

Dinâmica da Rotação

Dinâmica da Rotação	1
Torque (momento de força)	1
1. Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal I	1
2. (RKH E-9) Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal II	1
3. (RHK E.2) Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal I	1
4. Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal II	2
Momento de inércia	2
5. Sistema de partículas, formal	2
6. Dependência do momento de inércia com o eixo de rotação.	2
7. Os momentos de inércia em relação a eixos diferentes dependem da disposição das partículas	2
8. O momento de inércia depende da direção do eixo	3
Conservação do Momento Angular	3
9. Uma pessoa que gira numa cadeira muda seu movimento ao abrir os braços	3
10. Uma criança põe em movimento um carrossel ao pular nele	3
A equação de movimento da rotação	3
11. A força no suporte de um motor enquanto arranca	3
12. A força no freio que para uma roda	4
O momento angular na translação	4
13. O momento angular em um movimento de translação – formal por natureza	4

Torque (momento de força)

1. *Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal I*

Uma partícula está na posição $\vec{r} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ (em m) com uma quantidade de movimento linear $\vec{p} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ (em unidades do SI) e sobre ela atua a força $\vec{F} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ (em N).

Determine

- a) o torque da força.
- b) o vetor momento angular da partícula.

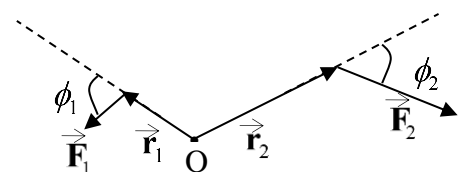
2. *(RKH E-9) Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal II*

Determine o torque em relação à origem sobre a partícula localizada em $x = 1,5$ m, $y = 2,0$ m, $z = 1,6$ m devido à força $\vec{F} = 3,5\vec{i} - 2,4\vec{j} + 4,3\vec{k}$ em N. Expresse os seus resultados com vetores unitários.

3. *(RHK E.2) Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal I*

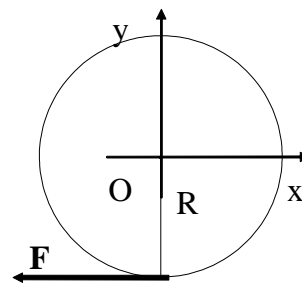
A figura ao lado mostra as linhas de ação e os pontos de aplicação de duas forças atuam sobre um corpo rígido articulado no ponto O por meio de um pino. Todos os vetores estão no plano da figura.

- a) Encontre a expressão algébrica para a intensidade do torque resultante sobre o corpo.
- b) Se $r_1 = 1,30$ m, $r_2 = 2,15$ m, $F_1 = 4,20$ N, $F_2 = 4,90$ N, $\theta_1 = 75,0^\circ$ e $\theta_2 = 58,0^\circ$, **determine** a intensidade, a direção e o sentido do torque resultante.



4. *Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal II*

Aplica-se uma força de módulo F , horizontalmente, na direção dos x negativos, à borda de um disco de raio R , conforme a figura ao lado.

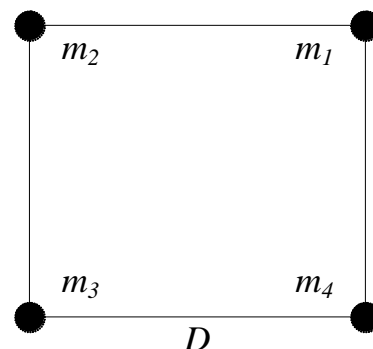


- Escreva a força e o vetor posição do ponto de aplicação em relação à origem do disco em termos dos vetores unitários \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} .
- Calcule o torque exercido pela força em relação à origem do disco.

Momento de inércia

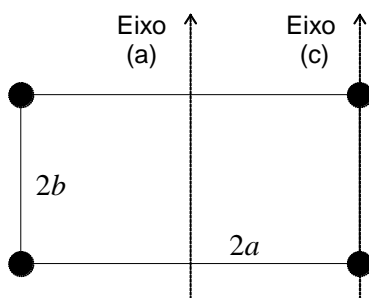
5. *Sistema de partículas, formal*

Quatro partículas, ligadas por pequenas hastes, estão nos vértices de um quadrado, conforme figura ao lado. As massas das partículas são $m_1 = m_3 = 3$ kg e $m_2 = m_4 = 4$ kg, as massas das hastes devem ser ignoradas e o comprimento do lado do quadrado é $D = 2$ m.



Determine o momento de inércia em relação a um eixo perpendicular ao plano das partículas e que passe por m_4 .

6. *Dependência do momento de inércia com o eixo de rotação.*



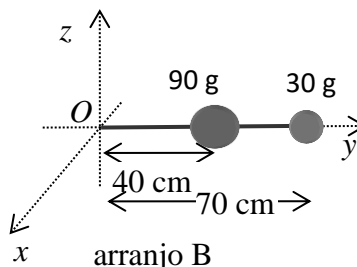
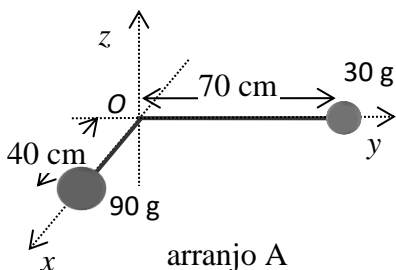
Quatro partículas de massa m estão fixas mediante hastes rígidas, cuja massa deve ser ignorada, e formam um retângulo plano de lados $2a$ e $2b$, conforme mostra a figura ao lado.

Determine o momento de inércia:

- em torno do eixo (a), situado no plano da figura e que passa pelo centro do retângulo.
- em torno do eixo (c), que passa por duas partículas.

7. *Os momentos de inércia em relação a eixos diferentes dependem da disposição das partículas*

Montam-se dois arranjos diferentes com duas partículas, uma com 90 g de massa e outra com 30 g, por meio de hastes rígidas, cujas massas devem ser ignoradas. No arranjo A, ilustrado no lado esquerdo da figura, as hastes são colocadas ao longo dos eixos x e y e presas na origem do sistema de referência. No arranjo B, ambas as partículas são colocadas sobre o eixo y e conforme ilustrado no lado direito da figura, com a haste presa à origem.

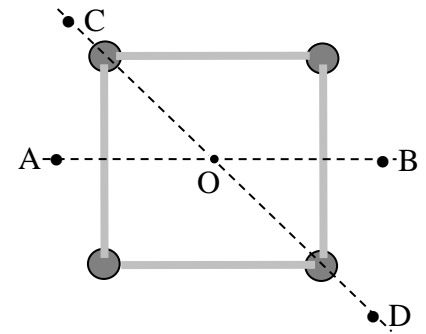


Determine a inércia rotacional do conjunto em relação a cada eixo coordenado (Ox ; Oy ; Oz):

- quando montado conforme a figura A.
- quando montado conforme a figura B.
- Enuncie qual é a grandeza física equivalente à inércia rotacional no movimento translacional, justifique sua escolha e explique em que consiste essa equivalência.

8. *O momento de inércia depende da direção do eixo*

Quatro pequenas esferas, todas massas puntiformes de 0,20 kg, estão dispostas nos vértices de um quadrado plano de lado igual a 0,40 m e conectadas por hastes leves, conforme figura ao lado.



Calcule o momento de inércia do sistema em relação a um eixo:

- perpendicular ao quadrado e que passa pelo seu centro (ponto O).
- que corta ao meio dois lados opostos do quadrado (esse eixo fica ao longo da linha AB)
- que passa pelo centro da esfera superior da esquerda e pelo centro da esfera inferior da direita (linha diagonal CD).

Conservação do Momento Angular

9. *Uma pessoa que gira numa cadeira muda seu movimento ao abrir os braços*

No laboratório de demonstrações, um professor de física está em pé sobre o centro de uma mesa giratória com dois halteres de 5 kg cada, um em cada mão, próximo ao corpo, e gira em torno a um eixo fixo vertical, completando uma volta em 1,0 s. Nessa situação, seu momento de inércia em relação ao eixo de rotação é 0,4 kg m². Em um certo instante, o professor estende os braços, leva os halteres a uma distância de 75 cm do eixo de rotação, e os mantém nessa posição enquanto gira, com outra velocidade angular.

Determine:

- se a velocidade angular aumentou ou diminuiu ao esticar os braços e justifique sua escolha.
- a inércia rotacional da situação final.
- a velocidade angular final.

Ao calcular a inércia rotacional, ignore a massa dos braços e considere os halteres como partículas que, inicialmente, estavam exatamente sobre o eixo de rotação e não contribuíam ao momento de inércia.

Ignore as forças de atrito na rotação da mesa giratória em torno do eixo.

10. *Uma criança põe em movimento um carrossel ao pular nele*

Em um parque, existe um pequeno carrossel, cujo momento de inércia para rotação em torno do seu eixo é 60 kg m². O carrossel está parado e uma criança de 45 kg corre com uma velocidade de 3 m/s tangente ao seu contorno. A criança salta sobre o carrossel e equilibra-se em um ponto a 1,0 m de distância do eixo do carrossel, de modo a formar um corpo rígido com o carrossel. Ignore as dimensões da criança e o atrito na rotação do carrossel em torno do eixo.

Determine:

- a componente vertical do momento angular da criança em relação ao eixo do carrossel, imediatamente antes do salto.
- a velocidade angular do carrossel, depois que a criança se equilibrou no carrossel.

A equação de movimento da rotação

11. *A força no suporte de um motor enquanto arranca*

Um motor elétrico está preso em uma máquina, em um ponto a 0,25 m do seu eixo, e tem um rotor com momento de inércia igual a 0,50 kg m², que acelera uniformemente, de modo que alcança 3000 rpm em 10 s quando sai da posição parada.

Determine:

- a) a aceleração angular do rotor.
- b) o torque sobre o rotor.
- c) a componente tangencial da força que segura o corpo do motor (= enrolamentos fixos mais a carcaça, que é onde se pode fixar o motor) durante a aceleração, no ponto em que ele está preso à máquina.

12. *A força no freio que para uma roda*

Uma roda é presa a um eixo com 0,060 m de diâmetro, de modo que o momento de inércia da roda em torno do eixo de rotação é $0,40 \text{ kg m}^2$. A roda está se movendo a 1200 rpm, quando um freio é aplicado sobre o eixo, a 0,20 m do centro da roda, de modo que a rotação da roda diminui uniformemente e para em 20 s. O coeficiente de atrito entre o freio e o eixo é $\mu = 0,8$.

Determine as intensidades:

- a) da aceleração angular da roda.
- b) do torque sobre a roda.
- c) do torque sobre o dispositivo de frenagem.
- d) da componente tangencial da força do freio na roda.
- e) da componente normal da força do freio na roda.
- f) do torque da força normal do freio sobre a roda, em relação ao centro da roda.
- g) Explique porque é comum os dispositivos de frenagem pressionarem simultaneamente lados opostos do objeto que gira; no caso, o outro dispositivo atuaria sobre o mesmo semieixo, como se fosse o mesmo freio visto em um espelho ao longo do eixo.

O momento angular na translação

13. *O momento angular em um movimento de translação – formal por natureza*

A equação horária de uma partícula de massa m em movimento retilíneo e uniforme no espaço, em função do tempo t , é

$$\vec{r}(t) = a \vec{i} + v t \vec{j} + h \vec{k}$$

em que a , v e h são constantes no tempo, e \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} representam os vetores unitários nas direções dos eixos de um sistema de referência cartesiano.

- a) Determine o momento angular da partícula \vec{L} em função do tempo (t), no sistema de referência adotado.
- b) Esboce a trajetória da partícula e represente, nesse esboço, o vetor momento angular correspondente.