3^a Lista de Exercícios — Eletromagnetismo 1 — 2021

Entrega: 29 de Outubro

3.1 – Calcule a densidade volumétrica de corrente $\vec{J}$ e a densidade superficial de corrente $\vec{K}$ para

(a). Um disco circular de raio a, que possui densidade linear de carga estática uniforme σ e gira com velocidade angular ω.

(b). Um casca esférica de raio R, que possui densidade linear de carga σ e gira com velocidade angular ω.

3.2 – Um cilindro condutor muito longo de raio a conduz uma corrente I ao longo de seu eixo z. A densidade de corrente $\vec{J}$ no interior do cilindro varia de acordo com a expressão abaixo:

$$\vec{J}\,(r,\phi,z) = \hat{z}\,\frac{J_0}{r}\,\sin\left(\frac{\pi r}{a}\right),$$

onde r é a distância radial entre o ponto considerado e o eixo do cilindro.

(a). Determine a constante J_0 em termos de I e a.

(b). Calcule o campo magnético $\vec{B}$ fora do cilindro condutor ($r > a$) e expresse seu resultado em termos de I e a.

(c). Calcule o campo magnético $\vec{B}$ no interior do cilindro condutor ($r < a$) e expresse seu resultado em termos de I e a.

(d). Esboce um gráfico qualitativo do módulo do campo magnético, $\vec{B}\,(r)$, indicando seu comportamento em $r = 0$ e $r = a$.

3.3 – Neste exercício vamos calcular o campo magnético de um circuito quadrado, feito de quatro segmentos de lados a, que carregam uma corrente I. Você pode assumir que os lados estão orientados paralelos às direções x e y, e passando pelas posições $x = \pm a/2$ e $y = \pm a/2$.

(a). Primeiro, utilize a solução para o campo de um segmento finito de um fio reto que carrega uma corrente I, obtida durante uma das nossas aulas (ou, se preferir, calcule o potencial-vetor e o campo magnético de um fio reto, finito). Use essa solução para calcular o campo magnético *exato* do circuito quadrado. Deixe sua resposta em coordenadas Cartesianas.

(b). Agora, calcule o dipolo magnético desse circuito, e obtenha o campo magnético de dipolo correspondente.

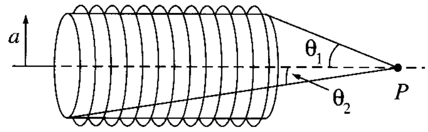
(c). Finalmente, compare as duas soluções, assumindo que você mede o campo magnético em algum ponto do eixo x. Compare as soluções exata e aproximada, para $|x| < a/2$ e $|x| > a/2$, fazendo um gráfico do campo (o gráfico pode ser qualitativo, não precisa fazer no computador).

3.4 – Demonstre que ao redor de uma interface na qual percorre uma corrente superficial $\mathbf{K}$, as condições de contorno são:

$$\Delta\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{K} \times \hat{\mathbf{n}})\,,$$

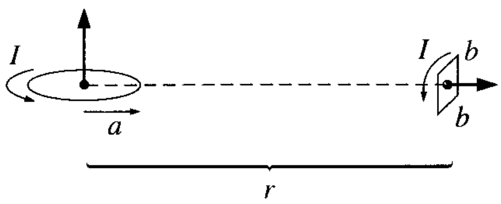
onde $\hat{\mathbf{n}}$ é o versor perpendicular à superfície da interface.

3.5 – Encontre o campo magnético no ponto P no eixo de um solenoide que consiste de n voltas por unidade de comprimento ao longo de um tubo cilíndrico de raio a, onde percorre uma corrente I. Expresse sua resposta em termos dos ângulos θ_1 e θ_2. Considere que as voltas do



solenoide são essencialmente circulares. Qual é o campo no eixo do cilindro, assumindo que esse solenoide se estende até o infinito em ambos os sentidos?

3.6 – Calcule o torque exercido em um laço quadrado (mostrado na figura abaixo) devido a um laço circular (assuma r muito maior que a ou b). Se o laço quadrado puder rodar livremente, qual será a sua orientação de equilíbrio?

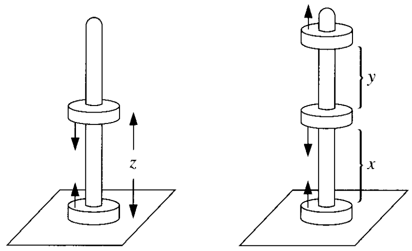


3.7 – Um cilindro infinito de raio R carrega uma magnetização "fixa" paralela ao eixo, $\mathbf{M} = kr\hat{\mathbf{z}}$, onde k é uma constante e r é a distância ao eixo; não há correntes livres no cilindro. Encontre o campo magnético dentro e fora do cilindro.

3.8 – Um brinquedo infantil consiste de ímãs permanentes em forma de rosca, que deslizam sem atrito em um vareta vertical. Sabendo que a magnetização desses ímãs é paralela à vareta, trate os ímãs como objetos de massa m_d e momento de dipolo magnético $\mathbf{m}$.

(a). Se você dispor dentro da vareta dois ímãs com as faces invertidas um para o outro, o ímã na parte superior irá "flutuar" – a força magnética aplicada ao ímã superior terá o sentido contrário da força gravitacional. Em que altura z o ímã flutuará?

(b). Se agora adicionarmos um terceiro ímã, paralelo ao ímã inferior, qual será a razão das duas alturas?



(a) (b)