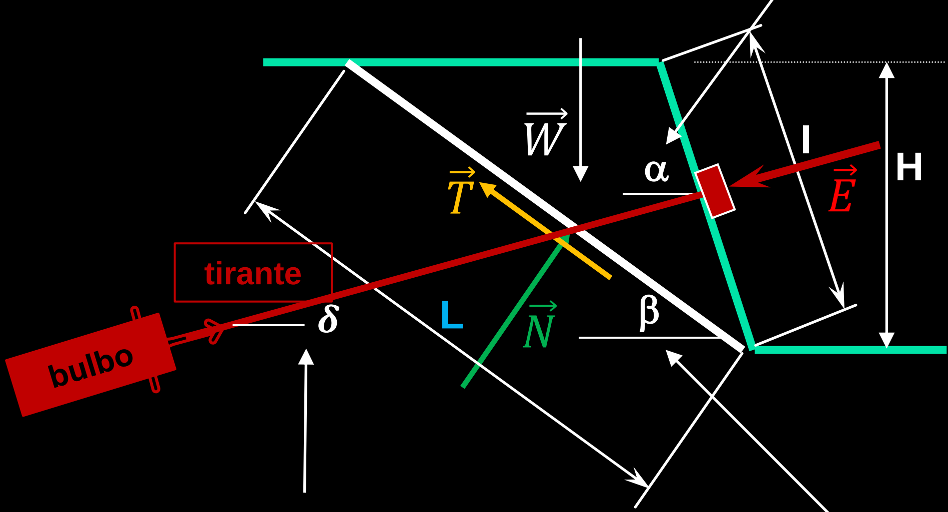
$$\frac{c_d}{\gamma \cdot H} = \frac{N_E}{F} = \frac{1 - \cos(\alpha - \varphi_d)}{4 \cdot \mathrm{sen}\, \alpha \cdot \cos \varphi_d}$$

Não vale para taludes com inclinação inferior a cerca de 60°

Talude íngreme com tirante



α = inclinação do talude

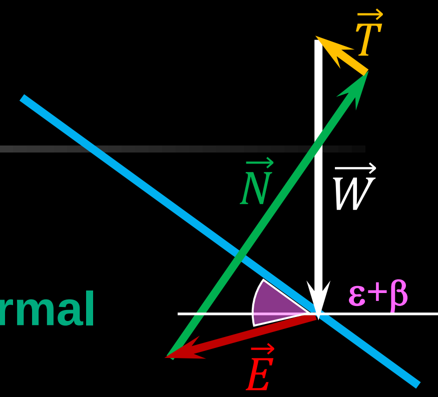


δ = inclinação do tirante com a horizontal

- Equilíbrio
- $\vec{W} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{E} = \vec{0}$
- Limite:
  T = S / F
  T = (c´.L + N´ . tanφ´) / F

β = inclinação da superfície de escorregamento (β_c para a crítica)

Equilíbrio limite com tirante



$$N - E\sin(\delta + \beta) - W\cos\beta = 0$$

$$N' = W\cos\beta - U + E\sin(\delta + \beta)$$

Equilíbrio na direção normal

$$T + E\cos(\varepsilon + \beta) = W\sin\beta$$

$$T = W\sin\beta - E\cos(\delta + \beta)$$

Equilíbrio na direção tangencial

$$T = \frac{S}{F} = \frac{cL + N'\tan\varphi}{F} = \frac{cL + [W\cos\beta - U + E\sin(\delta + \beta)]\tan\varphi}{F}$$

Limite

$$E = \frac{-c\dfrac{H}{\sin\beta} + FW\sin\beta - W\cos\beta\tan\varphi + U\tan\varphi}{[F\cos(\beta + \delta) - \sin(\beta + \delta)\tan\varphi]}$$

$$L = \frac{H}{\sin\beta}$$

$$E = \frac{F * W\sin\beta - c\dfrac{H}{\sin\beta} - W\cos\beta * \tan\varphi + U * \tan\varphi}{(F * \cos(\beta + \delta) + \sin(\beta + \delta) * \tan\varphi)}$$

Qual o β que leva ao E mánimo?

Simples com “Solver” de planilha eletrônica

(W = Peso da cunha com terrapleno horizontal)

$$W = \gamma A \qquad A = \frac{1}{2} L I \sin(\alpha - \beta) \qquad I = \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$A = \frac{1}{2} \frac{H}{sin\, \beta} \frac{H}{sin\, \alpha} [\sin \alpha \cos \beta - \sin(\beta) \cos \alpha]$$

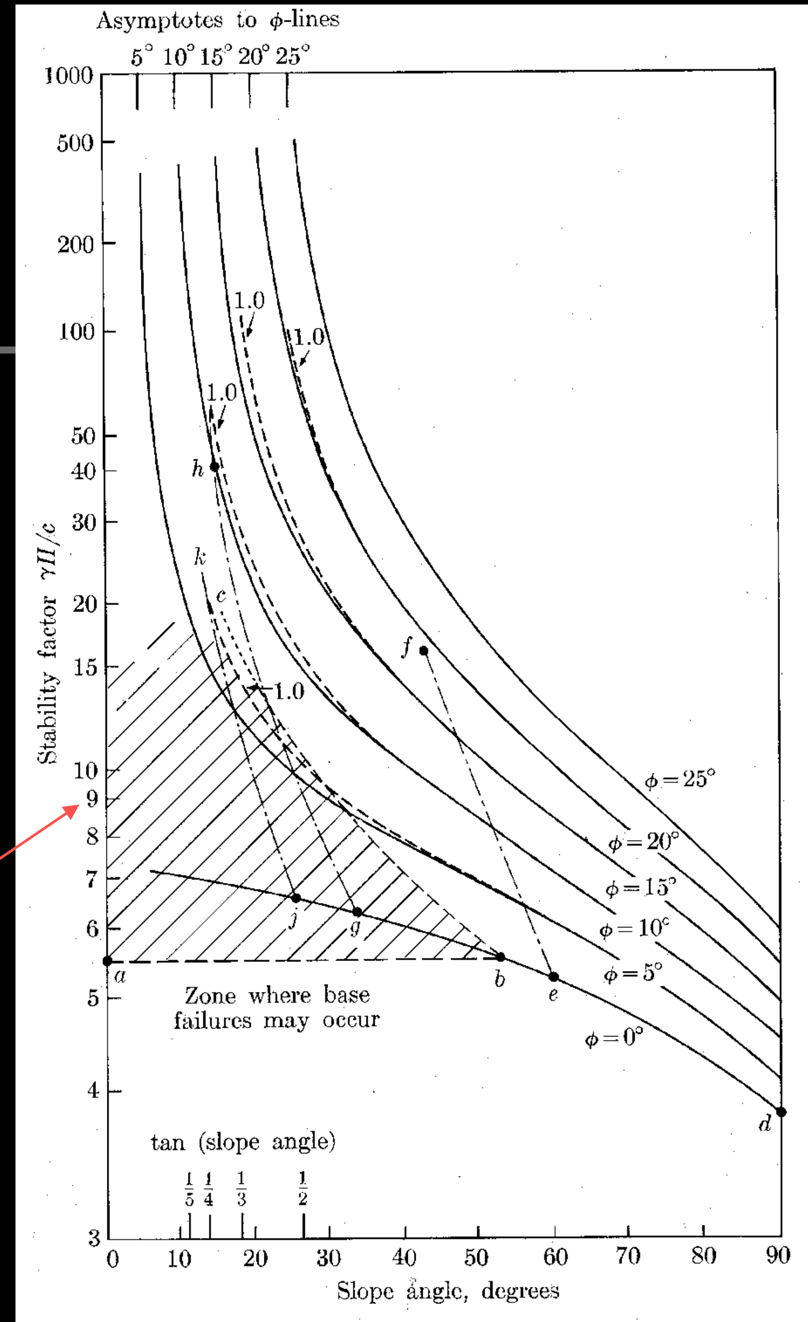
$$A = \frac{1}{2} H^2 \left[\frac{1}{\tan \beta} - \frac{1}{\tan \alpha} \right]$$

$$\boldsymbol{W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[\frac{1}{\tan \beta} - \frac{1}{\tan \alpha} \right]}$$

Talude genérico

Ábacos para pré-dimensionamento (também obtidos pelo processo de equilíbrio limite usual)

Ábacos de estabilidade de taludes (taludes em geral)



1 / N_E

O mesmo N_E, número de estabilidade, do talude infinito!

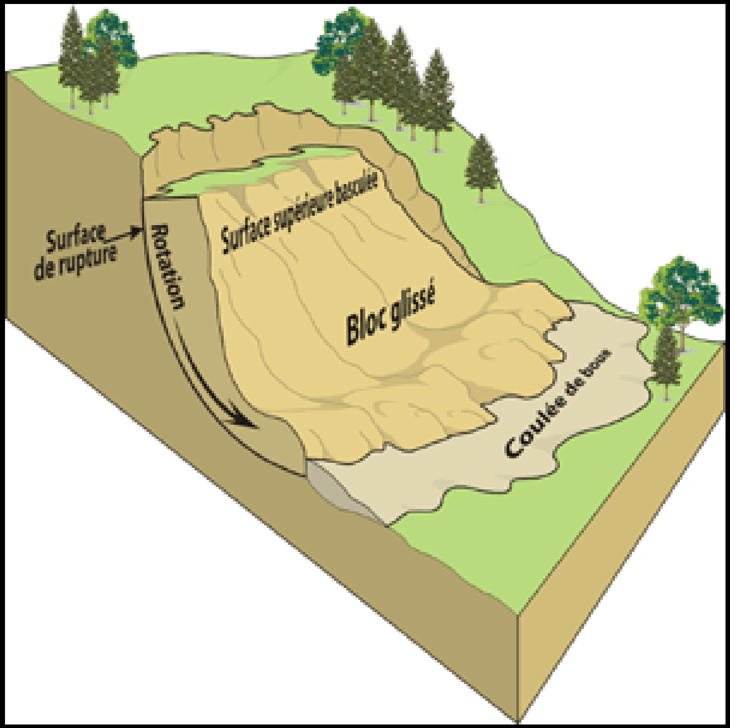
Talude genérico

Processos de análise de equilíbrio limite

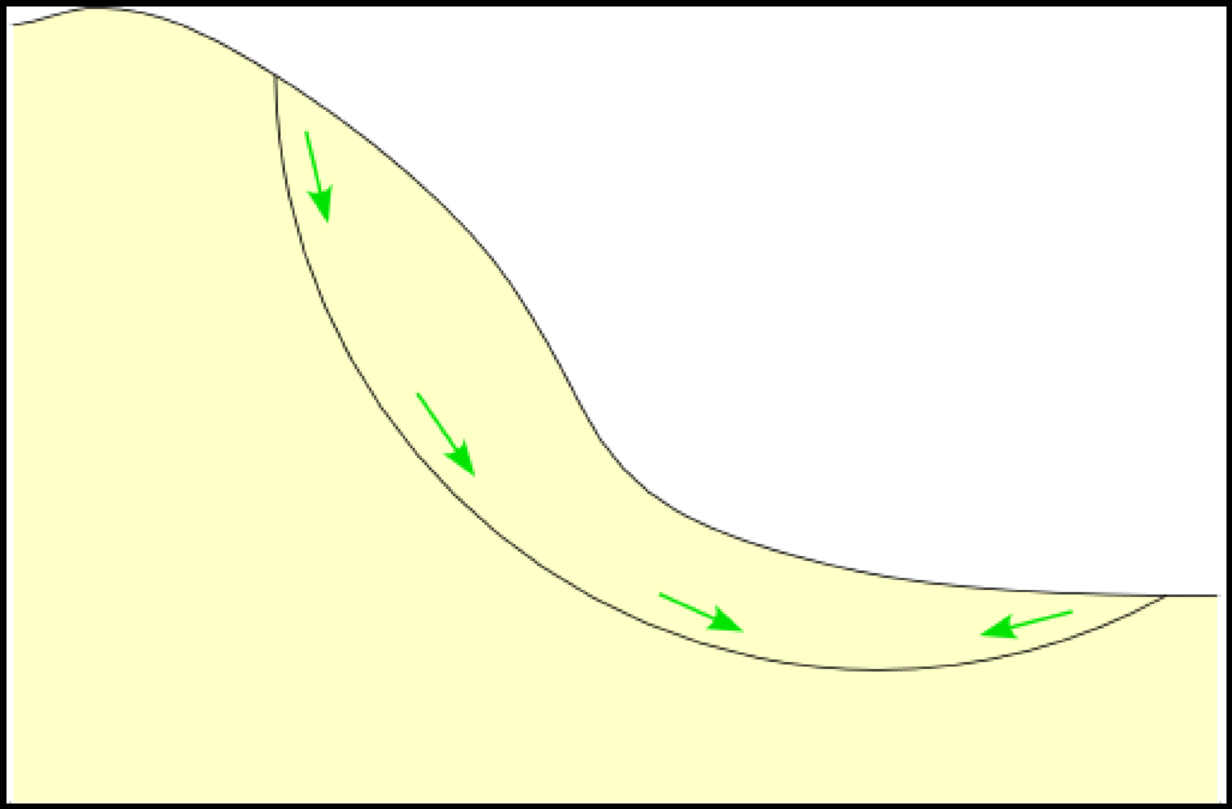
Análise de estabilidade
Processo do equilíbrio limite

- Identificar tipo de instabilidade (modo de ruína)
- Escolher superfície de escorregamento para análise
- Identificar massa em escorregamento delimitada pela superfície escolhida
- Identificar forças atuantes na massa
- Atribuir às tensões na superfície de escorregamento valor compatível com o critério de resistência (minorado por F)
- Escrever equações de equilíbrio
- Pesquisar superfície mais crítica

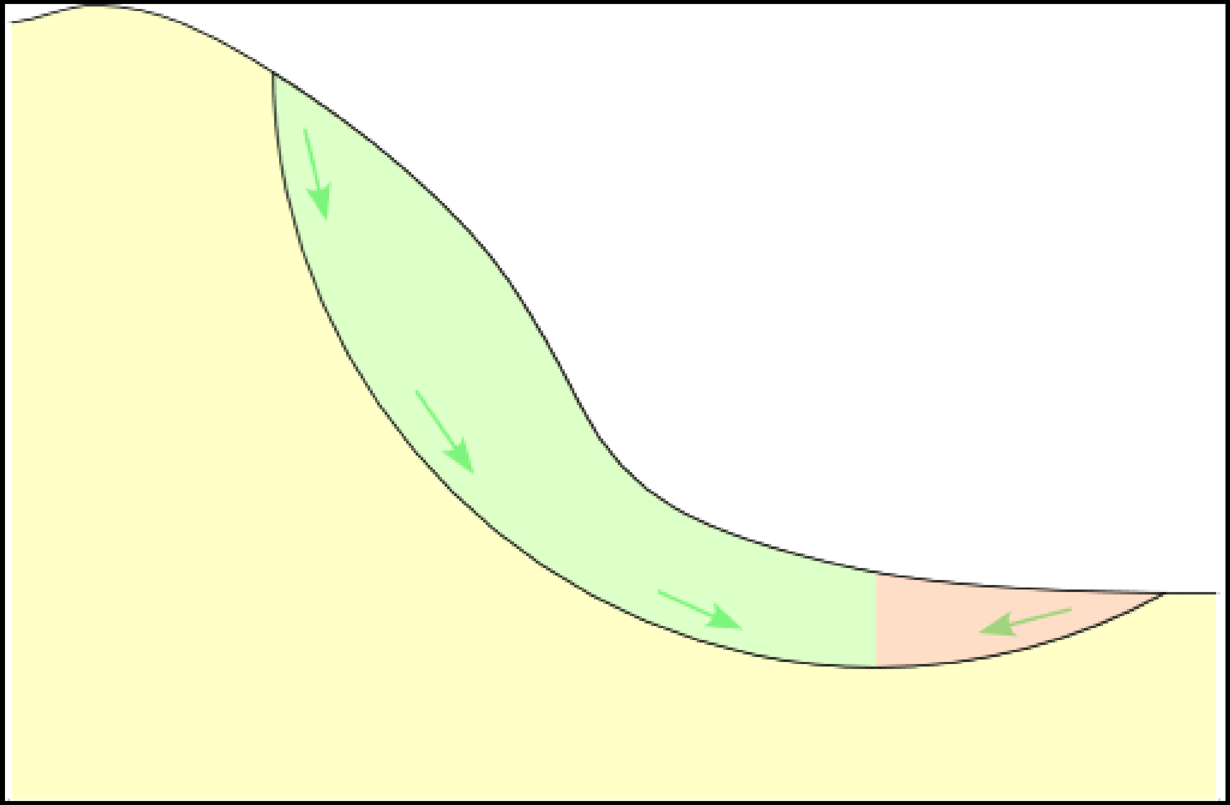
Escorregamento rotacional



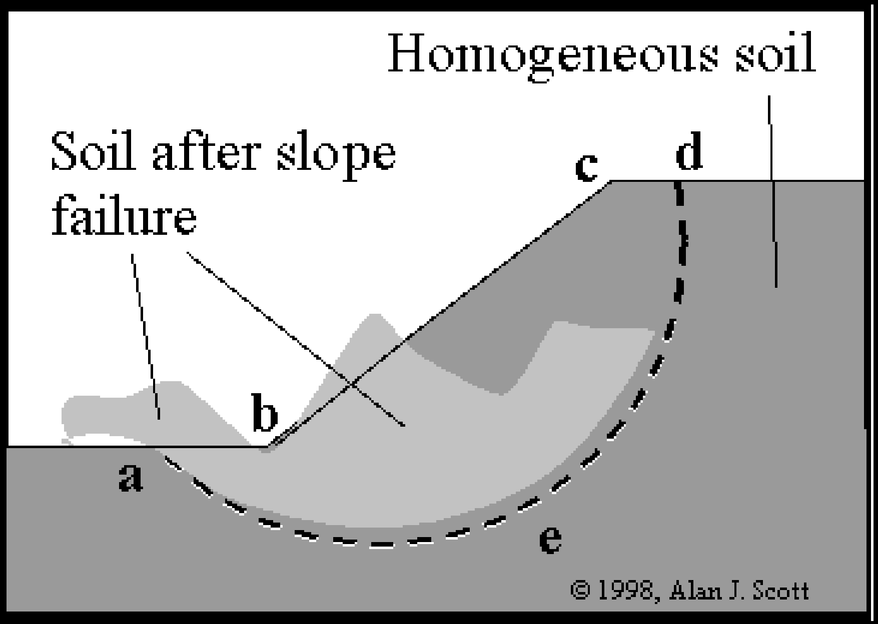
Escolher superfície para análise (2D?)

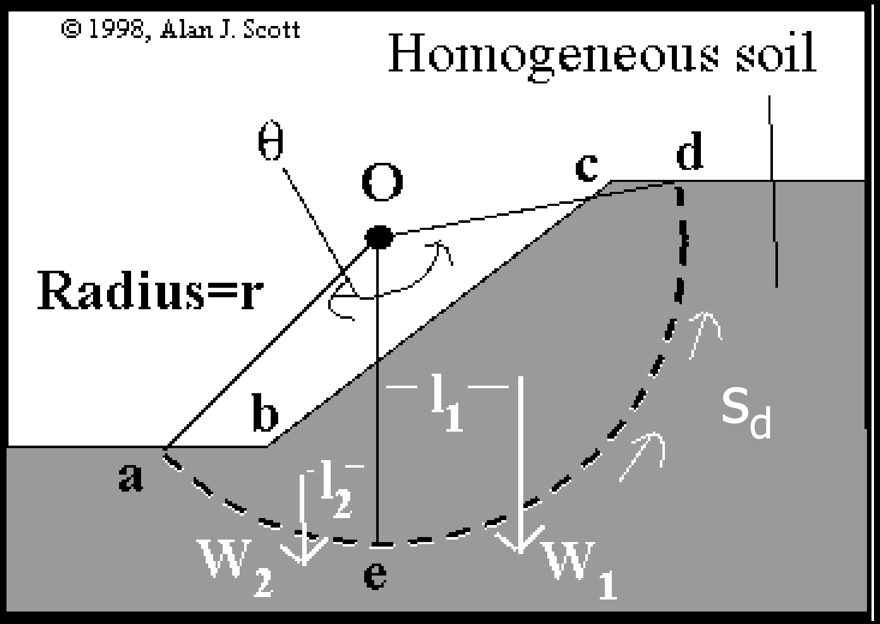


Massa em escorregamento

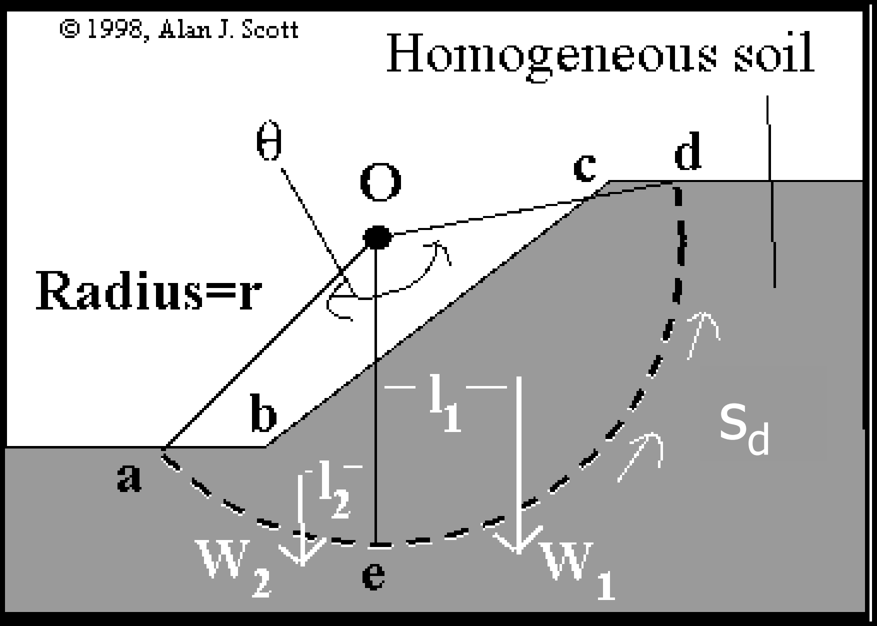


Forças atuantes na massa



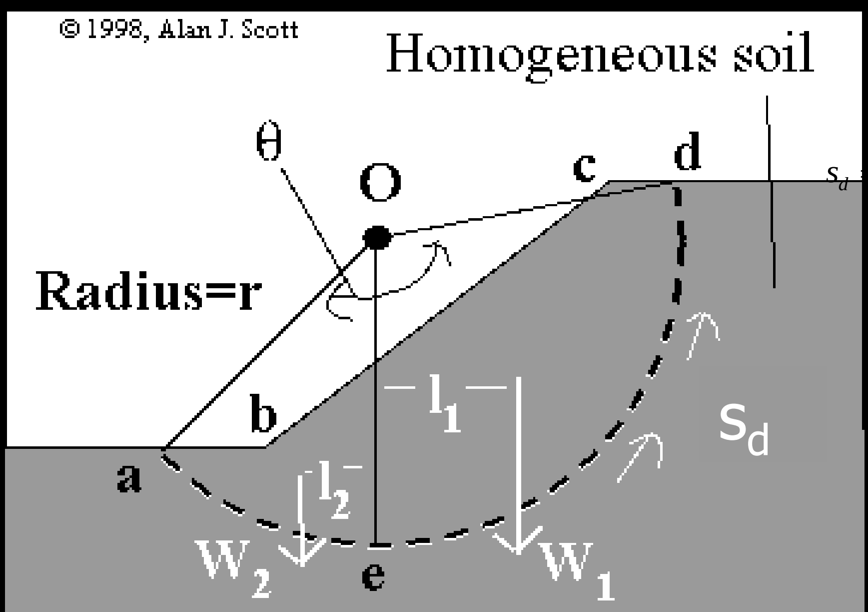


Tensão de cisalhamento na superfície = resistência / F



$$s_d = s / F$$

De acordo com a situação, resistência / F pode ser...



$$s_d = \begin{cases} s_u / F \\ \text{ou} \\ c' / F + \sigma' (tg\ \varphi') / F \end{cases}$$

Equações de equilíbrio da massa

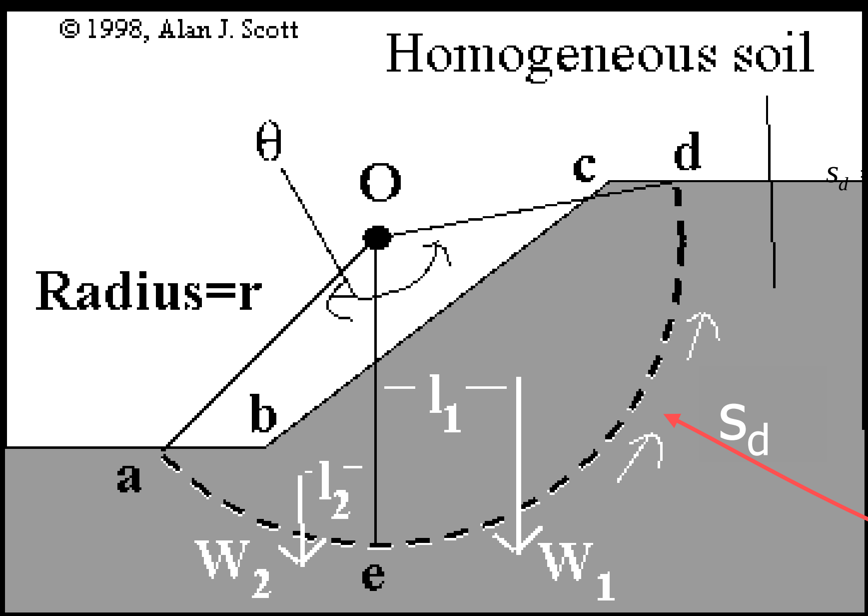
- Equilíbrio de forças na direção vertical
- Equilíbrio de forças na direção horizontal
- Equilíbrio de momentos
  - $M_S = W_1 \ell_1 - W_2 \ell_2$
  - $M_D = M_R/F = s_d$ (arco) x 1 x r
  - Equilíbrio limite: $M_S = M_D$

Equilíbrio de momentos da massa

- $M_S = W_1\,\ell_1 - W_2\,\ell_2$
- $M_D = M_R/F = s/F\,(\theta \times r) \times 1 \times r$
- Equilíbrio limite: $M_S = M_D$
- $F = \dfrac{M_R}{M_S}$

$$F = \frac{s\theta r^2}{W_1\ell_1 - W_2\ell_2}$$

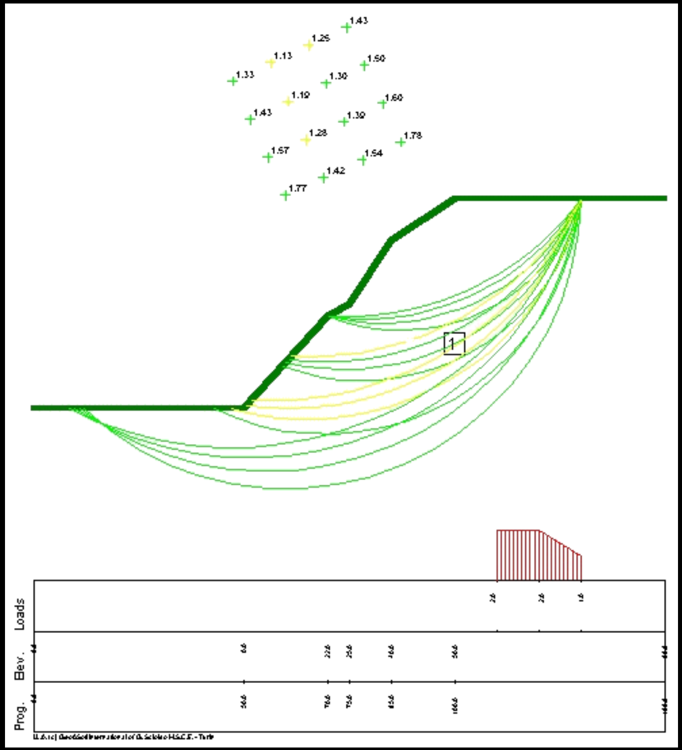
Superfície analisada é a mais crítica?

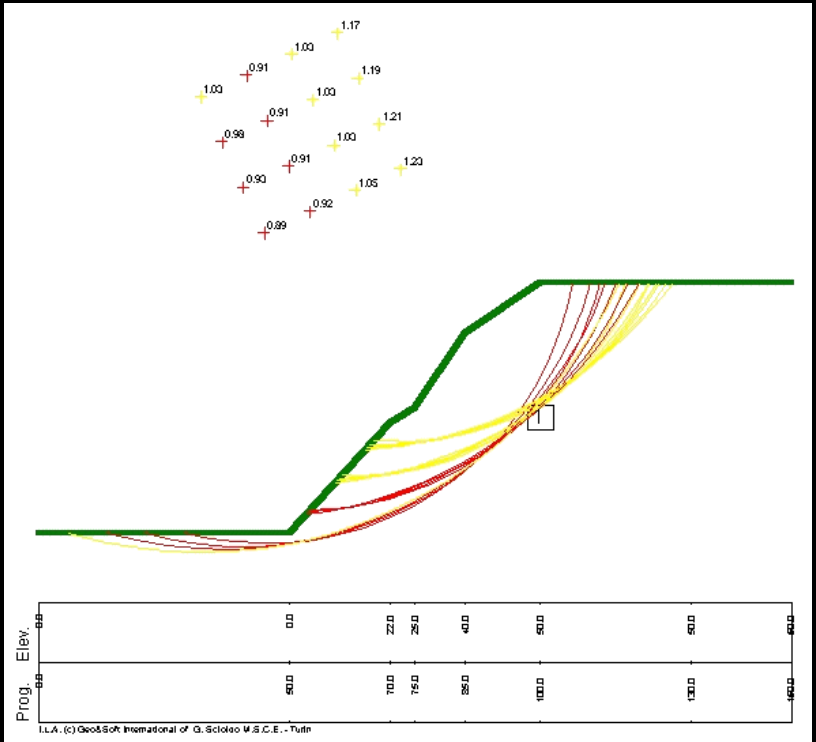


$$F = \frac{s\theta r^2}{W_1\ell_1 - W_2\ell_2}$$

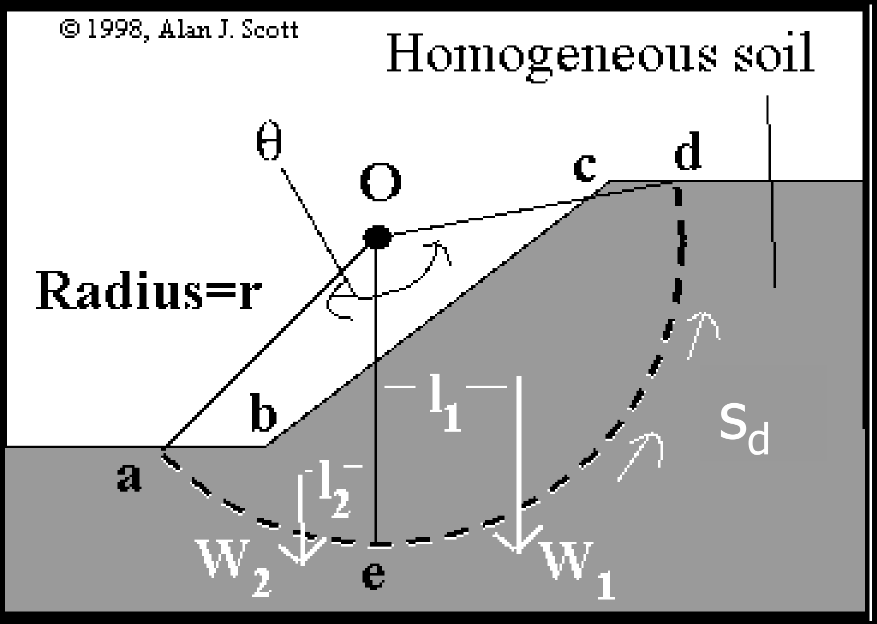
Necessário pesquisar superfície de mínimo F

Pesquisar superfície crítica ($F_{mín}$)



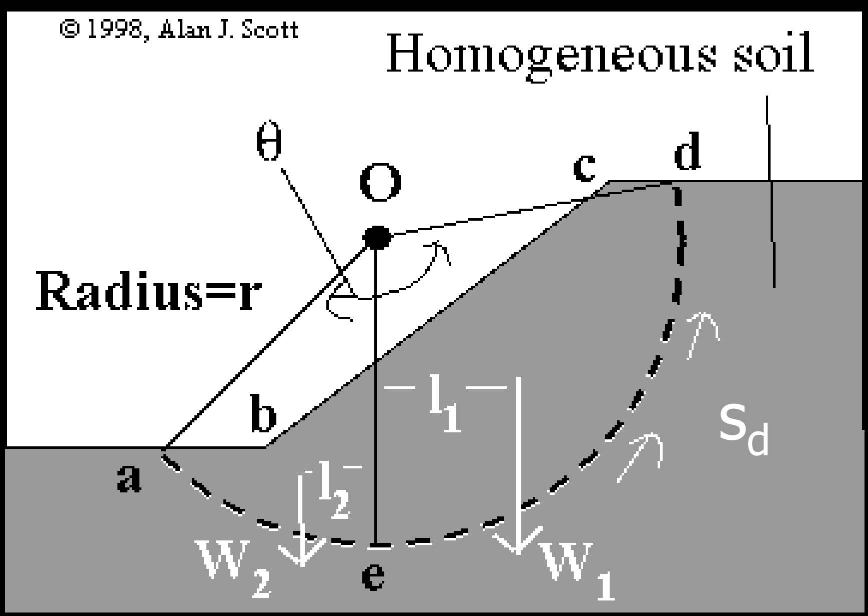


Massa precisa ser dividida em fatias (lamelas)?



$$s_d = s / F$$

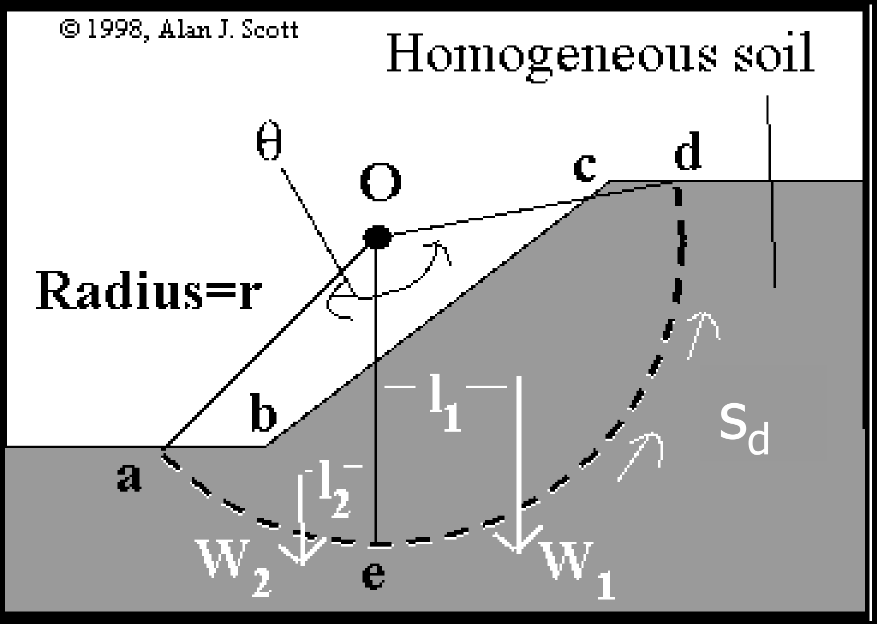
Massa precisa ser dividida em fatias (lamelas)?



$$s_d = s / F$$

Fatias só se a resistência (s) depender da tensão normal

Talude genérico com s = s_u

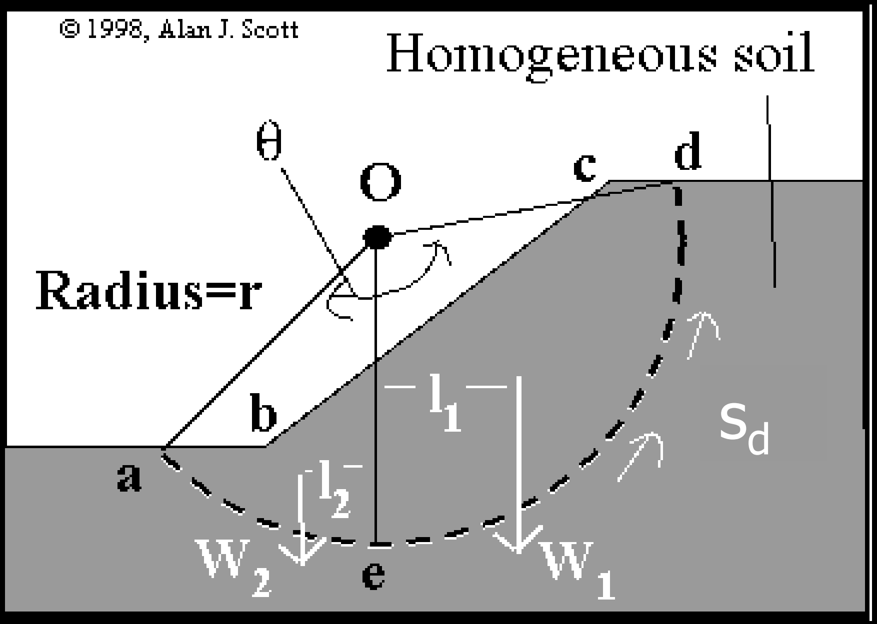


$$F = \frac{s\theta r^2}{W_1\ell_1 - W_2\ell_2}$$

Se s = s_u (s não depende de atrito)...

Desnecessário calcular força normal

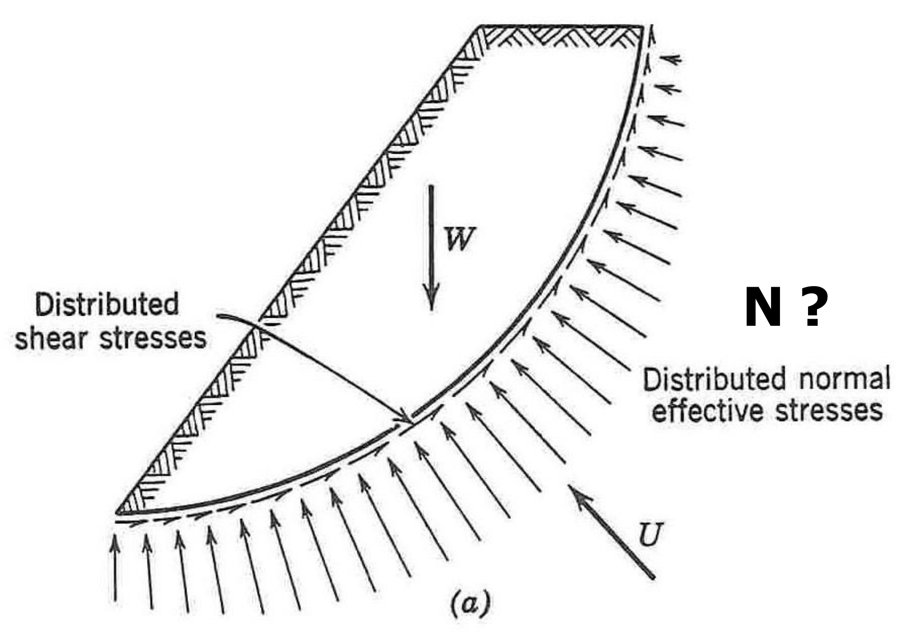
Mas se s depende do atrito (e, portanto, da tensão normal)...

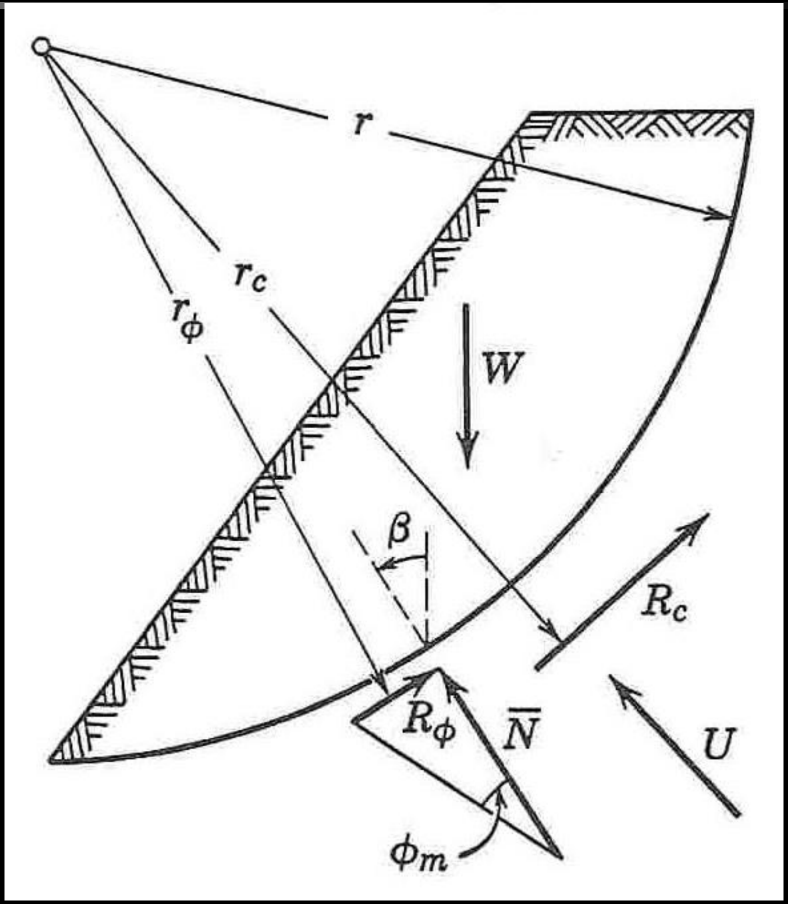


s_d = c′ / F + σ’ (tg φ’) / F

Lamelas para calcular força normal

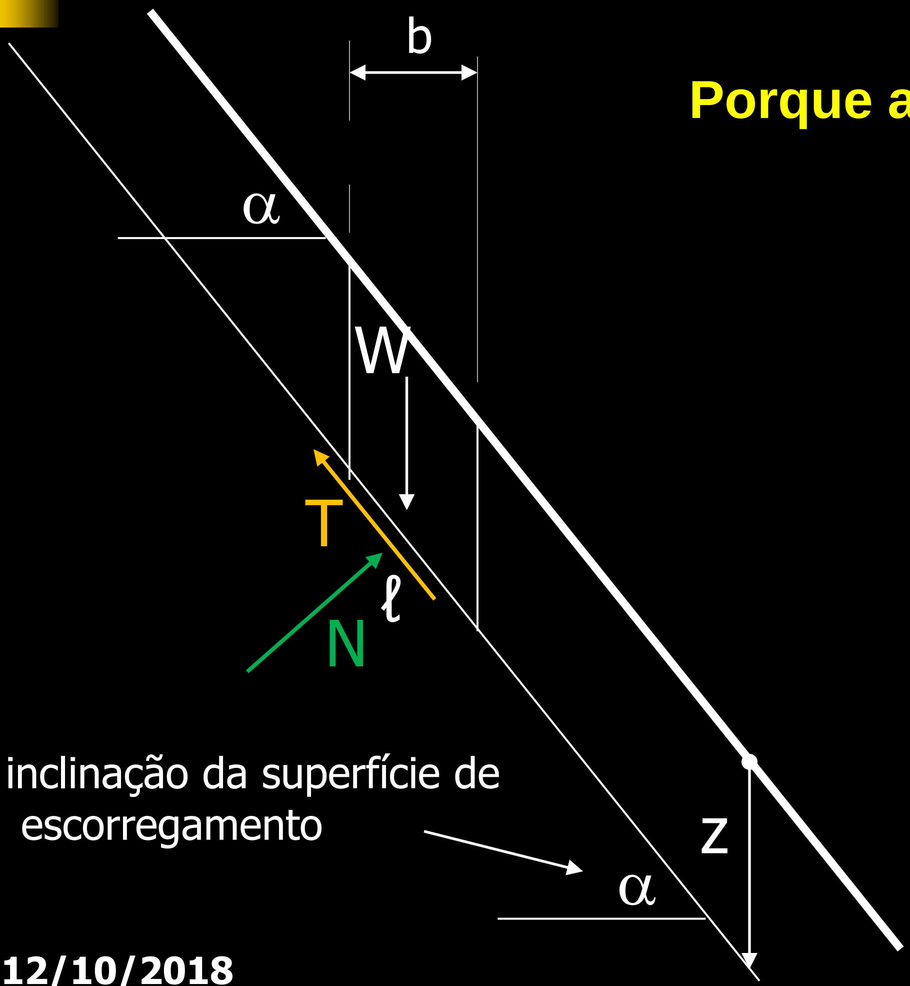
Qual a força normal resultante na massa em escorregamento?

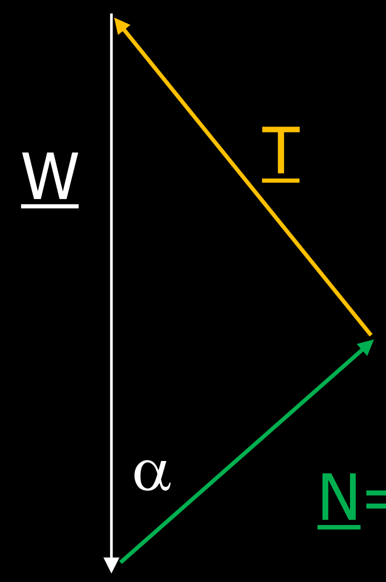




Não havia problema em talude infinito

Porque a direção de N era conhecida!





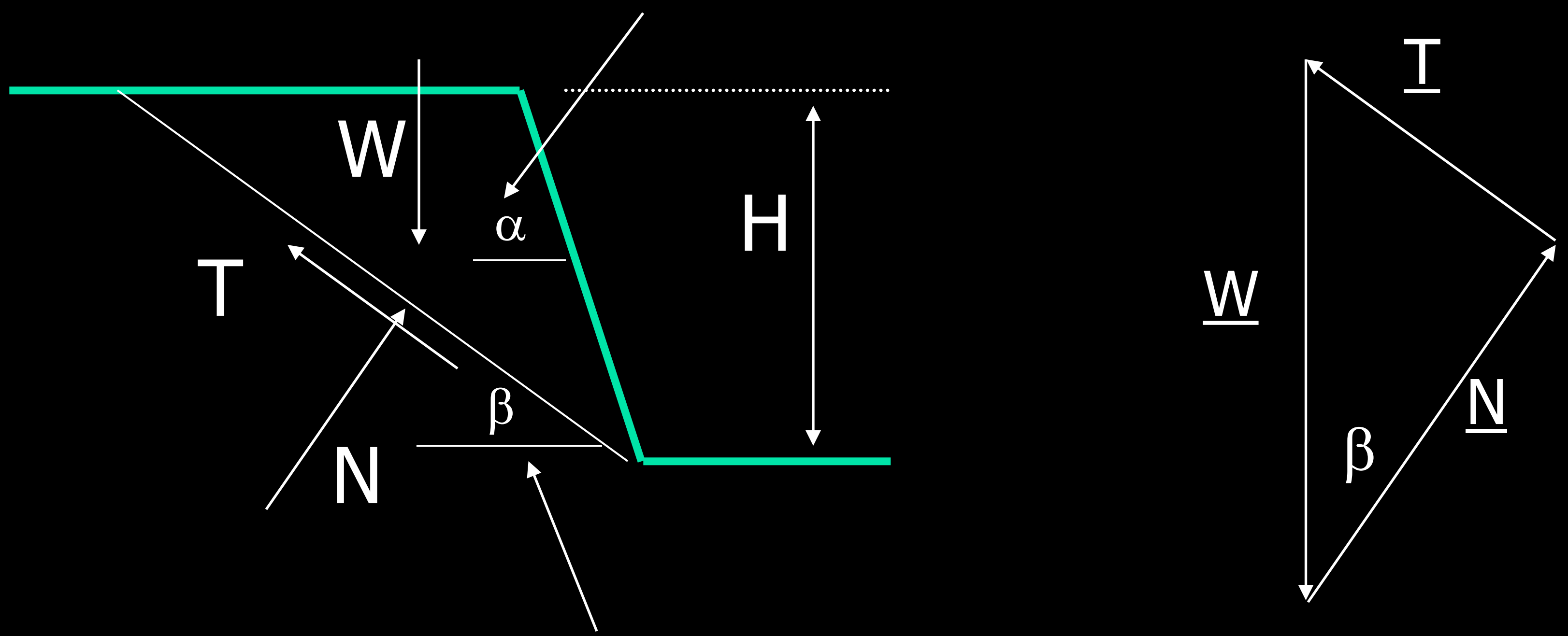
N=N'+U

α = inclinação da superfície de escorregamento

Não havia problema em talude íngreme

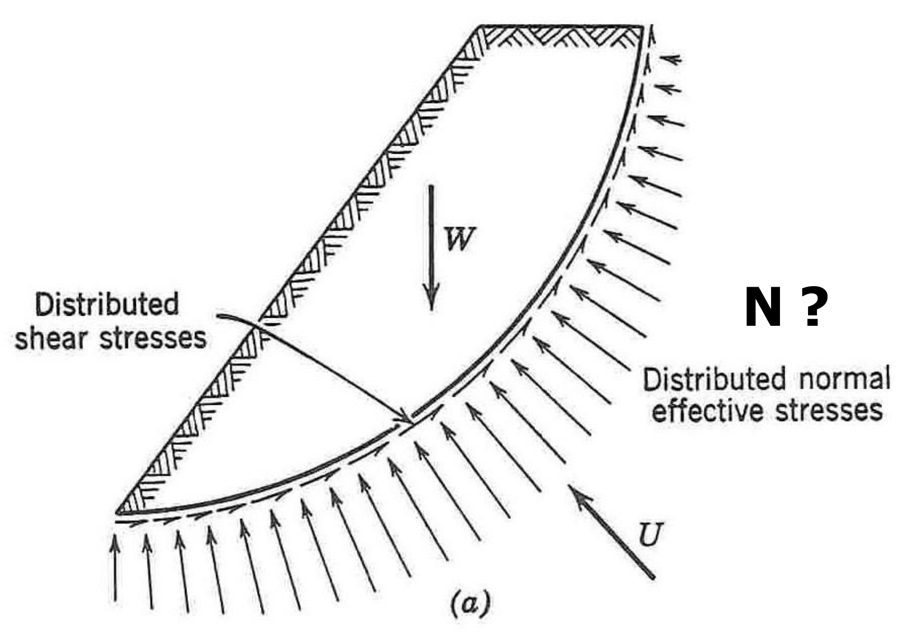
α = inclinação do talude

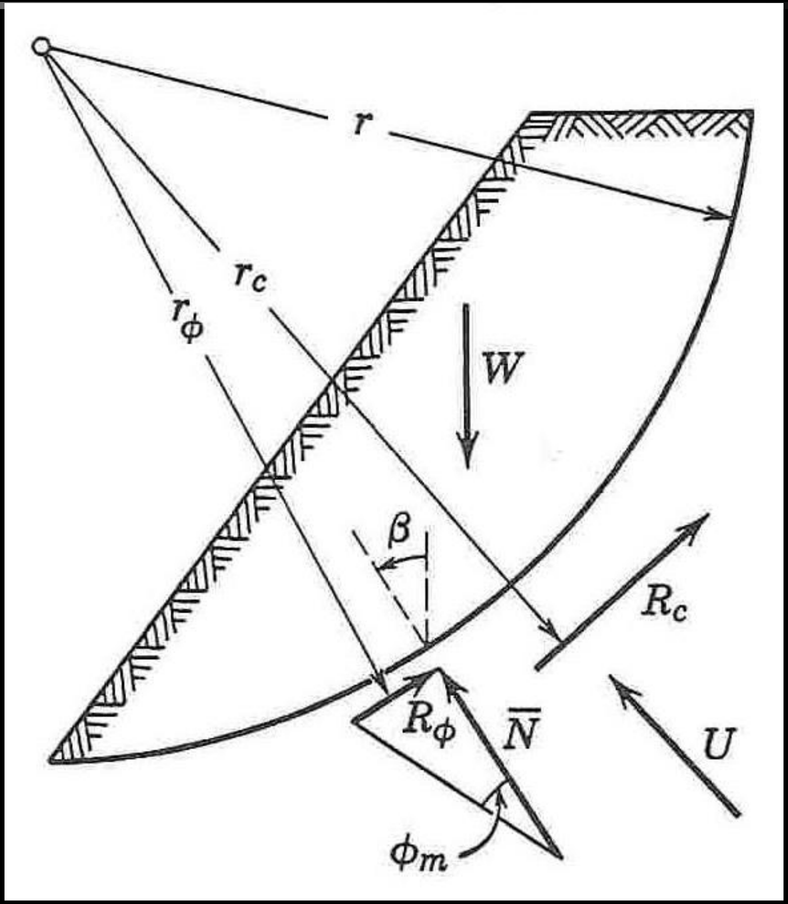
Porque a direção de N era conhecida!



β = inclinação da superfície de escorregamento (β_c para a crítica)

Qual a força normal resultante na massa em escorregamento?

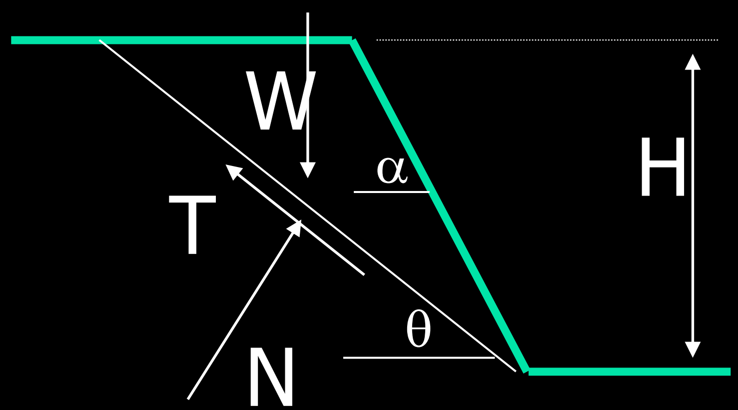


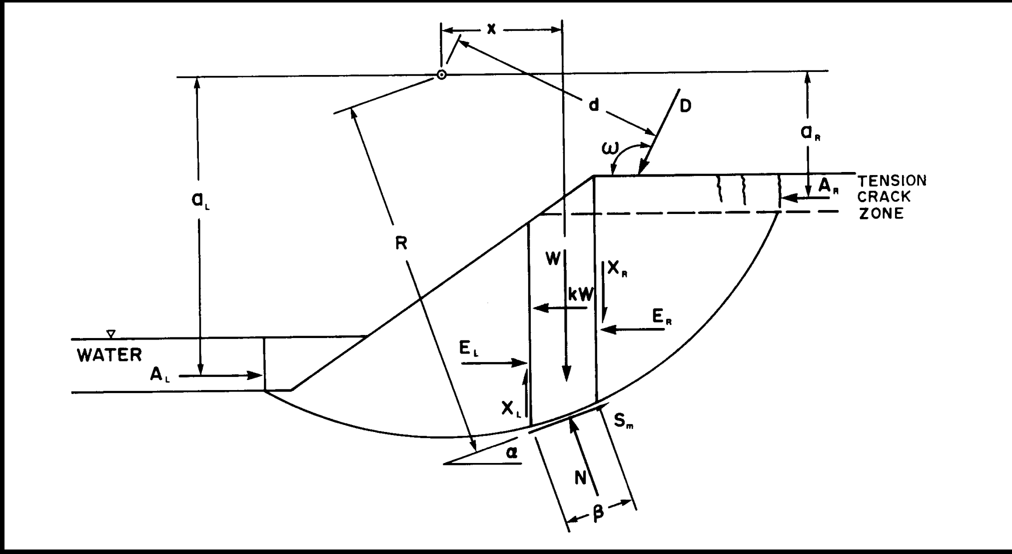


SOLUÇÃO:

Dividir em Lamelas

Lamelas: essencialmente para estimar as forças normais

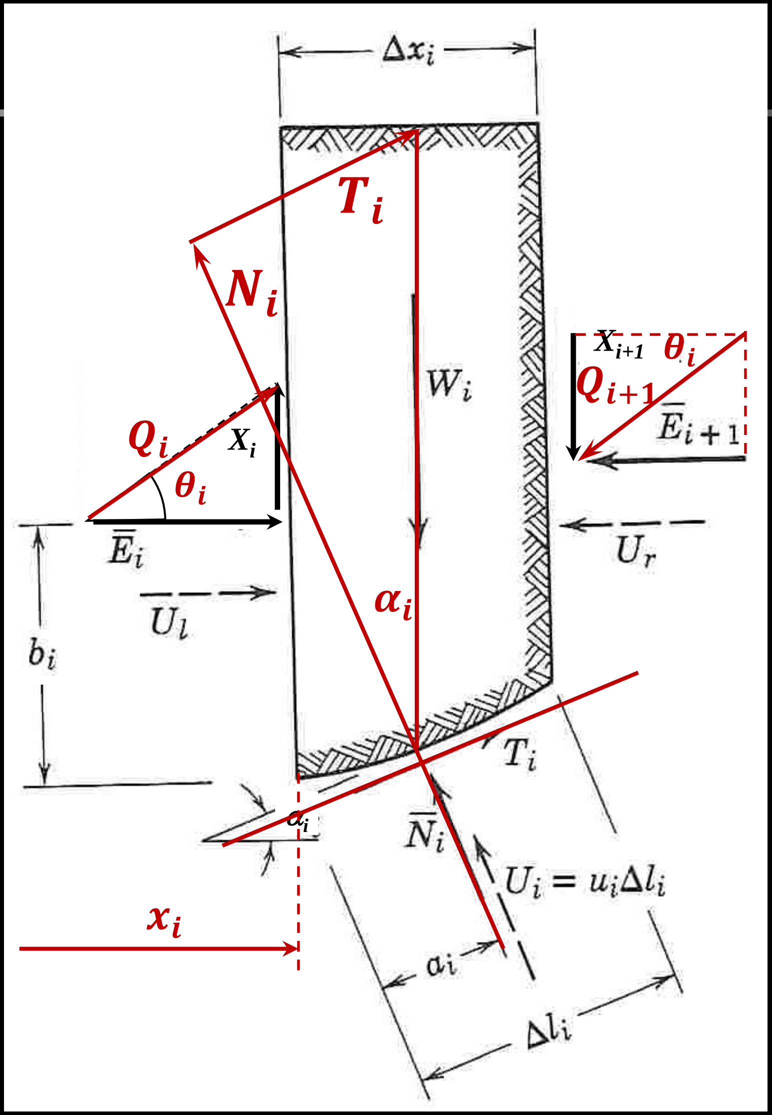




Lamelas desnecessárias

Lamelas necessárias

Forças atuantes na lamela i



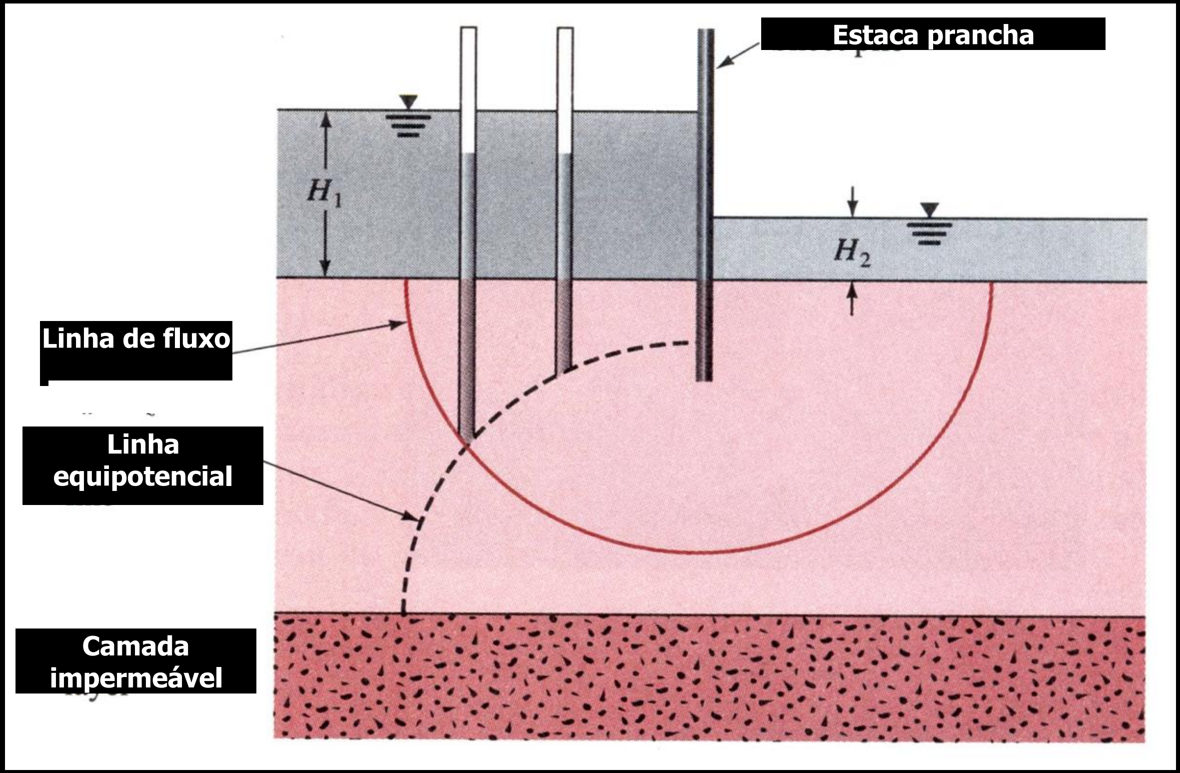
Forças interlamelares:

Q_i e sua direção (θ_i) ou suas componentes horizontal e vertical

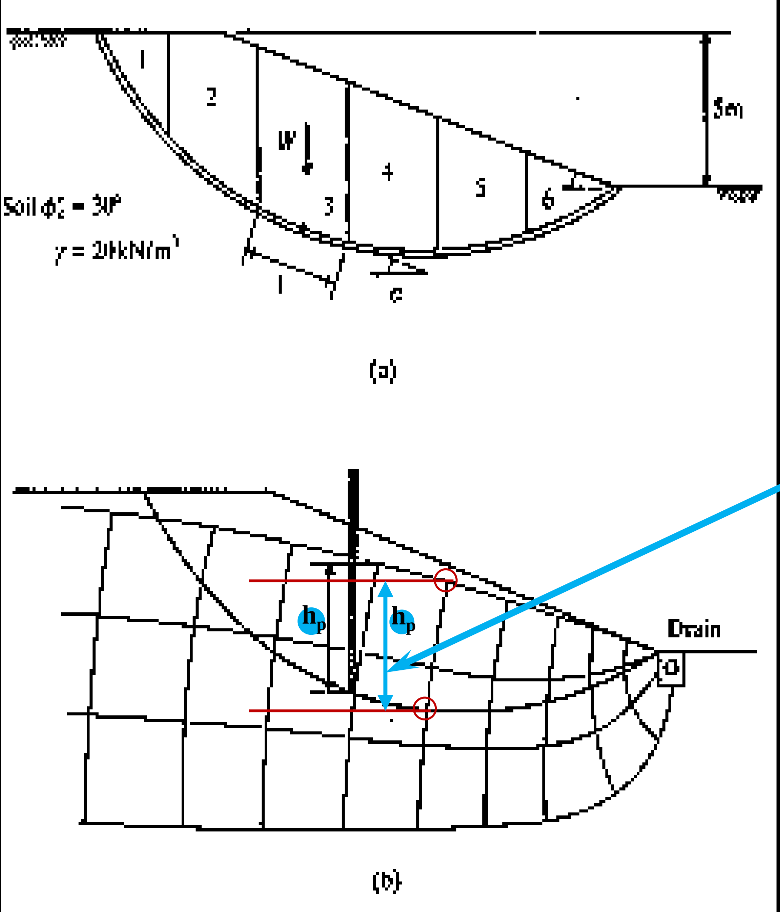
$$T_i = S_{d_i} = \frac{S_i}{F}$$

Pressões neutras em qualquer análise de fluxo (e de estabilidade drenada)

- Se forem colocados piezômetros ao longo de uma equipotencial, os níveis de água serão os mesmos em todos eles.
- Isto significa que a carga total é constante ao longo de uma equipotencial.

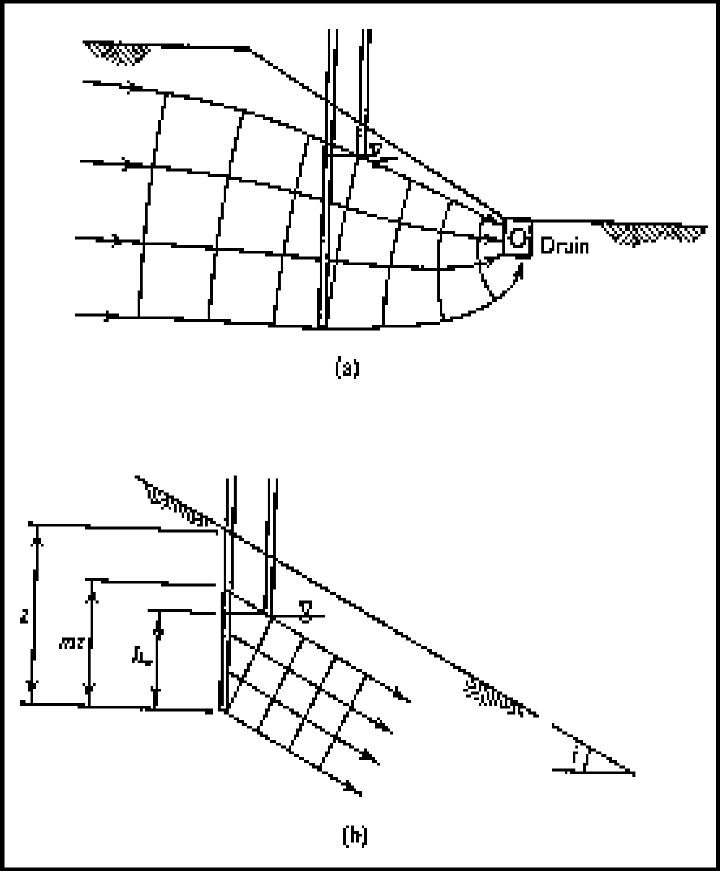


Pressões neutras no processo das lamelas

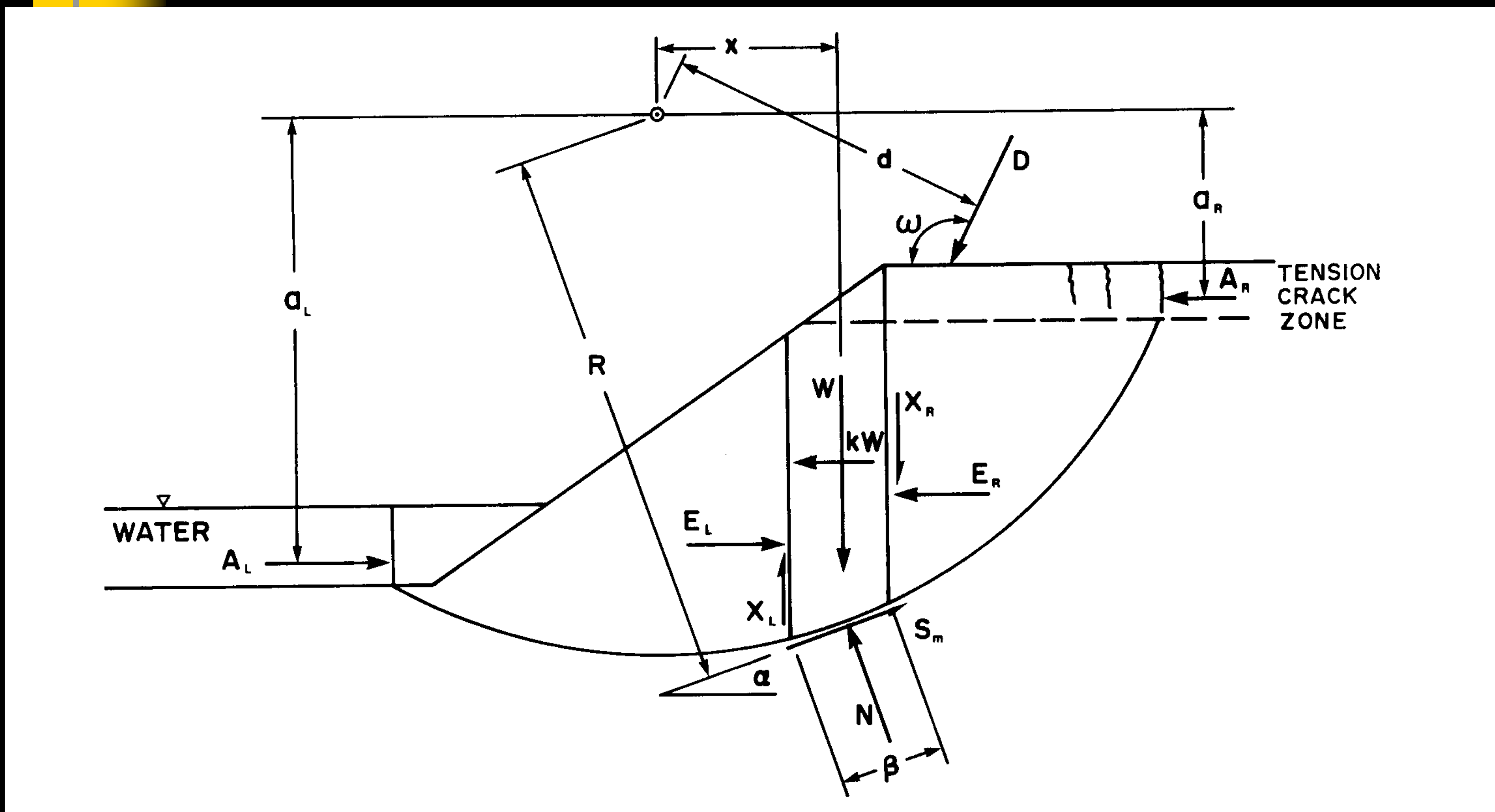


Não esquecer das pressões neutras na superfície de escorregamento!

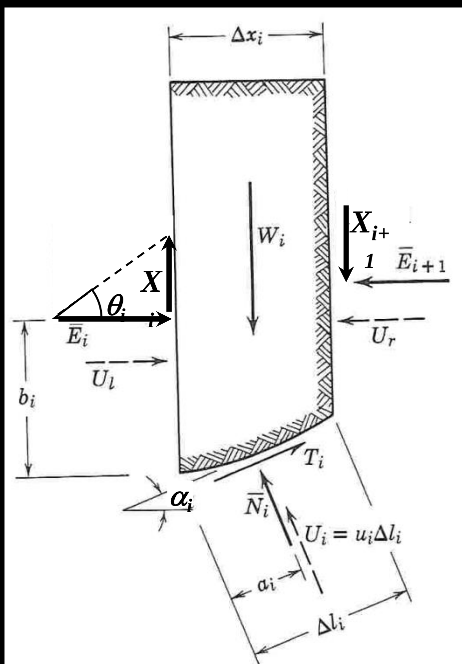
Determinação (usual) das pressões neutras de percolação



Forças em uma lamela: superfície circular



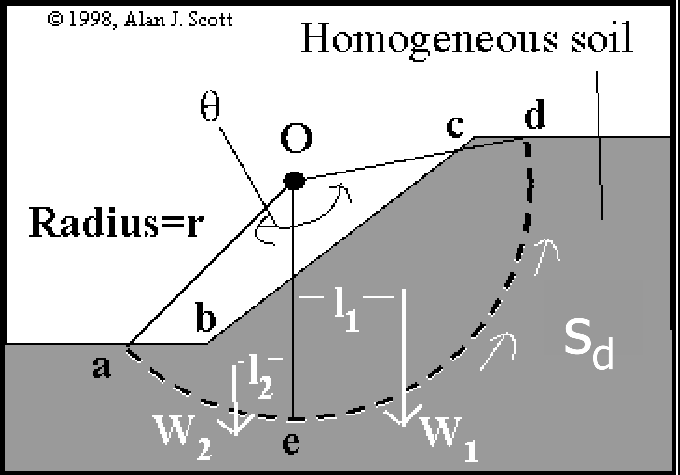
Problema hiperestático: Incógnitas > Equações



Incógnitas			Equações Disponíveis	
Tipo	Número	Sub-Total	Tipo	Número
$\bar{N}$	n	$3n-1$	equilíbrio de forças	$2n$
F	1			
$\bar{E}$	$n-1$			
X (ou θ)	$n-1$			
a	n	$2n-1$	equilíbrio de momentos	n
b	$n-1$			
nº total de incógnitas		$5n-2$	*nº total de equações*	$3n$

- **n = 1, lamela (ou cunha) única**
- **Mais hipóteses simplificadoras**
- **Introdução da rigidez do material para cálculo tensão-deformação**

Equilíbrio de momentos da massa (sem lamelas)



- $M_S = W_1\,\ell_1 - W_2\,\ell_2$
- $M_D = M_R/F = s_d\,(\theta \times r) \times 1 \times r$
- Equilíbrio limite: $M_S = M_D$
- $F = \dfrac{M_R}{M_S}$

$$F = \frac{s\theta r^2}{W_1\ell_1 - W_2\ell_2}$$

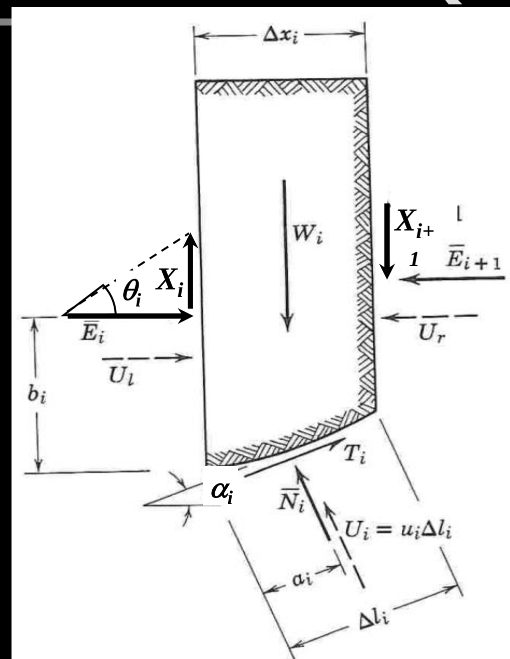
s não depende de **σ' (e *N'*)**

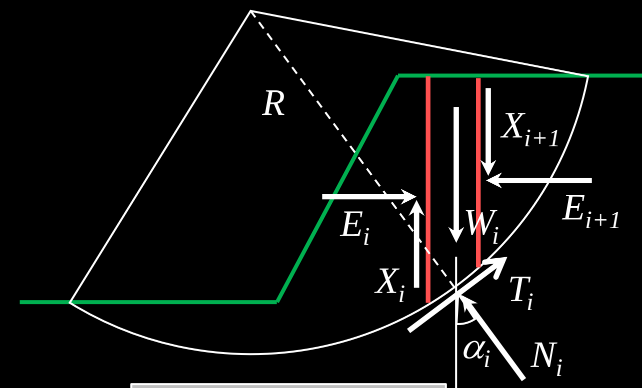
Equilíbrio de momentos da massa (com lamelas)

$$M_S = \sum W_i R \sin \alpha_i$$

$$M_R = \sum S_i R$$

$$M_D = \sum T_i R = \sum \frac{S_i}{F} R$$





$$\overline{N}_i = N_i - U_i$$

Equilíbrio limite: M_S=M_D

$$F = \frac{M_R}{M_S}$$

$$F = \frac{\sum S_i}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

O único problema é mesmo **determinar *N_i***

$$S_i = \overline{c}_i \Delta l_i + \overline{N}_i \tan \overline{\varphi}_i$$

Comparação dos processos de lamelas (resumo)

- Semelhanças
  - Todos fazem equilíbrio em cada lamela para estimar a força normal na base
  - Todos fazem alguma hipótese simplificadora (umas mais realistas, outras menos) sobre as forças nas faces laterais das lamelas
  - Todos escrevem uma ou mais equações de equilíbrio de toda a massa para estimar F

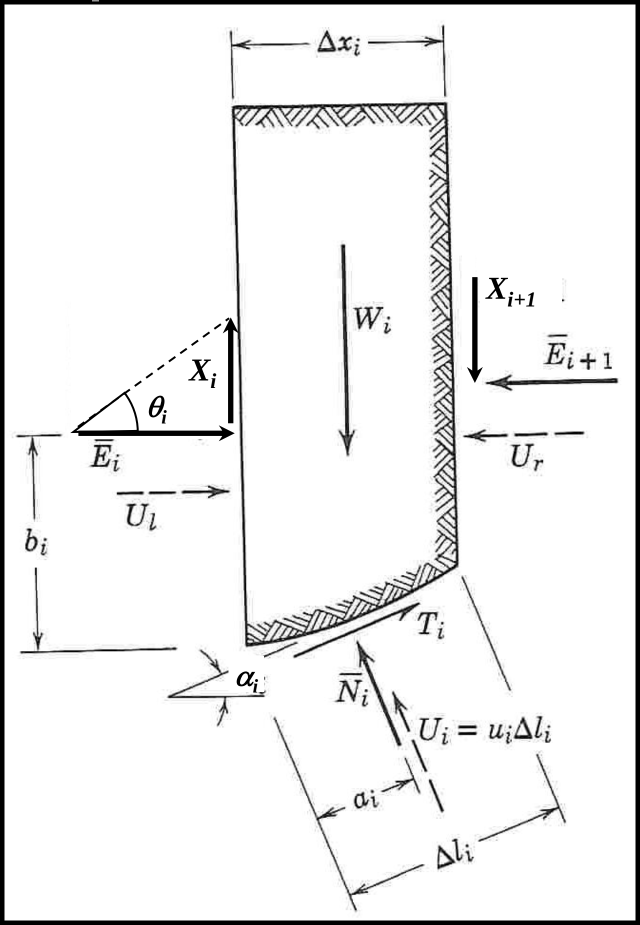
- Diferenças

Forças na direção normal à base	Fellenius
Forças na vertical	Bishop, Janbu
Equilíbrio completo	Spencer, M&P

Fellenius	Resultante paralela à base
Bishop, Janbu	Resultante horizontal
Spencer	Direção constante (calculada)
M&P	Direção variável definida por função

Só momento	Fellenius, Bishop
Só força horizontal	Janbu
Forças e momento	Spencer, M&P

Processo de Fellenius (hipótese e consequência)



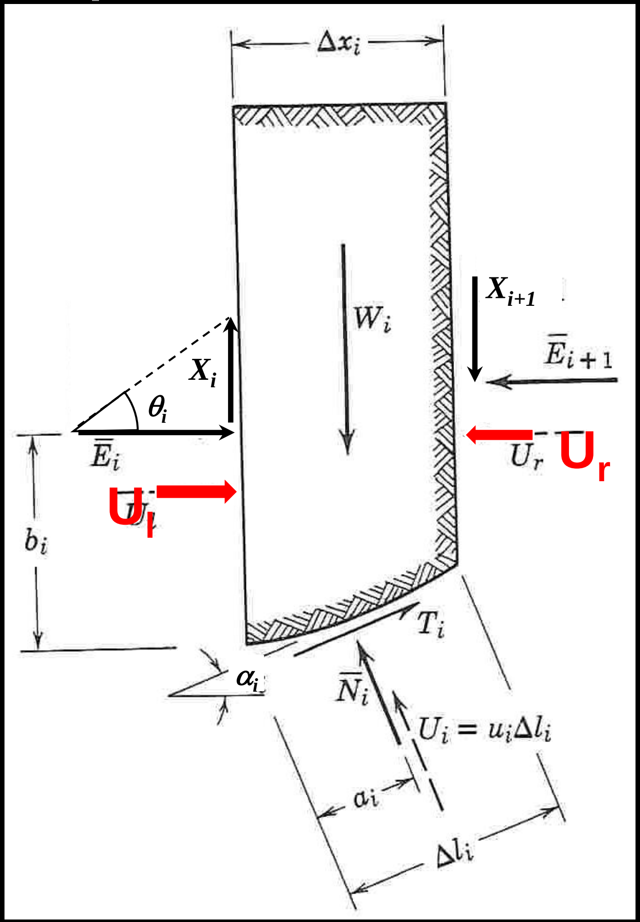
Hipótese simplificadora adicional:

$(\overrightarrow{E_i} + \overrightarrow{X_i} + \overrightarrow{E_{i+1}} + \overrightarrow{X_{i+1}}) = \overrightarrow{B_i}$ é paralela à base da lamela (não tem componente radial)

Consequência conveniente:

Equilíbrio de forças na direção normal à base da lamela $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ *N* independe das forças inter-lamelares (e de *T*!)

Processo de Fellenius (outras consequências)



Hipótese inclui *U* nas interfaces!

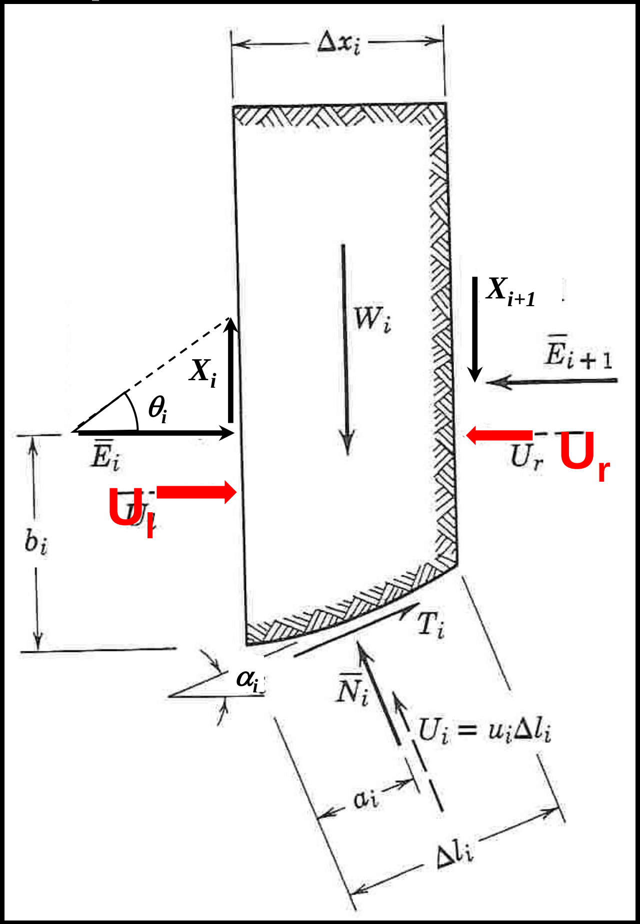
$(\overrightarrow{E_i} + \overrightarrow{X_i} + \overrightarrow{E_{i+1}} + \overrightarrow{X_{i+1}}) = \overrightarrow{B_i}$ é paralela à base da lamela (não tem componente radial)

Consequência indesejável:

Componentes radiais das pressões neutras <u>horizontais</u> também são ignoradas!

Quanto maiores, maior o erro no F: de maneira geral 5% a 15% a favor da segurança.

Processo de Fellenius (equações resultantes)



Equilíbrio na direção radial:

$$\overline{N}_i + U_i = W_i \cos\alpha_i$$

$$\Delta l_i = \frac{\Delta x_i}{\cos\alpha_i}$$

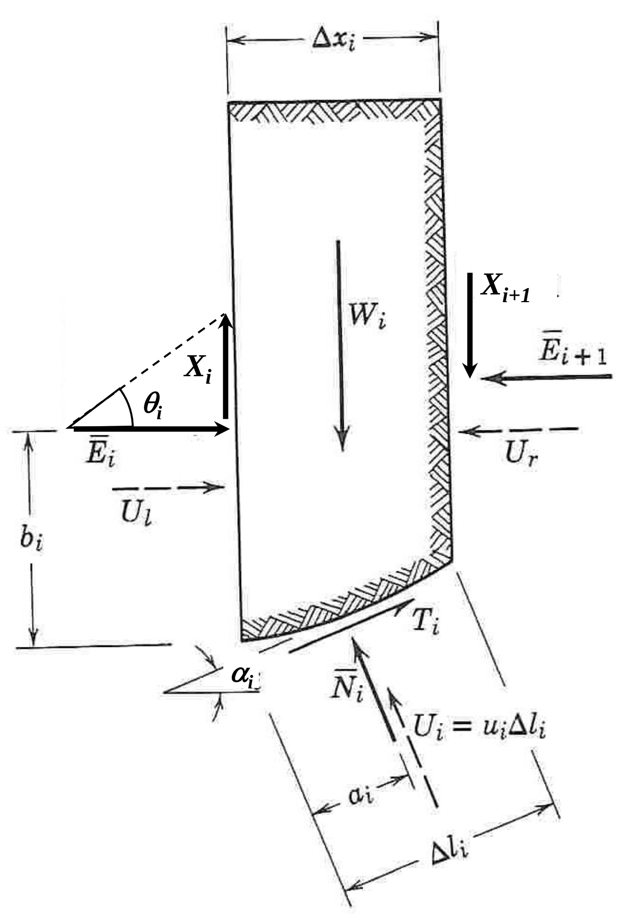
$$\overline{N}_i = W_i \cos\alpha_i - u_i \Delta l_i$$

Lembrando que (slide 107):

$$F = \frac{\sum S_i}{\sum W_i \sin\alpha_i}$$ e $$S_i = \bar{c}_i \Delta l_i + \overline{N}_i \tan\overline{\varphi}_i$$

$$F = \frac{\sum\left[\bar{c}_i \Delta l_i + (W_i \cos\alpha_i - u_i \Delta l_i)\tan\overline{\varphi}_i\right]}{\sum W_i \sin\alpha_i}$$

Processo de Bishop
(hipótese e consequência)



Hipótese simplificadora adicional:

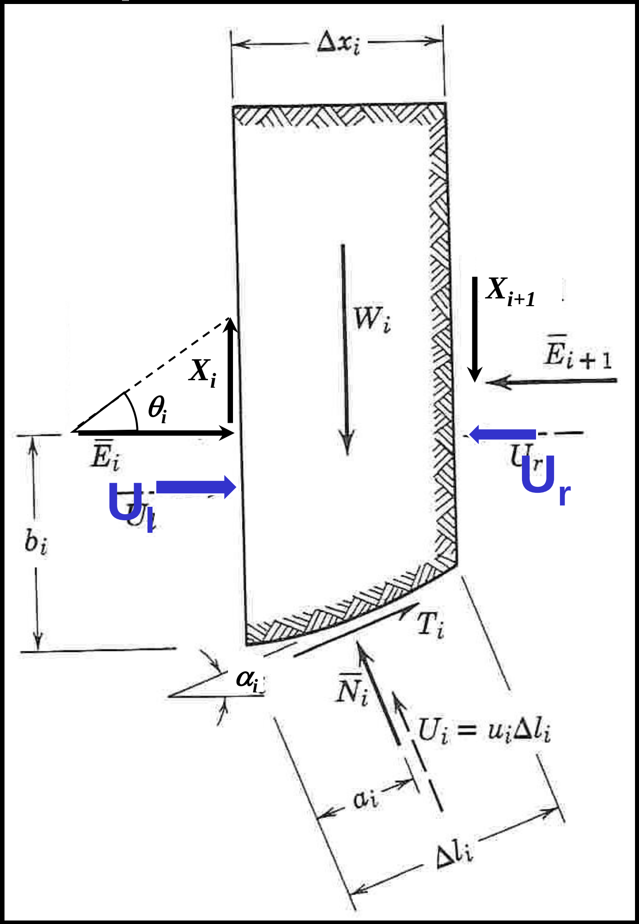
$(\overrightarrow{E_i} + \overrightarrow{X_i} + \overrightarrow{E_{i+1}} + \overrightarrow{X_{i+1}}) = \overrightarrow{B_i}$ é horizontal (não tem componente vertical)

Consequências:

$\overrightarrow{X_i} + \overrightarrow{X_{i+1}} = \overrightarrow{0}$

Equilíbrio de forças na direção vertical $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ *N* independe das forças inter-lamelares (mas não de *T*!)

Processo de Bishop
(outra consequência)

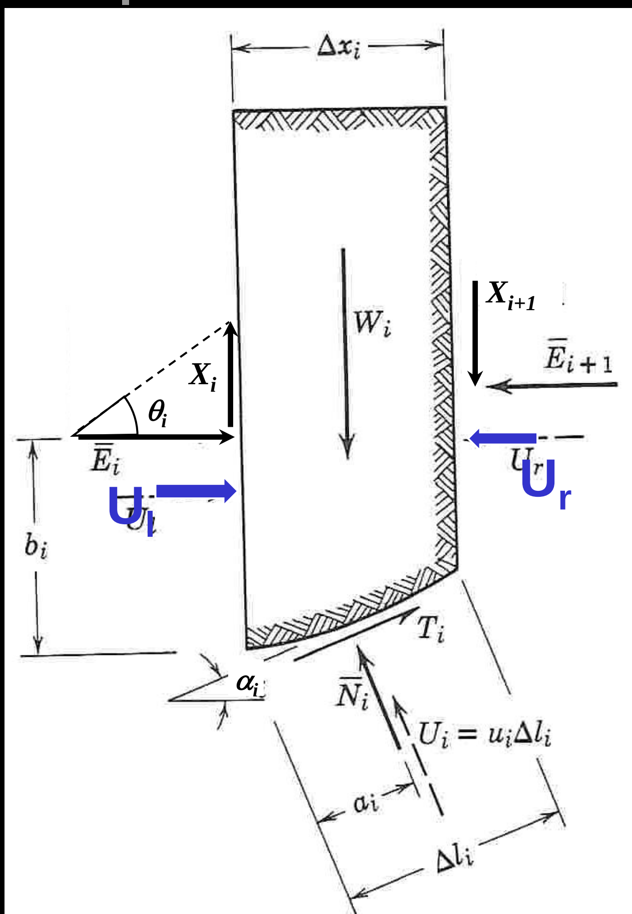


Hipótese simplificadora adicional:

$(\overrightarrow{E_i} + \overrightarrow{X_i} + \overrightarrow{E_{i+1}} + \overrightarrow{X_{i+1}}) = \overrightarrow{B_i}$ **é horizontal (não tem componente vertical)**

Pressões neutras nas interfaces, U_l e U_r, são mesmo horizontais, tal como admitido na hipótese simplificadora

Processo de Bishop simplificado (equilíbrio na vertical)



Equilíbrio na direção vertical:

$$(\bar{N}_i + U_i)\cos\alpha_i + T_i \sin\alpha_i = W_i$$

$$\bar{N}_i = \frac{W_i}{\cos\alpha_i} - \frac{S_i}{F}\frac{\sin\alpha_i}{\cos\alpha_i} - U_i$$

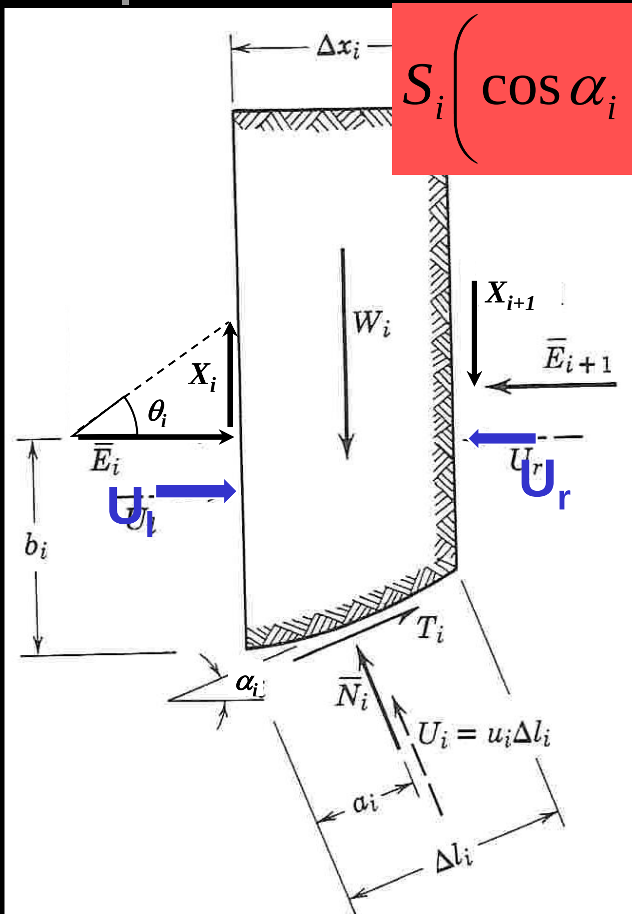
Lembrando que:

$$S_i = \bar{c}_i \Delta l_i + \bar{N}_i \tan\bar{\varphi}_i$$

$$S_i = \bar{c}_i \Delta l_i + \left(\frac{W_i}{\cos\alpha_i} - \frac{S_i}{F}\frac{\sin\alpha_i}{\cos\alpha_i} - U_i\right)\tan\bar{\varphi}_i$$

$$S_i\left(1 + \frac{1}{F}\frac{\sin\alpha_i}{\cos\alpha_i}\tan\bar{\varphi}_i\right) = \bar{c}_i \Delta l_i + \left(\frac{W_i}{\cos\alpha_i} - U_i\right)\tan\bar{\varphi}_i$$

Processo de Bishop simplificado (equações resultantes)



$$S_i \left(\cos\alpha_i + \frac{\sin\alpha_i \tan\bar{\varphi}_i}{F} \right) = \bar{c}_i \Delta l_i \cos\alpha_i + \left(W_i - U_i \cos\alpha_i \right) \tan\bar{\varphi}_i$$

$$m_{\alpha_i} = \left(\cos\alpha_i + \frac{\sin\alpha_i \tan\bar{\varphi}_i}{F} \right)$$

$$\Delta l_i = \frac{\Delta x_i}{\cos\alpha_i}$$

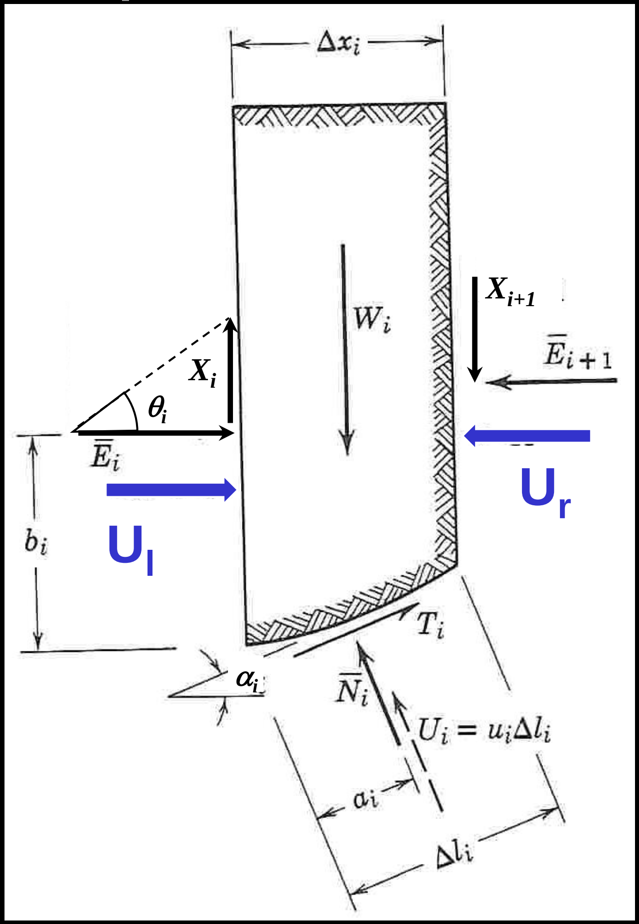
$$S_i = \left[\bar{c}_i \Delta x_i + \left(W_i - u_i \Delta x_i \right) \tan\bar{\varphi}_i \right] / m_{\alpha_i}$$

Lembrando que (slide 107):

$$F = \frac{\sum S_i}{\sum W_i \sin\alpha_i}$$

$$F = \frac{\sum \left[\bar{c}_i \Delta x_i + \left(W_i - u_i \Delta x_i \right) \tan\bar{\varphi}_i \right] / m_{\alpha_i}}{\sum W_i \sin\alpha_i}$$

Comparação Fellenius x Bishop



$$F = \frac{\sum (\bar{c}_i \Delta l_i + \bar{N}_i \tan \bar{\varphi}_i)}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

Geral

$$F = \frac{\sum \left[\bar{c}_i \Delta x_i + (W_i \cos^2 \alpha_i - u_i \Delta x_i) \tan \bar{\varphi}_i \right] / \cos \alpha_i}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

Fellenius

$$F = \frac{\sum \left[\bar{c}_i \Delta x_i + (W_i - u_i \Delta x_i) \tan \bar{\varphi}_i \right] / m_{\alpha_i}}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

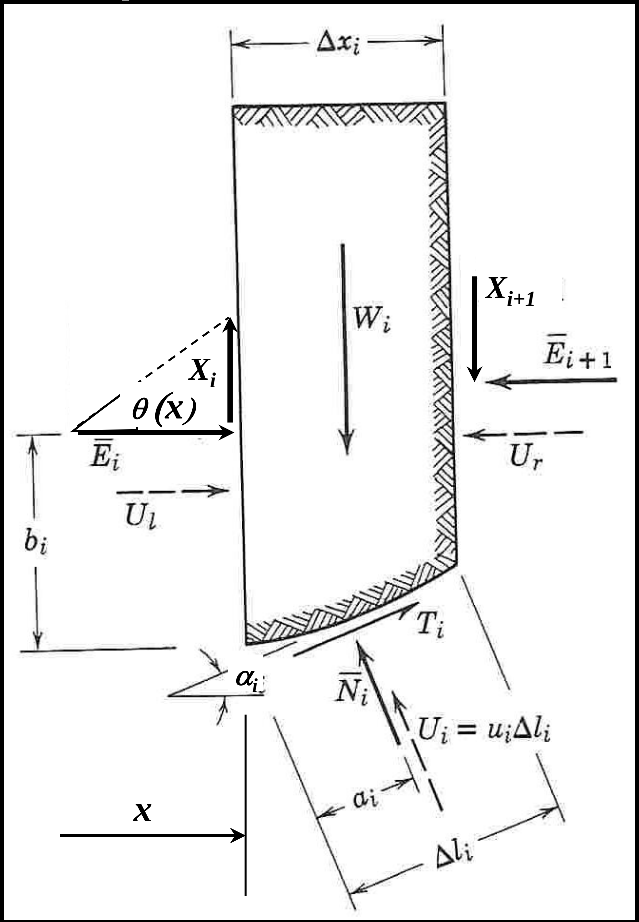
Bishop

$$m_{\alpha_i} = \left(\cos \alpha_i + \frac{\sin \alpha_i \tan \bar{\varphi}_i}{F} \right)$$

Comparação dos processos de lamelas (pormenores)

- Semelhanças
  - Todos fazem equilíbrio em cada lamela para estimar a força normal na base
  - Todos fazem alguma hipótese simplificadora (umas mais realistas, outras menos) sobre as forças nas faces laterais das lamelas
  - Todos escrevem uma ou mais equações de equilíbrio de toda a massa para estimar F
- Diferenças
  - F por equilíbrio de momento da massa, superfície circular
    - Fellenius: resultante das forças inter-lamelares é paralela à base da lamela (viola equilíbrio de uma lamela para a próxima)
    - Bishop: equilíbrio correto de cada lamela, com hipótese sobre relação entre componente normal e tangencial, mas muito trabalhoso
    - Bishop simplificado: componentes verticais das forças inter-lamelares se equilibram na lamela
  - F por equilíbrio de força horizontal da massa, qualquer superfície
    - Janbu: similar ao Bishop simplificado, mas F determinado pelo equilíbrio de forças na horizontal para toda a massa
  - F por equilíbrio de momento e força horizontal da massa, qualquer superfície
    - Spencer: relação constante (determinada na análise) entre componentes horizontal e vertical da força inter-lamelar
    - Morgenstern-Price: relação variável (admitida) entre componentes horizontal e vertical da força inter-lamelar

Direção das forças interlamelares: variação



$\boldsymbol{\theta_i = \theta(x_i)}$

variação de θ com x

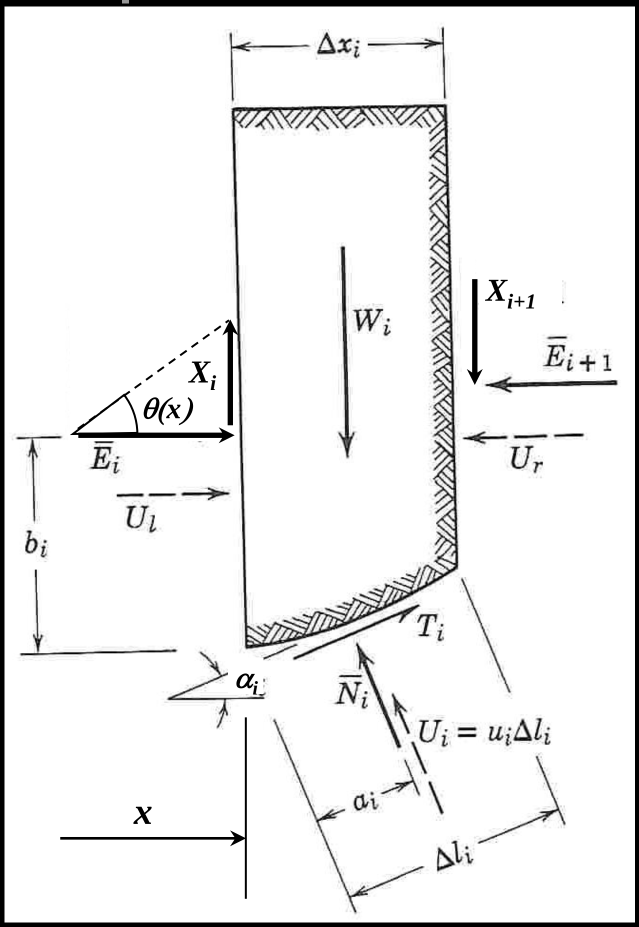
x = abscissa da interface i

Pode-se escrever, então: $\theta(x) = \lambda f(x)$

f(x) **é uma função (entre 0 e 1) que define somente a forma variação de θ com x**

λ é um escalar que define a escala dos valores de $\theta(x)$

Inclinação das forças interlamelares: expressão geral



$$\boxed{\theta(x) = \lambda f(x)}$$

variação de θ com x

x = abscissa da interface i

λ e $\theta(x)$ nos processos de lamelas usuais

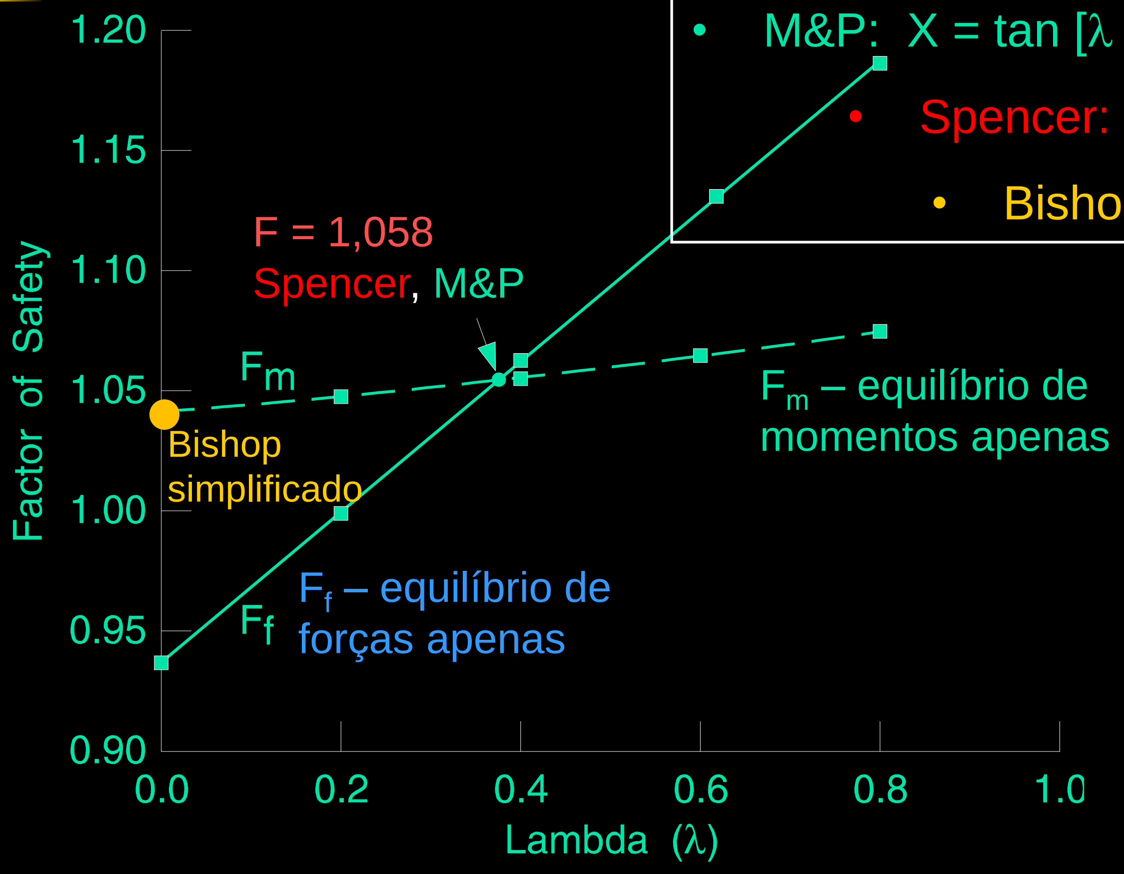
- ***Bishop simplificado:***
  λ=0 , $f(x)$ =0
  $\theta(x)$ = 0 $\Rightarrow$ forças interlamelares verticais = 0

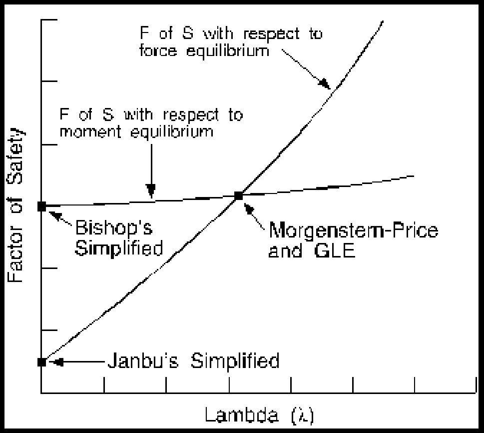
- **Spencer:**
  $f(x)$ **=*1* e λ determinada pelo equilíbrio <u>completo</u>**
  $\theta(x)$ = λ (constante)

- **Morgenstern e Price:**
  $f(x)$ **escolhido entre 0 e 1 (meio seno frequente)**
  λ determinada pelo equilíbrio <u>completo</u>
  $\theta(x)$ = $\lambda f(x)$

Comparação dos resultados: M&P, Spencer, Bishop

- M&P: X = tan [λ f(x)]·E
  - Spencer: f(x) = 1 ⇒ X = tan (λ) ·E
    - Bishop simplificado: λ = 0

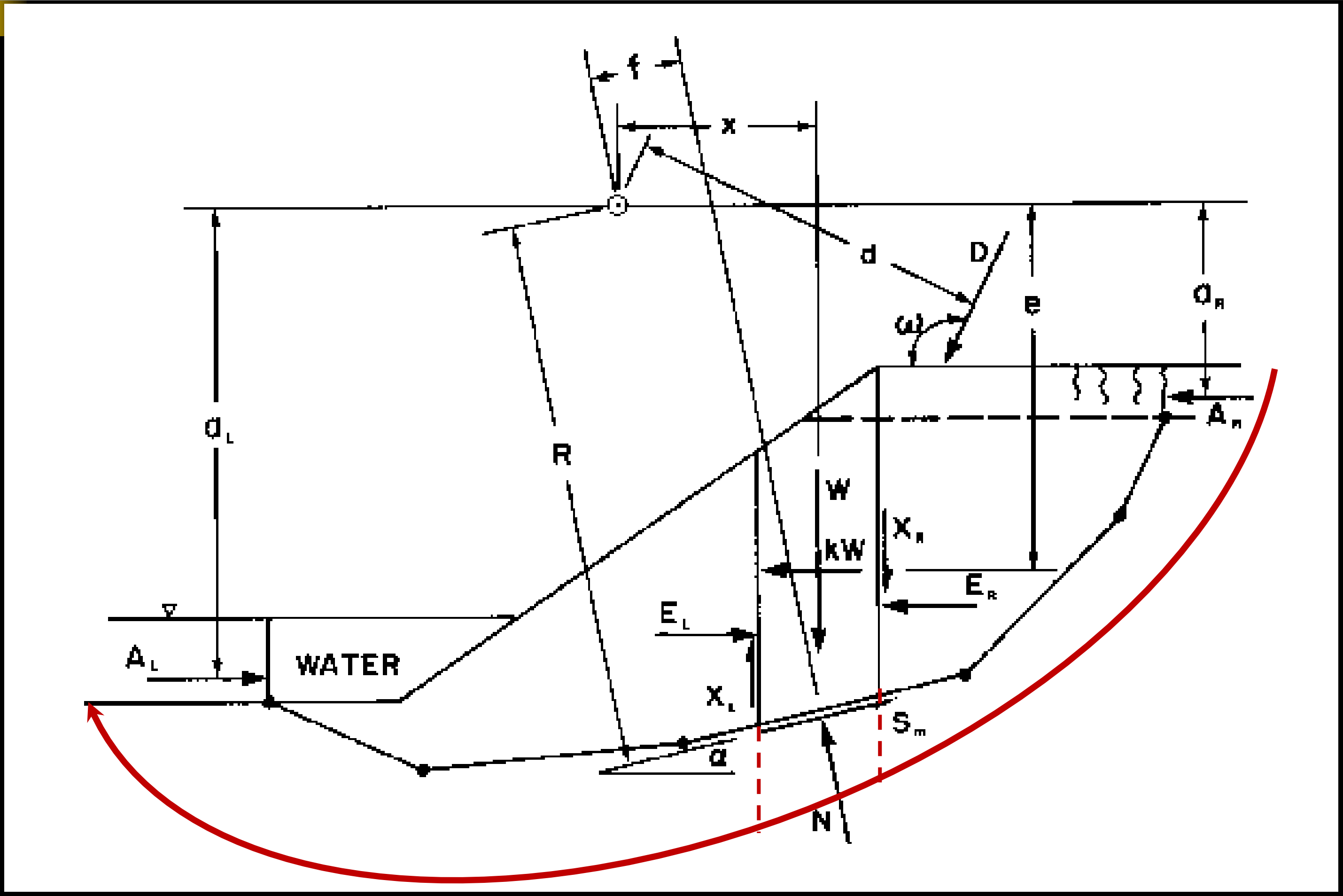




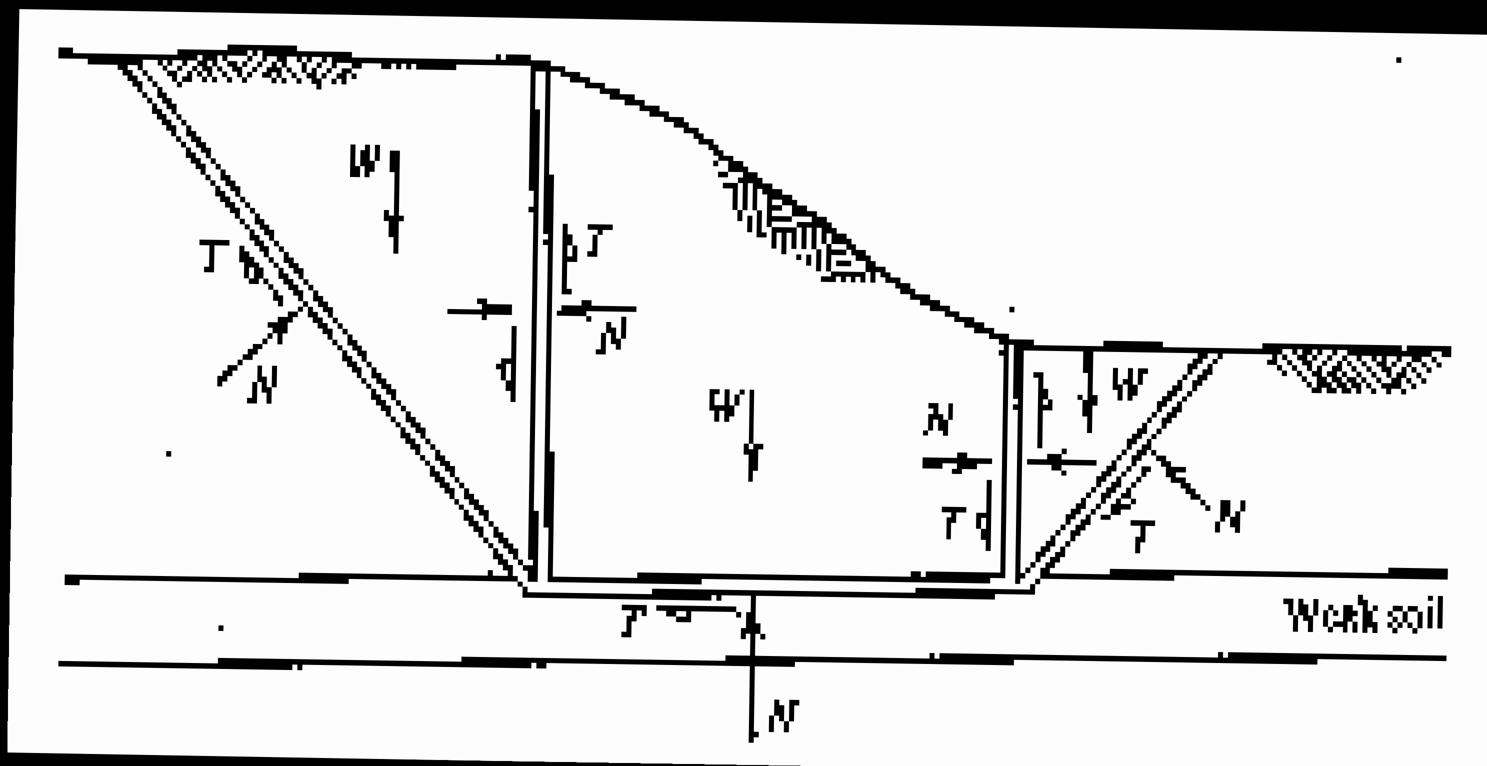
Relação entre processos de cálculo

- Morgenstern & Price (M&P)
  - Spencer é caso particular de M&P
    - Bishop é caso particular de Spencer

Forças em uma lamela: circunferência, superfície poligonal ou qualquer



Processo das cunhas: caso particular de lamelas



Parâmetros de Resistência

Qual a resistência do solo a ser adotada?

Qual o ensaio mais adequado para estimar essa resistência?

Ensaios triaxiais?

CD, CU, UU?

Escolha do modelo de resistência

F A S E D E P R E P A R O

- Como são as tensões efetivas no terreno antes das novas solicitações da obra? (aterro sobre solo mole, por exemplo)
  - Iguais à tensão de pré-adensamento
    - Solo normalmente adensado (OCR=1)
    - Envoltórias (Mohr-Coulomb) de ensaios CD e CU passam pela origem (c'=0; c=0)
    - Envoltória (Tresca) de ensaios CU (ou UU) ($s=s_u$; $s_u = RR \times \sigma'_a$; φ_u=0)
  - Inferiores à tensão de pré-adensamento (ou pré-compressão)
    - Solo sobre-adensado (OCR>1)
    - Nenhuma envoltória linear passa pela origem (c'≠0; c≠0; s_u é função de RR e de OCR)

F A S E D E R U P T U R A

- Como será a variação de tensões provocada pela obra? Velocidade da solicitação vs. velocidade de drenagem (critério de velocidade: c_v)
  - Lenta ≈ drenagem plena
    - OCR=1
      - Envoltória de tensões efetivas (só φ' , $c'=0$)
    - OCR>1
      - Envoltória de tensões efetivas (c' e φ')
  - Rápida ≈ drenagem restrita
    - Solo saturado: admite-se drenagem nula, a favor da segurança
      - OCR=1
        - Resistência não drenada associada à tensão de pré-adensamento $s_u = RR \times \sigma'_a$; ou
        - Previsão de sobrepressões neutras + envoltória de tensões efetivas (só φ' , $c'=0$)
      - OCR>1
        - Resistência não drenada associada à tensão de pré-adensamento (s_u é função de RR e de OCR); ou
        - Previsão de sobrepressões neutras + envoltória de tensões efetivas (c' e φ')
        - Atenção: compactação tem o efeito de conferir ao solo uma certa tensão de préadensamrnto
    - Solo não saturado: drenagem nula ou parcial
      - Envoltória de tensões totais (c e φ , retilínea como aproximação de envoltória curva); ou
      - Envoltória de tensões totais com resistência variável em função da sucção (u_a-u_w)

Ensaios triaxiais: nomenclatura

FASE	PREPARO ou ADENSAMENTO		RUPTURA ou CISALHAMENTO		ENSAIO			
	S	(**C**_onsolidated_)	S	(**D**_rained_)	**CD**	(SS)	**Adensado, drenado**	**Lento (S)**
	S	(**C**_onsolidated_)	N	(**U**_ndrained_)	**CU**	(SN)	**Adensado, não drenado**	**Adensado-rápido (R)**
	N	(**U**_nconsolidated_)	N	(**U**_ndrained_)	**UU**	(NN)	**Não adensado, não drenado**	**Rápido (Q)**

S = com drenagem

N = sem drenagem

Ensaios triaxiais: nomenclatura

FASE	DRENAGEM		
PREPARO ou ADENSAMENTO	S (**C***onsolidated*)	S (**C***onsolidated*)	N (**U***nconsolidated*)
RUPTURA ou CISALHAMENTO	S (**D***rained*)	N (**U***ndrained*)	N (**U***ndrained*)
ENSAIO	**CD** (SS) Adensado, drenado Lento (S)	**CU** (SN) Adensado, não drenado Adensado-rápido (R)	**UU** (NN) Não adensado, não drenado Rápido (Q)