Aplicações

Séries de Fourier

Aplicações

- **Circuitos elétricos projetados para lidar com pulsos que crescem abruptamente: Onda quadrada em altas frequências**

- **Retificador de onda completa (AC para DC)**

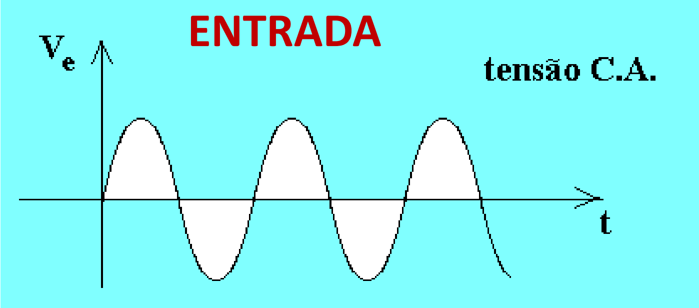
- **Série Infinita, Função Zeta de Riemann**

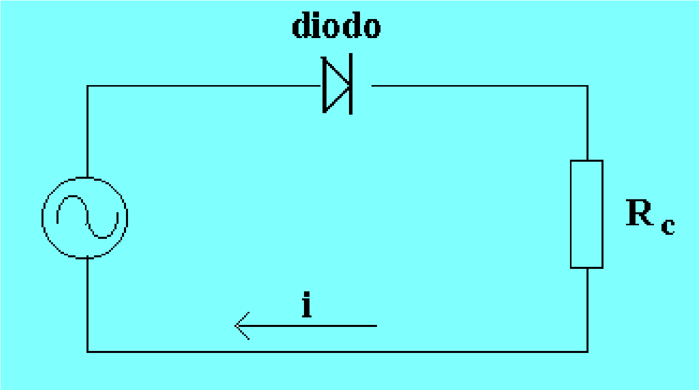
Retificador de onda

http://www.fis.ita.br/labfis45/exps/e8.htm

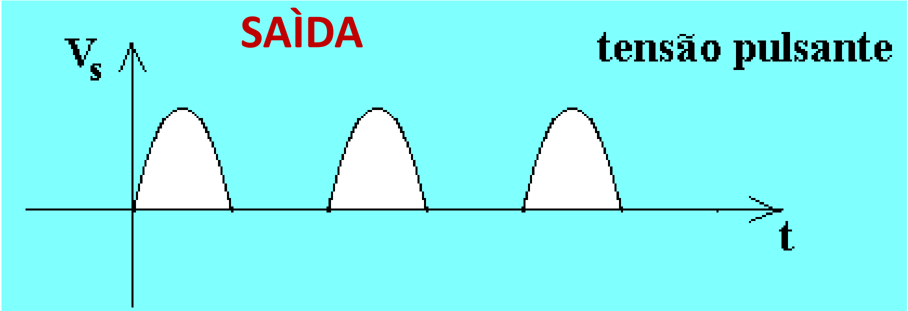
Retificador de meia onda

$$f(t) = V_s\, sen\omega t\ ,$$





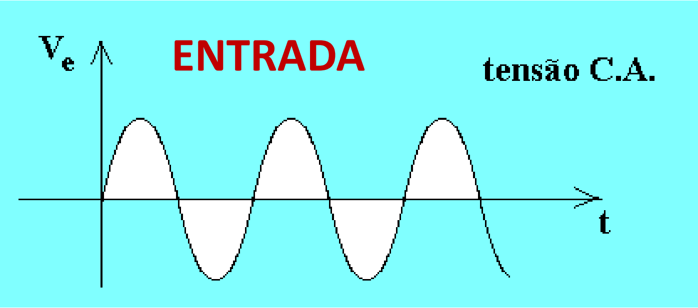
$$f(t) = \begin{cases} sen\omega t & para\ 0\ \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & para\quad \pi \leq\ \omega t \leq 2\pi \end{cases}$$

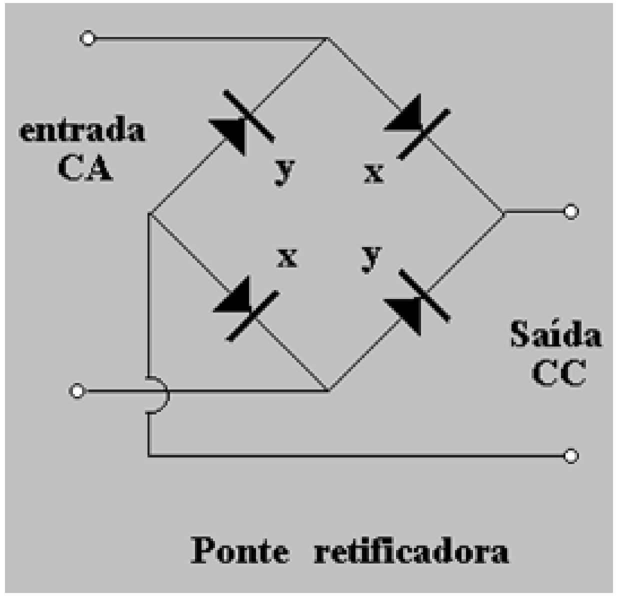


http://www.fis.ita.br/labfis45/exps/e8.htm

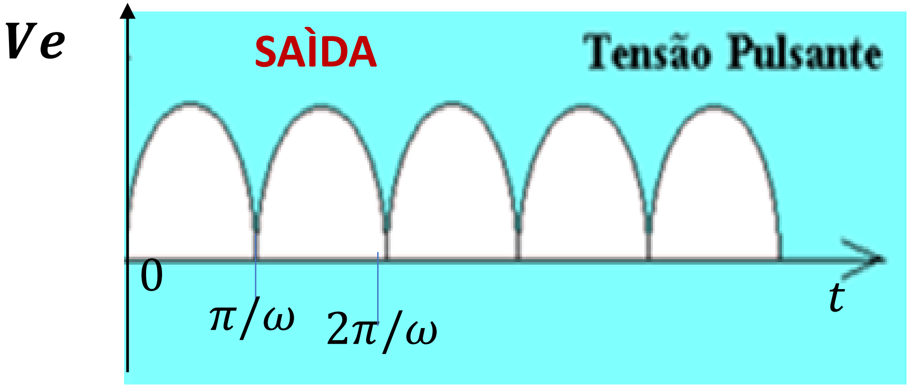
Retificador de onda completa

$$f(t) = V_s \, sen\omega t$$





$$f(t) = |sen\omega t| \quad para \quad 0 \leq t \leq 2\pi/\omega$$



Como escrever a função f(t) no intervalo de $0 \le t \le \infty$?

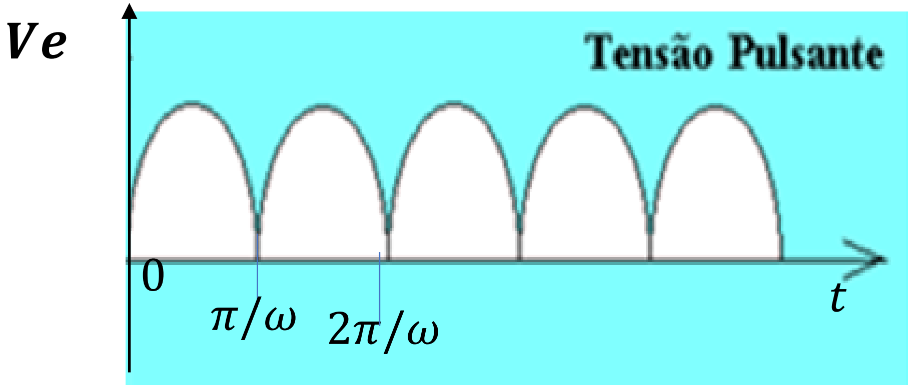
Não existe tempo negativo!

$$f(t) = |sen\omega t| \quad para \quad 0 \le t \le 2\pi/\omega$$

$$f(t) = \begin{cases} sen\omega t & para \quad 0 \le t \le \pi/\omega \\ -sen\omega t & para \quad \pi/\omega \le t \le 2\pi/\omega \end{cases}$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos(n\omega t) + b_n \operatorname{sen}(n\omega t) \right)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t)\, dt \; ; \; b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \operatorname{sen}(n\omega t)\, dt$$



$$f(t) = |sen\omega t| \quad para \quad 0 \leq t \leq 2\pi/\omega$$

$$f(t) = \begin{cases} sen\omega t & para \quad 0 \leq t \leq \pi/\omega \\ -sen\omega t & para \quad \pi \leq t \leq 2\pi/\omega \end{cases}$$

Relações de ortogonalidade

$$\text{a)} \int_{-\pi}^{+\pi} \operatorname{sen} nx \cos mx \; dx = 0 \quad (\text{para todos os } n, m)$$

$$\text{b)} \int_{-\pi}^{+\pi} \cos nx \cos mx dx = \begin{cases} 0 & (\text{se } n \neq m) \\ 2\pi & (\text{se } n = m = 0) \\ \pi & (\text{se } n = m \neq 0) \end{cases}$$

$$\text{c)} \int_{-\pi}^{+\pi} \operatorname{sen} nx \operatorname{sen} mx \; dx = \begin{cases} 0 & (\text{se } n \neq m) \\ \pi & (\text{se } n = m) \end{cases}$$

Como se fosse um produto escalar entre dois vetores

É possível mostrar estas relações usando :

- sen (a + b) = sen a . cos b + sen b . cos a
- sen (a – b) = sen a . cos b – sen b . cos a
- cos (a + b) = cos a . cos b – sen a . sen b
- cos (a – b) = cos a . cos b + sen a . sen b

Resolver fazendo a expansão em Série de Fourier

$$f(t) = \begin{cases} sen\omega t & para \quad 0 \le t \le \pi/\omega \\ -sen\omega t & para \quad \pi \le t \le 2\pi/\omega \end{cases}$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos(n\omega t) + b_n \operatorname{sen}(n\omega t) \right)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t)\, dt \; ; \; b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \operatorname{sen}(n\omega t)\, dt$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos(n\omega t) + b_n \operatorname{sen}(n\omega t)\right)$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\ \cos(n\omega t)\,dt \ ; \ b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\ \operatorname{sen}(n\omega t)\,dt$$

$a_0/2$ $\quad$ $b_1 = 1$ $\quad$ a_{2n}

$$f(t) = \frac{2}{\pi} + \boldsymbol{sen\omega t} - \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{(4n^2-1)}}\ cos2n\omega t\right]$$

A frequência original ω foi praticamente eliminada e restaram frequências maiores que 2ω.
As componentes de alta frequência (m grande) decaem com $4m^2$, mostrando que o retificador de onda completa faz um bom trabalho na aproximação de corrente contínua, dependendo da aplicação.

Função Zeta de Riemann

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$$

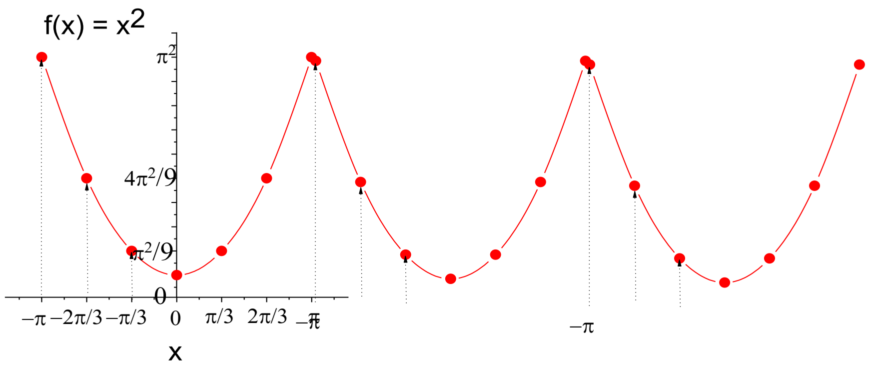
Expandido a função x^2 em um período 2π

$$f(x) = x^2 \qquad -\pi < x < \pi$$

+

Este sinal estava errado

$$x^2 = \frac{\pi^2}{3} - 4\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$$



Por isso no vídeo, o sinal na resolução deu ao contrário

Função Zeta de Riemann

$$x^2 = \frac{\pi^2}{3} \overset{+}{-} 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$$

Para x = π

$$\frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \zeta(2)$$

$$\frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \Longrightarrow \quad \zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$$

$$\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}$$

A função Zeta de Riemann codifica informações sobre os números primos - os átomos da aritmética.

São essenciais para a criptografia moderna sobre a qual o comércio eletrônico é construído.

Tem aplicação também em física quântica.