PME 2540 Engenharia Automotiva I

Entrega: 5ª aula

Exercício E2: Deduzir a relação entre as rotações de entrada (ω) e de saída (Ω) de uma junta universal, ou junta cardan (ou cardã), em função do ângulo (α) entre os eixos e da posição (θ) da junta.

Junta universal – Cardan

A junta universal, ou junta cardan, é constituída por três peças:

- o garfo motor ABQD, que gira em torno do eixo QD com rotação $\omega = \dot{\theta}$ e tem sua posição definida pelo ângulo θ entre os planos ABQ (girante) e xOy (fixo);
- o garfo movido EFPC, com rotação Ω, e cujo eixo de rotação CP é coplanar com QD e faz com ele um ângulo α (constante);
- a cruzeta ABEF, com quatro braços iguais coplanares, e que conecta os garfos um ao outro.

Na figura, γ é o ângulo entre o eixo EF e o plano fixo ortogonal ao eixo QD (γ varia no tempo entre $+\alpha$ e $-\alpha$, dependendo de θ), ω_{r1} é a rotação relativa da cruzeta em relação ao garfo EFPC (em torno de EF), e ω_{r2} é a rotação relativa da cruzeta em relação ao garfo ABQD (em torno de AB).

OBS.: os eixos CP e QD estão no plano fixo vertical yOz.

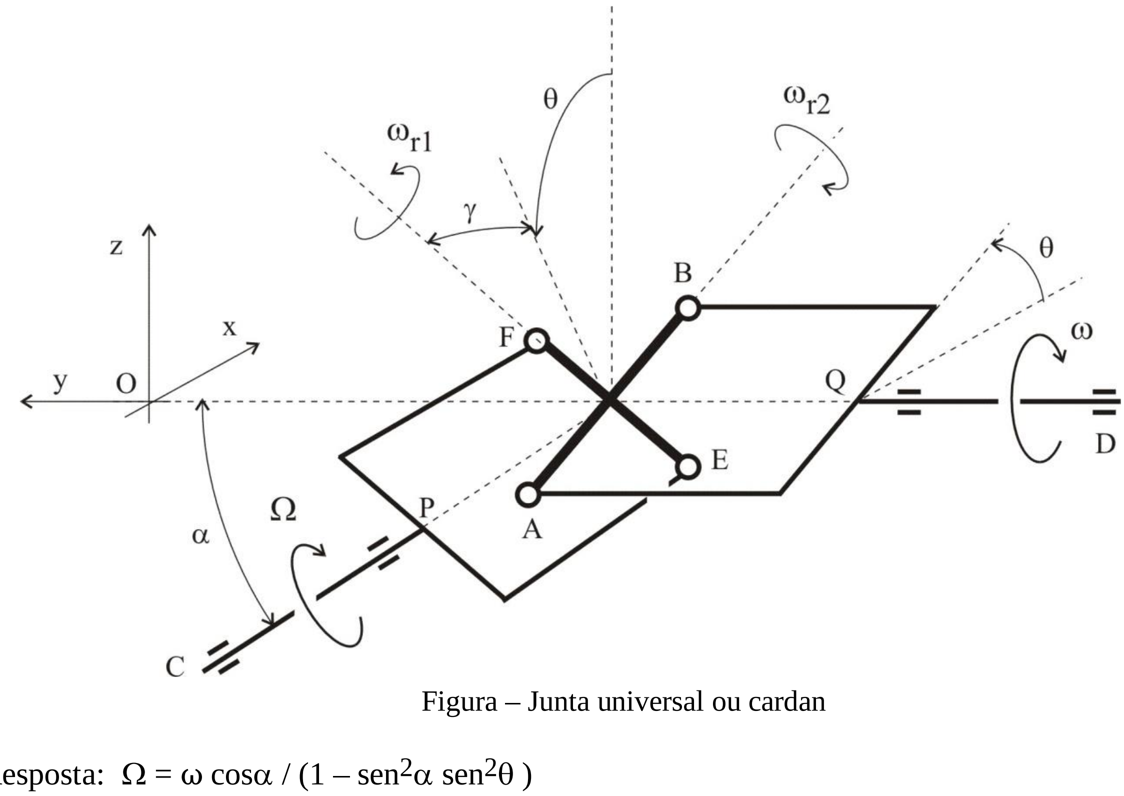


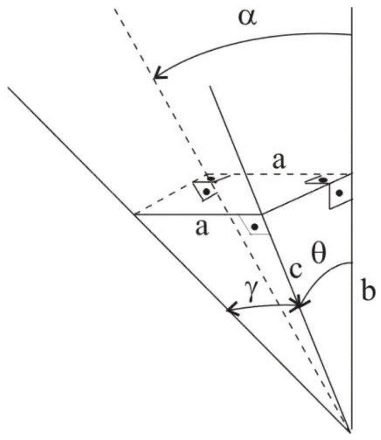
Figura – Junta universal ou cardan

Resposta: $\Omega = \omega \cos\alpha \,/\, (1 - \text{sen}^2\alpha\ \text{sen}^2\theta)$

Sugestões:

- Estabelecer as relações entre os ângulos α, θ e γ, que definem uma configuração genérica do conjunto e, em seguida,
- usar composição de movimentos, considerando o corpo do veículo (no qual estariam instalados os mancais dos eixos) como referencial fixo, e o sistema de coordenadas Oxyz solidário a ele. Em seguida, expressar o vetor rotação absoluto da cruzeta de duas maneiras: (1) considerando como referencial móvel o garfo ABQD, e (2) considerando como referencial móvel o garfo EFPC.

Solução:



Relações entre os ângulos α, θ e γ

Temos:

$a = b \text{ tg } \alpha$

$b = c \cos \theta$

$a = c \text{ tg } \gamma$

de onde obtém-se: $\text{tg } \gamma = \text{tg } \alpha \cos \theta$

Assim, resulta:

$$\text{sen}\gamma = \text{tg}\alpha \cos\theta \,/\, (1 + \text{tag}^2\alpha \cos^2\theta\,)^{1/2}$$

e

$$\cos\gamma = 1 \,/\, (1 + \text{tag}^2\alpha \cos^2\theta\,)^{1/2}$$

Consideremos um referencial fixo (preso ao veículo, se for o caso), e o sistema de coordenadas (Oxyz) solidário a ele.

Tomando como referencial móvel o garfo ABQD, temos:

$$\vec{\omega}_{cruzeta} = \vec{\omega}_{relativo} + \vec{\omega}_{arrastamento} = \vec{\omega}_{r2} + \vec{\omega} = \omega_{r2}(\cos\theta\ \vec{i}\ + \text{sen}\theta\ \vec{k}\,) + \omega\,\vec{j}$$

Tomando agora como referencial móvel o garfo FEPC, temos:

$$\vec{\omega}_{cruzeta} = \vec{\omega}_{relativo} + \vec{\omega}_{arrastamento} = \vec{\omega}_{r1} + \vec{\Omega} =$$
$$= \omega_{r1}[\text{sen}\gamma\,\vec{j}\, + \cos\gamma\,(\cos\theta\ \vec{k}\ - \text{sen}\theta\ \vec{i}\,)] + \Omega\,(\cos\alpha\ \vec{j}\ - \text{sen}\alpha\ \vec{k}\,)$$

Igualando:

$$\omega_{r2}\cos\theta\ = -\,\omega_{r1}\cos\gamma\ \text{sen}\theta$$
$$\omega = \omega_{r1}\,\text{sen}\gamma\ + \Omega\cos\alpha$$
$$\omega_{r2}\,\text{sen}\theta\ = \omega_{r1}\cos\gamma\ \cos\theta\ - \Omega\,\text{sen}\alpha$$

Eliminando ω_{r1} e ω_{r2} obtemos:

$$\omega\cos\gamma\ = \Omega\,\text{sen}\alpha\cos\theta\,\text{sen}\gamma + \Omega\cos\alpha\cos\gamma$$

Usando as relações entre os ângulos α, θ e γ, mostradas acima, eliminamos γ e obtemos:

$$\boxed{\Omega = \omega\cos\alpha \,/\, (1 - \text{sen}^2\alpha\,\text{sen}^2\theta\,)}$$