

Duopólio de Cournot (quantidade)

Duas firmas, A e B, atuam no mercado, operando a mesma tecnologia e, em consequência, tendo curvas de custo idênticas. Cada uma isoladamente tem capacidade para abastecer todo o mercado, mesmo que o preço do produto fosse zero ($p = 0$ significa que o produto é ofertado gratuitamente). O produto é homogêneo: os produtos das firmas A e B são idênticos e o consumidor não tem preferência por qualquer um dos fabricantes. Cada firma escolhe individualmente a quantidade que irá produzir e levar ao mercado. Não há acordo entre elas.

A demanda do mercado e a demanda inversa são, respectivamente:

$$Y = 100 - p \leftrightarrow p = 100 - Y$$

$$Y = y_A + y_B$$

em que Y é a quantidade total levada ao mercado; p é o preço do produto; y_A e y_B são as quantidades produzidas pelas firmas A e B.

O custo total da firmas A é idêntico ao da firma B: $C(y) = 2y$

Os lucros da firmas (π) são dados por:

$$\pi_A = py_A - C(y_A) = (100 - Y) y_A - 2y_A = (100 - y_A - y_B) y_A - 2y_A = 98y_A - y_A^2 - y_A y_B$$

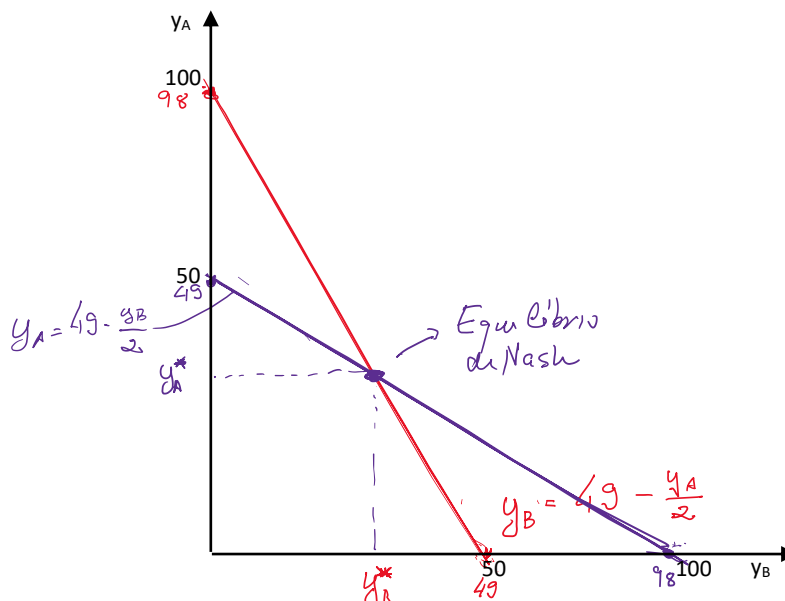
$$\pi_B = 98y_B - y_B^2 - y_A y_B \quad \frac{d\pi_B}{dy_B} = 98 - 2y_B - y_A = 0 \quad y_B = 49 - \frac{y_A}{2}$$

$$\frac{d\pi_A}{dy_A} = 98 - 2y_A - y_B = 0$$

$$y_A = \frac{98}{2} - \frac{y_B}{2} = 49 - \frac{y_B}{2}$$

1. Encontre a quantidade que maximiza o lucro da firma A, em função da quantidade produzida pela firma B (variável). Faça o mesmo em relação à firma B.

2. As funções obtidas no item anterior são as **funções melhor resposta** de uma firma à escolha da outra. Represente as duas funções melhor resposta no gráfico:



$$\begin{cases} y_A = 49 - y_B/2 \\ y_B = 49 - y_A/2 \end{cases}$$

3. Encontre as quantidades produzidas y_A^* e y_B^* para as quais:

(i) y_A^* é a melhor resposta da firma A à escolha y_B^* por parte da firma B, e

$$\begin{cases} y_A + y_B/2 = 49 \\ y_A/2 + y_B = 49 \rightarrow x-2 \end{cases}$$

(ii) y_B^* é a melhor resposta da firma A à escolha y_A^* por parte da firma B

O par $(y_A^*; y_B^*)$ é um **equilíbrio de Nash**.

$$\begin{cases} y_A + y_B/2 = 49 \\ -2 \frac{y_A}{2} - 2y_B = -98 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} y_B^* = \frac{2}{3} \cdot 49 \\ y_A^* = \frac{98}{3} = 32,67 \end{matrix}$$

4. Com as firmas A e B produzindo respectivamente y_A^* e y_B^* , quais serão

(i) a quantidade (Y) e

(ii) o preço (p) de equilíbrio de mercado? $Y = y_A + y_B = 2 \cdot 32,67 = 65,33$

$$P = 100 - Y = 34,67$$

5. Qual o lucro das firmas A e B no equilíbrio de Nash?

$$\begin{aligned} y_A - y_B/2 &= 49 \\ y_A^* &= 49 - \frac{32,67}{2} = 32,67 \end{aligned}$$

Extensões do modelo

6. Haveria algum modo de as firmas obterem lucro maior que o correspondente ao equilíbrio de Nash? As firmas podem realizá-lo de modo independente? Nessas circunstâncias, qual seria o lucro das firmas A e B? *Sim, formando um cartel (escolha de preço ou quantidade combinada entre A e B)*

7. O que aconteceria se mais uma firma entrasse no mercado? E se muitas firmas o fizessem?

Agregado como monopolista:

$$\pi = p \cdot y - c(y)$$

$$\pi = (100 - y) \cdot y - 2y^2$$

$$\pi = 100y - y^2 - 2y^2$$

$$\pi = 98y - y^2$$

$$\frac{d\pi}{dy} = 98 - 2y = 0$$

$$y = 49$$

$$p = 100 - y = 51$$

Lucro do cartel

$$\pi^c = 51 \cdot 49 - 2 \cdot 49^2$$

$$\pi^c = 2401$$

Lucro do monopólio

$$\pi^D = \pi_A + \pi_B$$

$$\pi^D = 2(32,67 \cdot 34,67 - 2 \cdot 32,67^2)$$

$$\pi^D = 2 \cdot 1067,37 = 2134,74$$

$$\pi^c > \pi^D$$

3 firmas: A, B, C

$$y_A + y_B/2 + y_C/2 = 98/2$$

$$y_A/2 + y_B + y_C/2 = 98/2$$

$$y_A/2 + y_B/2 + y_C = 98/2$$

$$y = A^{-1} \cdot c \quad y = \begin{bmatrix} y_A \\ y_B \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29,5 \\ 29,5 \\ 29,5 \end{bmatrix} \quad Y = 73,5 \quad P = 26,5$$

$$\begin{matrix} A & y & c \\ \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} y_A \\ y_B \\ y_C \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 49 \\ 49 \\ 49 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

FIRMAS (N)	y	P	Y
1	49	51	$\frac{1}{2} \cdot 98$
2	65,34	34,67	$\frac{2}{3} \cdot 98$
3	73,5	26,5	$\frac{3}{4} \cdot 98$
⋮	⋮	⋮	⋮
n			$\frac{n}{n+1} \cdot 98$