

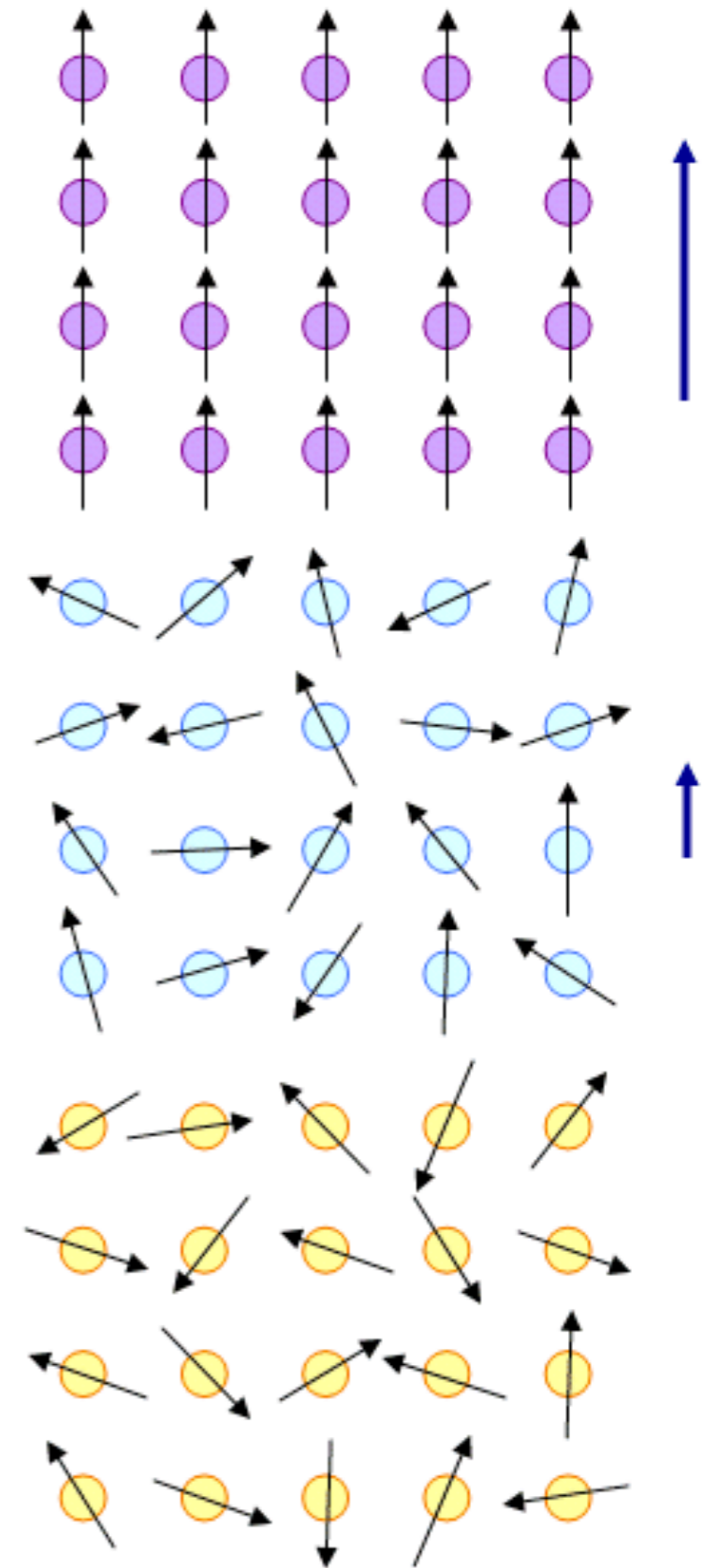
Meios dielétricos

⚡ Polarização elétrica

⚡ Dipolos induzidos

⚡ Equações de Maxwell em meios dielétricos lineares

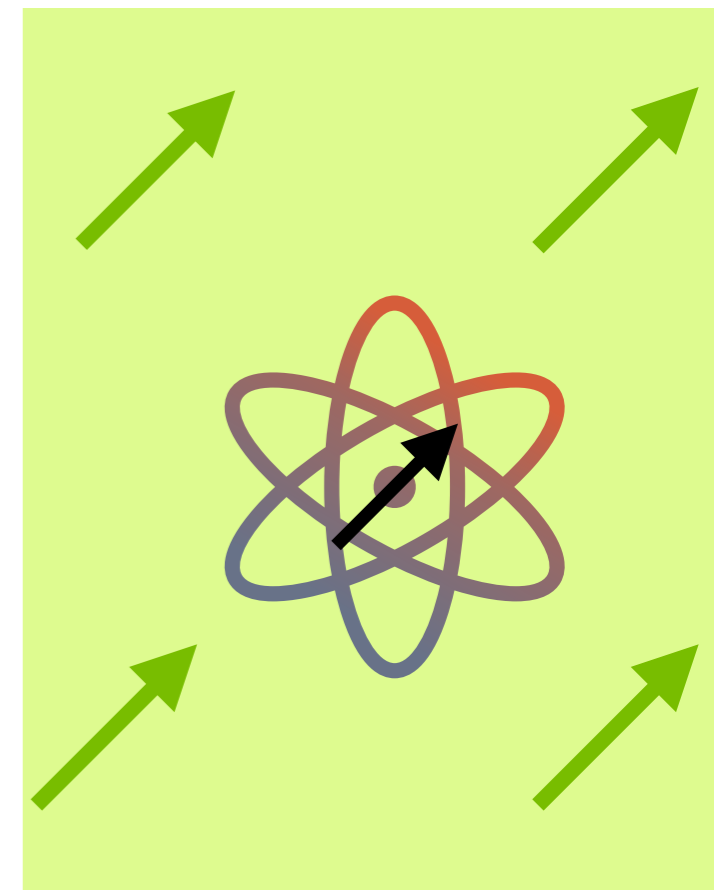
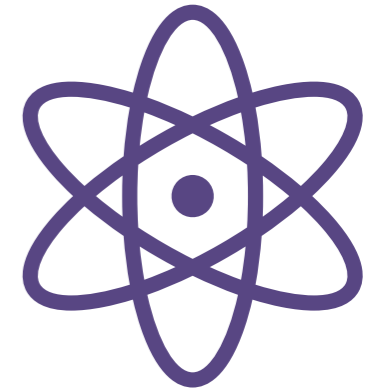
⚡ Condições de contorno



Polarização

- Todos os materiais são compostos por átomos e moléculas que, quando sujeitas a um **campo elétrico externo**, têm suas **densidades de carga deformadas** pela presença do campo.
- Essa deformação tem a forma de **dipolos**: cargas negativas e positivas se alinham em sentidos opostos, na direção do campo externo.
- A **polarização** de um meio é a medida da **densidade de dipolos elétricos** naquele meio:

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}, \text{ onde } \vec{p} = q \vec{d} \text{ denota um dipolo microscópico (de um átomo ou molécula individual)}$$



Polarização

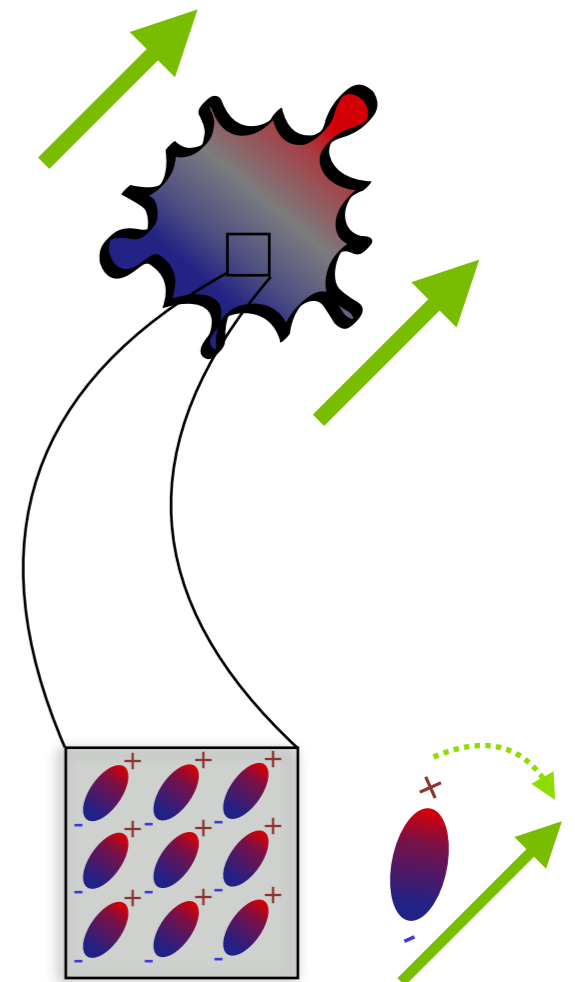
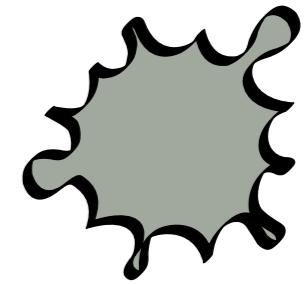
- Vamos supor, por simplicidade, que o nosso meio é **homogêneo** — isto é, todos os átomos/moléculas são iguais, estão organizados espacialmente do mesmo modo em todos os lugares, e portanto respondem ao campo externo do mesmo modo.
- Na presença de um campo elétrico externo, um dipolo elétrico pré-existente fica sujeito a um **torque**:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

- A energia de um dipolo na presença de um campo elétrico externo é então dada por:

$$U_p = - \vec{p} \cdot \vec{E} \quad [\text{Exercício 4.7 do Griffiths}]$$

- Portanto, um dipolo sujeito à ação de um campo elétrico externo **tende a se alinhar com aquele campo**.
- A natureza do material, que restringe os movimentos e a configuração espacial dos átomos e moléculas, determina até que ponto esse alinhamento pode se dar. Essa é a **polarizabilidade** do meio.



Polarização

- Agora vamos calcular como a re-orientação desses dipolos induzidos gera, ela mesma, um **novo** campo elétrico.
- Primeiro, vamos calcular o potencial numa posição \vec{x} , que é gerado por um dipolo $d\vec{P}(\vec{x}') = \vec{P} dV'$ numa posição \vec{x}' . Esse potencial é dado por:

$$d\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\vec{x} - \vec{x}') \cdot d\vec{P}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}$$

$$\Rightarrow \phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3x' \frac{(\vec{x} - \vec{x}') \cdot \vec{P}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}$$

- Vamos re-escrever esse resultado num modo mais esclarecedor. Lembre-se que:

$$\vec{\nabla}_x \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} = - \frac{\vec{x} - \vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla}_{x'} \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} = - \frac{\vec{x}' - \vec{x}}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}$$

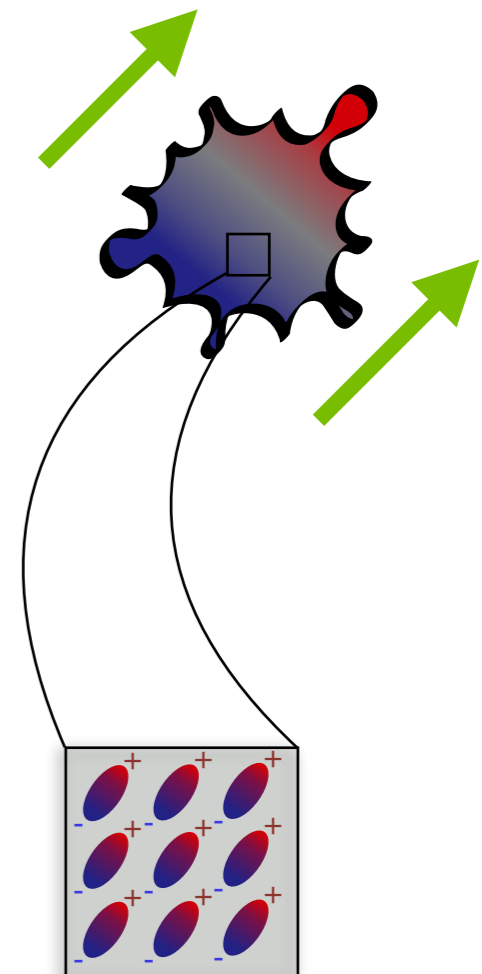
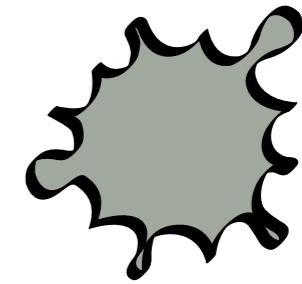
- Isso significa que podemos re-escrever o potencial do dipolo acima como:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3x' \vec{P}(\vec{x}') \cdot \left(\vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \right)$$

- Essa expressão pode então ser integrada por partes, resultando em:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_{S(V)} d^2\vec{S}' \cdot \frac{\vec{P}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V d^3x' \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{P}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|},$$

onde V é o volume do dielétrico — que, claro, supomos estar limitado a uma região finita do espaço.



Polarização

- Essa expressão que acabamos de encontrar (e que é completamente geral) está escrita em termos de uma integral de volume e uma integral de superfície:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_{S(V)} d^2\vec{S}' \cdot \frac{\vec{P}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V d^3x' \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{P}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

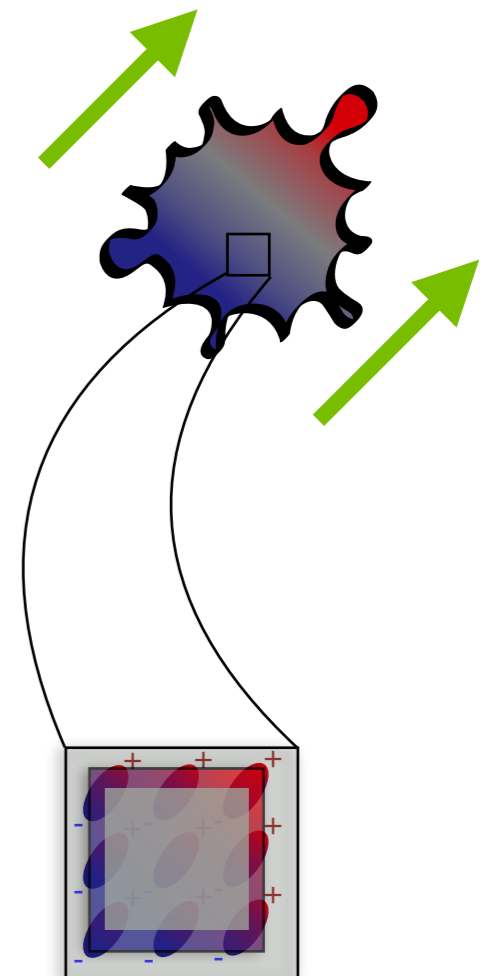
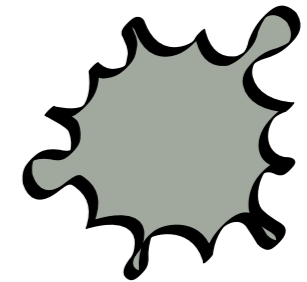
- Esses dois termos têm significados físicos diferentes, que podemos expressar em termos de uma **densidade volumétrica de polarização**, e uma **densidade superficial de polarização**:

$$\rho_P = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} \quad , \quad \text{e} \quad \sigma_P = \vec{P} \cdot \hat{n} \quad ,$$

o que então leva à expressão:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_{S(V)} d^2S' \cdot \frac{\sigma_P(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V d^3x' \frac{\rho_P(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

- Note que se a polarização é homogênea, então $\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = 0$, e o fenômeno se resume ao termo de superfície!



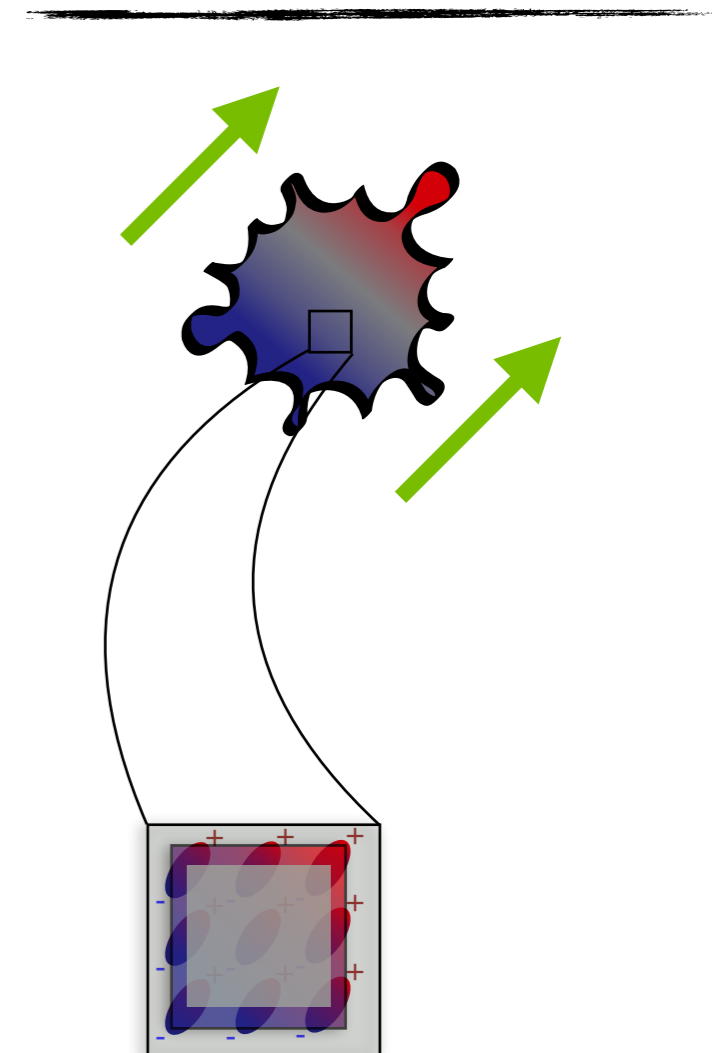
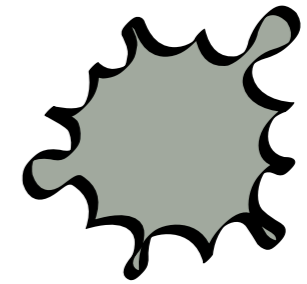
Polarização

- Note também que, quando a polarização é uniforme, encontramos que o campo elétrico dos dipolos **dentro** do material dielétrico é dado por:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3x' \vec{P}(\vec{x}') \cdot \left(\vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \vec{P} \cdot \int_V d^3x' \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{E}_p &= -\vec{\nabla} \phi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \vec{\nabla} \left[\vec{P} \cdot \int_V d^3x' \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \right] \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \vec{P} \cdot \vec{\nabla} \left[\int_V d^3x' \frac{\vec{x} - \vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} \right] = -(\vec{P} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\mathcal{E}} \end{aligned}$$

onde o campo $\vec{\mathcal{E}}$ funciona como se fosse um campo elétrico com uma “carga unitária” (carga=1).



Polarização: um exemplo

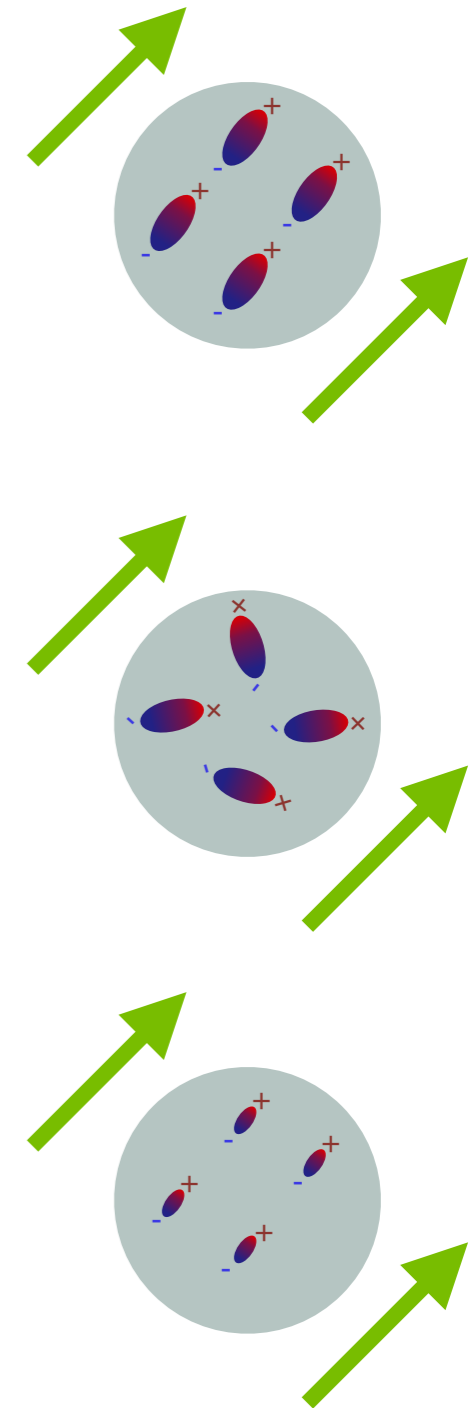
- Como exemplo, tome uma esfera com Q cargas positivas e Q cargas negativas com distâncias típicas D entre elas. Se **todos os dipolos estiverem alinhados**, a polarização dessa esfera seria:

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i = \frac{3}{4\pi R^3} Q \vec{D}$$

Se você fizer esse exercício para qualquer objeto macroscópico, o resultado seria uma polarização absolutamente descomunal — verifique!

- O que ocorre é que esses dipolos **não estão todos alinhados!** Quando o material é exposto a um **campo externo** \vec{E}_{ext} , cada um dos dipolos microscópicos se alinha **muuuuuuito pouquinho** na direção do campo.
- O resultado é que o material adquire uma polarização que, no caso da esfera, pode ser expresso como uma **distância média coerente** $d = \alpha D$:

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i = \frac{3}{4\pi R^3} Q \vec{d} = \alpha \vec{E}_{ext}$$



Polarização: um exemplo

- Vamos agora retornar ao um resultado anterior e aplicar à esfera desse exemplo:

$$\vec{E}_p = -\vec{\nabla} \phi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \vec{P} \cdot \vec{\nabla} \left[\int d^3x' \frac{\vec{x} - \vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} \right] = -(\vec{P} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\mathcal{E}},$$

Podemos usar a **Lei de Gauss** para mostrar que o “campo” $\vec{\mathcal{E}}$ é dado por:

$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3x' \frac{\vec{x} - \vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} = \frac{\vec{x}}{3\epsilon_0} \quad \text{dentro da esfera } (r \leq R), \text{ e}$$

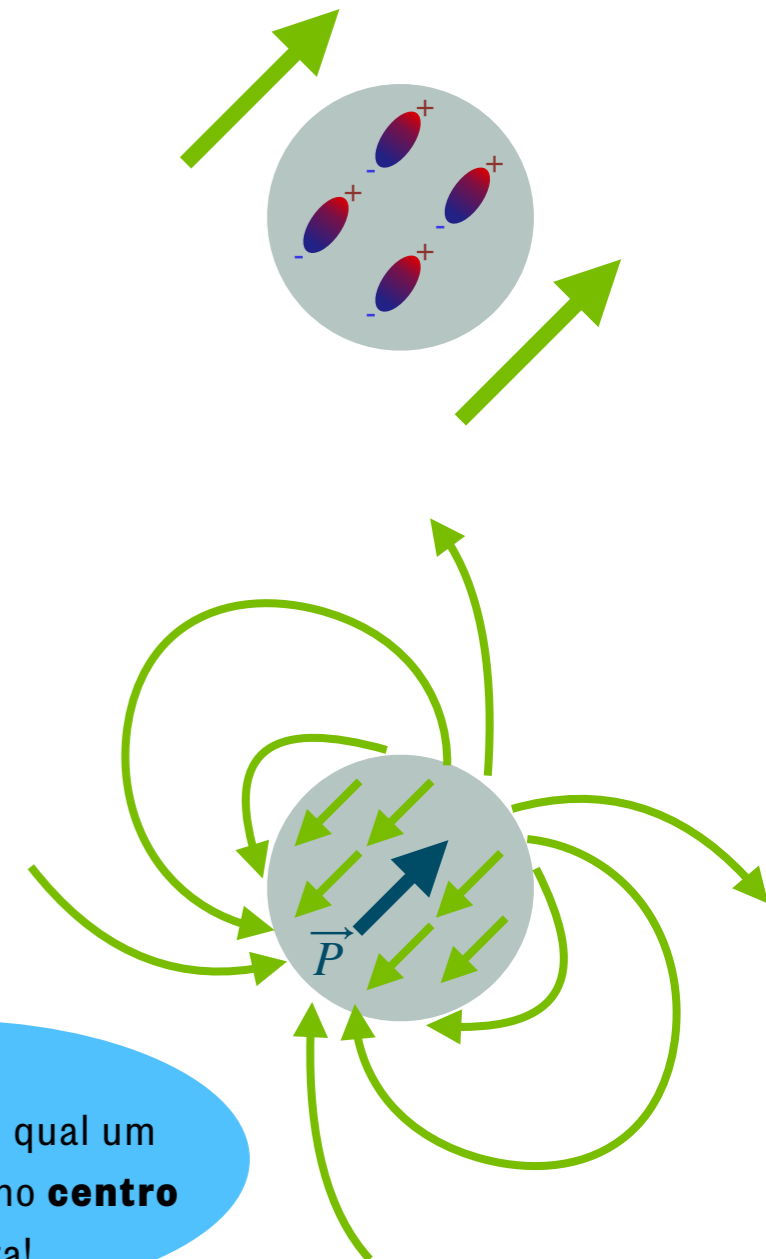
$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{\vec{x} V}{4\pi\epsilon_0 x^3} = \frac{\vec{x} R^3}{3\epsilon_0 x^3} \quad \text{fora da esfera } (r \geq R)$$

- Agora, use o fato de que $\nabla_i x_j = \delta_{ij}$ e que $\nabla_i (x_j/x^3) = \nabla_j (x_i/x^3)$ para mostrar que:

$$\vec{E}_p = -\frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \quad \text{dentro da esfera } (r \leq R), \text{ e}$$

$$\vec{E}_p = \frac{V}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\hat{x} \cdot \vec{P})\hat{x} - \vec{P}}{x^3} \quad \text{fora } (r \geq R)$$

Isso é exatamente tal qual um “grande dipolo” no **centro** da esfera!



Cargas de polarização

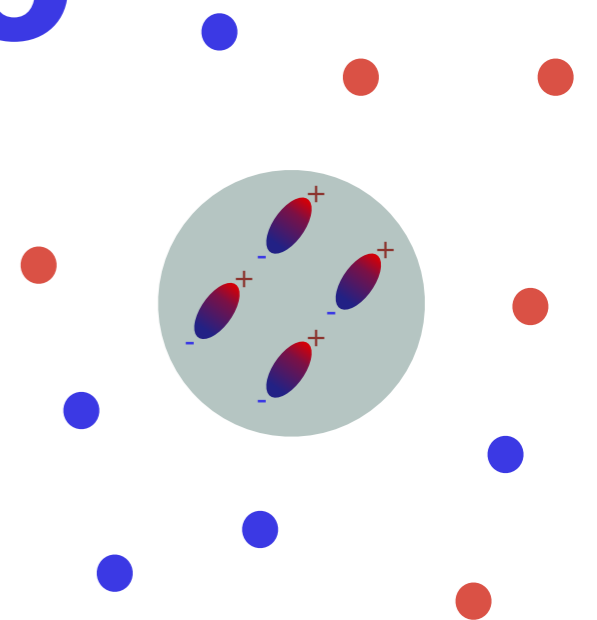
- A discussão anterior significa que podemos definir **cargas de polarização**:

$$\sigma_P = \vec{P} \cdot \hat{n} \quad \text{e} \quad \rho_P = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

- Note que mesmo em um meio dielétrico homogêneo, a rigor nós não podemos descartar as densidades de cargas, pois as densidades volumétrica e superficial são vinculadas uma à outra:

$$\int d^3x \rho_P = \int d^3x \left[-\vec{\nabla} \cdot \vec{P} \right] = -\oint d\vec{S} \cdot \vec{P} = -\oint dS \sigma_P$$

Portanto, num certo sentido a densidade de cargas de polarização desenvolvem uma **discontinuidade** justamente na **superfície do dielétrico** — onde o próprio meio sofre uma discontinuidade (ali o material termina, e começa o vácuo!)



Cargas de polarização

- Vamos associar o campo gerado pelos dipolos de polarização como:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_P = \frac{\rho_P}{\epsilon_0}$$

Para todas as outras cargas do sistema (chamadas “cargas livres”) são aquelas que dão origem ao campo externo, na ausência do material — ou seja, no vácuo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_f = \frac{\rho_f}{\epsilon_0}$$

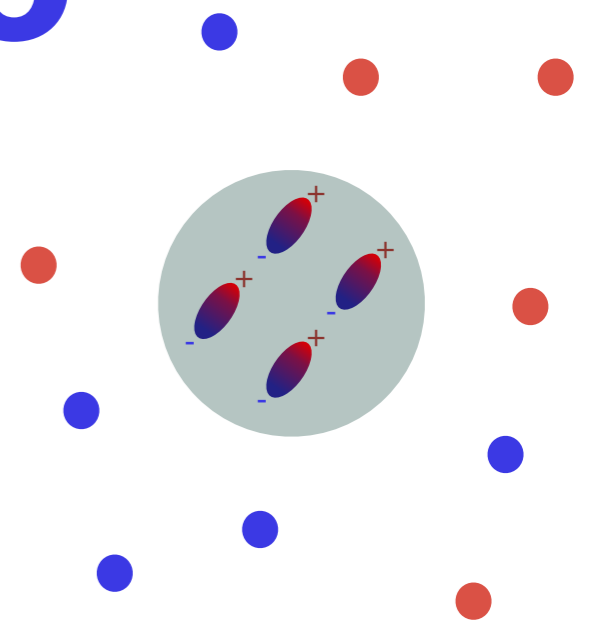
Note que assumimos que essas “cargas livres” são **fixas** de antemão, ou seja, elas mesmas não se reconfiguram como resultado das cargas de polarização do material!

- O campo resultante é, portanto:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{E}_f + \vec{E}_P) = \frac{\rho_f + \rho_P}{\epsilon_0}$$

- Por outro lado, vimos acima que $\rho_P = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$, portanto podemos escrever:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_f - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}}{\epsilon_0} \implies \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_f \implies \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f$$



“Deslocamento” elétrico

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f$$

$$(\vec{\nabla} \times \vec{D} = ??? \dots)$$

Condições de contorno

- Vamos examinar o que ocorre na **interface** entre um dielétrico e o vácuo, em termos do “deslocamento elétrico” \vec{D} e do campo elétrico \vec{E} .
- Aplicando a Lei de Gauss a um volume com espessura muito pequena que inclui uma área A dessa interface nos dá:

$$\int_V d^3x \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \oint d\vec{S} \cdot \vec{D} = \int d^3x \rho_f$$

$$\Rightarrow A \left(\hat{n} \cdot \vec{D} \right)_{\text{baixo}}^{\text{cima}} = A \Delta D_{\perp} = Q_f = \sigma_f A$$

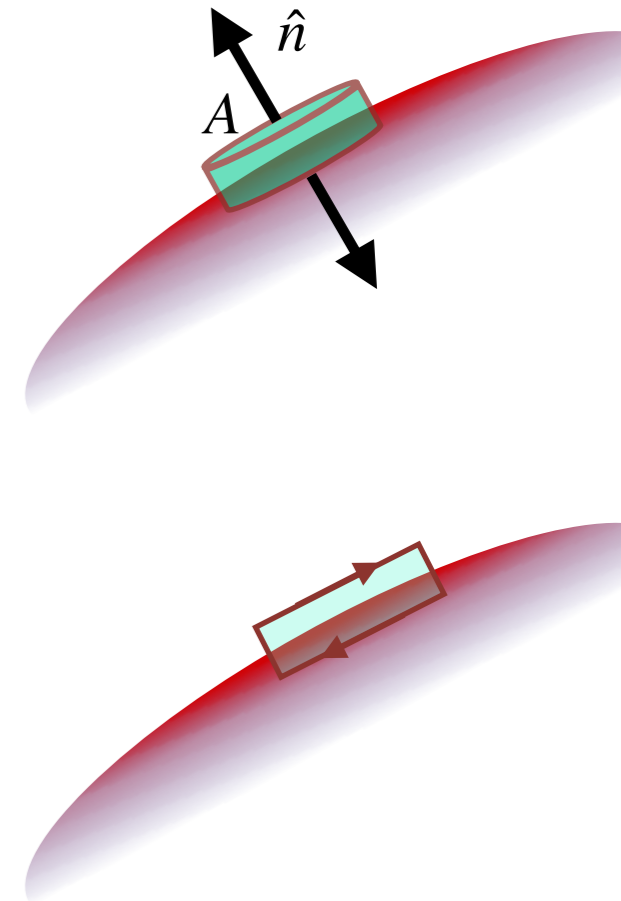
- Por outro lado, as componentes paralelas são contínuas pela condição de que:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad , \quad \text{e que usando um circuito de espessura muito fina nos dá}$$

$$\Delta \vec{E}_{\parallel} = 0$$

- Portanto, as **condições de contorno** são tais que, no caso mais geral:

$$\Delta D_{\perp} = \sigma_f \quad , \quad \text{and} \quad \Delta \vec{E}_{\parallel} = 0$$



Meios dielétricos lineares

- Note que o “deslocamento elétrico” definido acima combina o campo elétrico e a polarização causada pelo material, $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$.
- Evidentemente, quanto maior o campo, maior é a polarização. Desde que esse campo externo não seja tão forte que deforme a estrutura do material, o resultado aproximado é uma proporcionalidade entre os dois:

$$\vec{P} = \chi_E \epsilon_0 \vec{E} \quad ,$$

onde χ_E é a **susceptibilidade elétrica** do material.

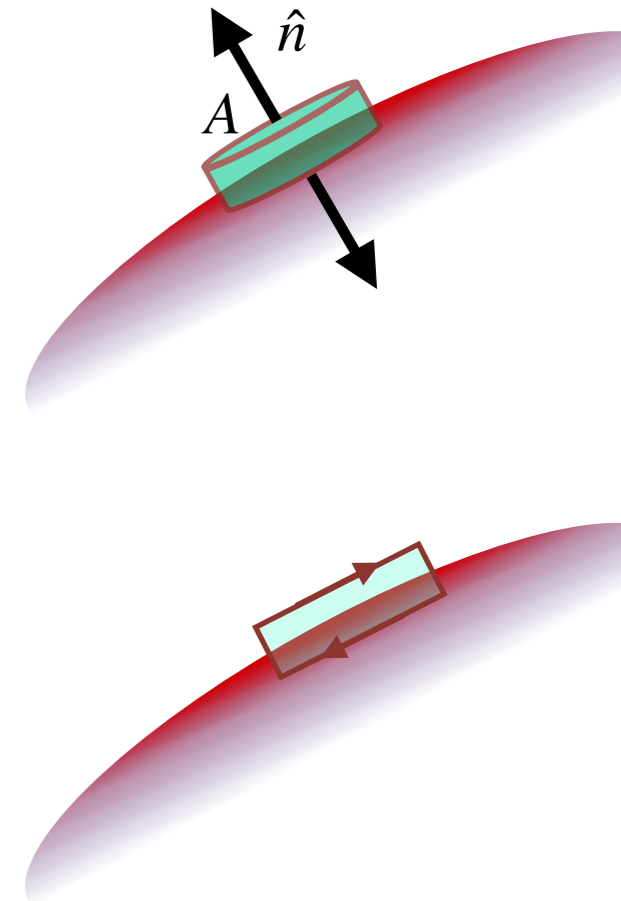
- Com essa aproximação podemos escrever:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi_E \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi_E) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \vec{E} \quad ,$$

onde $\epsilon = (1 + \chi_E) \epsilon_0$ é chamada **permitividade relativa** do meio (linear).

- Para meios lineares, portanto, as leis da eletrostática ficam simples:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_f}{\epsilon} \quad , \quad \text{e} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$



Meios dielétricos lineares

- Mesmo em meios lineares as condições de contorno têm de ser observadas com cuidado. A descontinuidade em \vec{D} nos dá a densidade superficial de cargas numa dada superfície:

$$\Delta D_{\perp} = \sigma_f$$

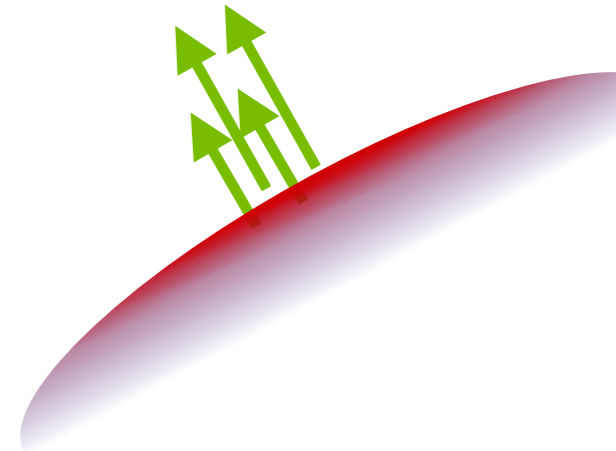
- Se essa interface ocorre de ser também a superfície de um meio dielétrico, temos:

$$\epsilon_0 E_{\perp}(\text{acima}) - \epsilon E_{\perp}(\text{abaixo}) = \sigma_f$$

- Note que, mesmo que não tenhamos nenhuma carga livre nessa interface ($\sigma_f = 0$), mesmo assim teremos uma descontinuidade no campo elétrico, devido às cargas superficiais de polarização:

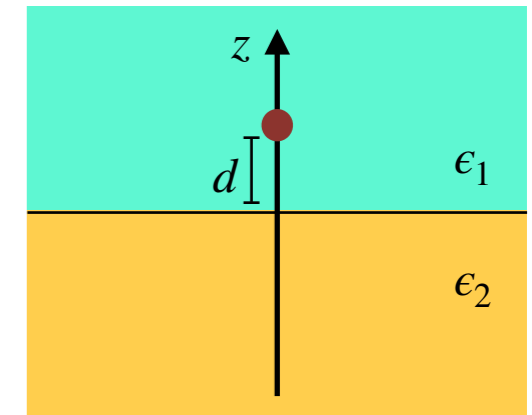
$$0 = \epsilon_0 E_{\perp}(\text{acima}) - (1 + \chi_E)\epsilon_0 E_{\perp}(\text{abaixo}) = 0$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 \Delta E_{\perp}(\text{acima}) = \chi_E \epsilon_0 E_{\perp}(\text{abaixo}) = \vec{P} \cdot \hat{n} = \sigma_P$$



Exemplo: carga pontual + interface

- Vamos considerar um exemplo interessante para ilustrar os conceitos que acabamos de ver. Considere uma **carga pontual** q que é colocada a uma distância d acima da **interface entre dois meios dielétricos**, que escolhemos como sendo o plano $z = 0$



- Na parte superior do espaço ($z > 0$) temos:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \epsilon_1 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_f = q \delta(\vec{r} - d \hat{z})$$

- Na metade de baixo ($z < 0$) temos:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \epsilon_2 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_f = 0$$

- Além disso, temos que $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ assim como antes.
- Vamos agora lembrar que as condições de contorno na interface são:

$$\Delta D_{\perp} = \sigma_f = 0 \quad \text{e} \quad \Delta \vec{E}_{\parallel} = 0$$

- Portanto, nós podemos expressar os campos logo acima e logo abaixo da interface como:

$$\lim_{z \rightarrow 0^+} \epsilon_1 E_z = \lim_{z \rightarrow 0^-} \epsilon_2 E_z \quad , \quad \text{e}$$

$$\lim_{z \rightarrow 0^+} E_{x,y} = \lim_{z \rightarrow 0^-} E_{x,y} \quad .$$

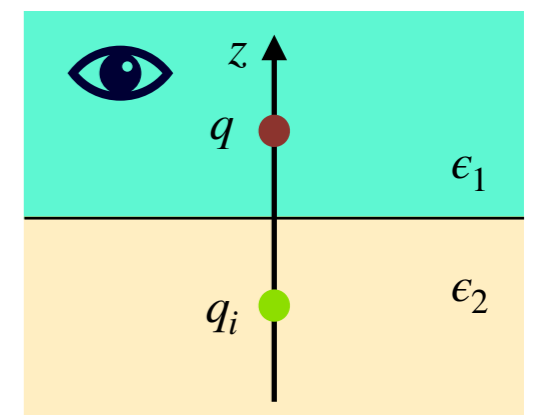
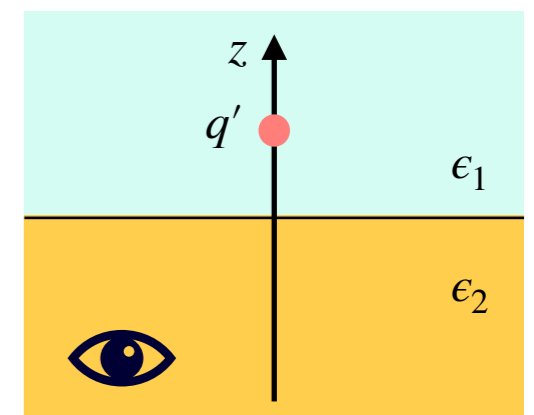
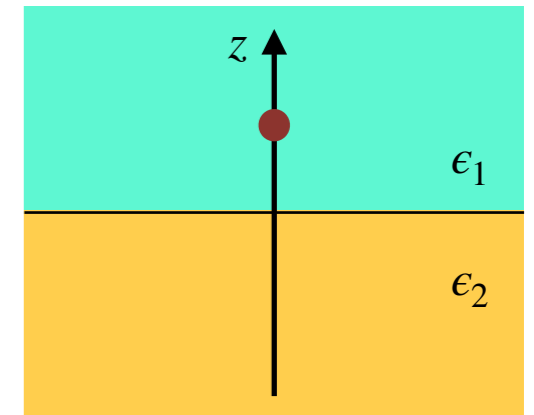
- OK, mas e agora, como resolver esse problema? Que técnica vamos usar?

Exemplo: carga pontual + interface

- A melhor maneira de examinar esse problema é usar o **método das imagens** — mas teremos de fazer algumas adaptações para satisfazer as condições de contorno.
- A ideia é que o dielétrico **atenua** parcialmente a carga da parte de cima, de modo que um observador na metade de baixo acaba medindo uma carga q' que é **diferente** da carga q .
- Para um meio condutor, a atenuação é perfeita, de modo que na parte de baixo não teria sinal nenhum da carga, pois o campo seria nulo.
- Do mesmo modo, na parte de cima, a carga-imagem (q_i) que colocamos na parte de baixo de modo a satisfazer as condições de contorno **não é igual e oposta** à carga real da parte de cima.
- Portanto, vamos separar as soluções para o potencial em duas, e fazer os ansatz:

$$\phi_{>} = \frac{1}{4\pi\epsilon_1} \left(\frac{q}{|\vec{x} - d\hat{z}|} + \frac{q_i}{|\vec{x} + d\hat{z}|} \right)$$

$$\phi_{<} = \frac{1}{4\pi\epsilon_2} \frac{q'}{|\vec{x} - d\hat{z}|}$$



Exemplo: carga pontual + interface

- Agora vamos empregar essas soluções para satisfazer as condições de contorno:

$$\epsilon_1 \frac{d\phi_{>}}{dz} = \epsilon_2 \frac{d\phi_{<}}{dz} \quad , \quad \frac{d\phi_{>}}{dx} = \frac{d\phi_{<}}{dx} \quad , \quad \frac{d\phi_{>}}{dy} = \frac{d\phi_{<}}{dy}$$

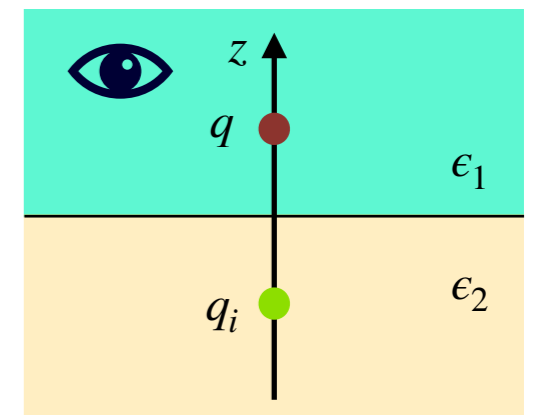
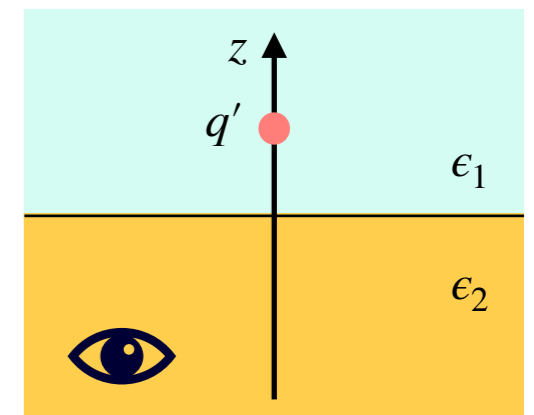
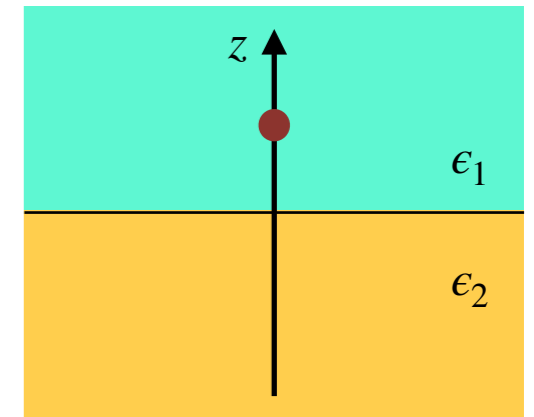
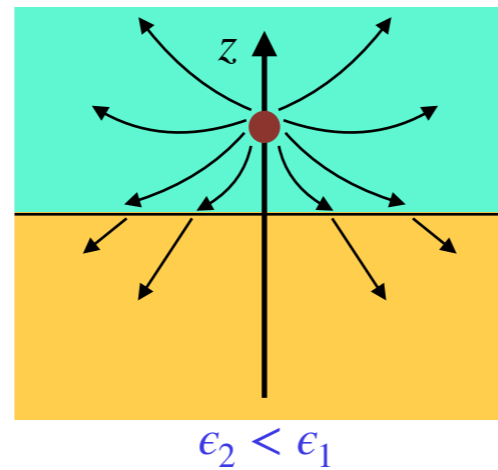
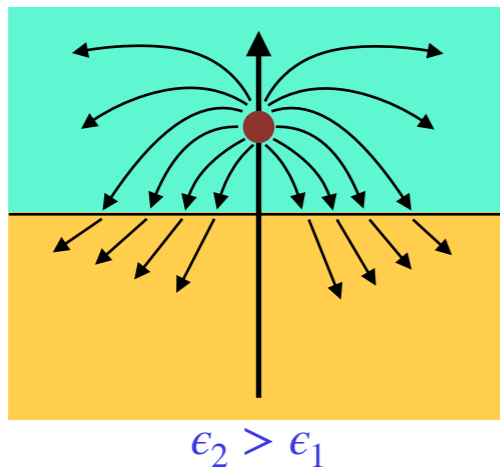
- As condições acima nos levam às equações (cheque isso!):

$$q_i = -\frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q \quad , \quad e \quad q' = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} q$$

- No limite em que temos o vácuo na metade superior e um condutor na metade superior é obtido tomando $\epsilon_2 \gg \epsilon_1$, e assim:

$$q_i \rightarrow -q \quad . \quad (\text{Note que nesse limite } q' \text{ se torna irrelevante, pois } \phi_{<} \sim q'/\epsilon_2 \ll q/\epsilon_1 \text{ !})$$

- O campo tem o seguinte comportamento:



Exercício: mostre que as cargas superficiais de polarização são $\sigma_p = -\frac{q}{2\pi} \frac{\epsilon_0(\epsilon_2 - \epsilon_1)}{\epsilon_1(\epsilon_2 + \epsilon_1)} \frac{2}{(x^2 + y^2 + d^2)^{3/2}}$

Exemplo 2: esfera dielétrica

- Considere uma esfera de raio R que está imersa num campo externo $\vec{E}_{ext} = E_0 \hat{z}$.

- **Dentro** da esfera temos:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}_{<} = \epsilon \vec{\nabla} \cdot \vec{E}_{<} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 \phi_{<} = 0$$

- **Fora** da esfera temos o mesmo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}_{>} = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}_{>} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 \phi_{>} = 0$$

- Dada a simetria axial do problema, podemos tentar usar as soluções que já deduzimos para a equação de Laplace:

$$\phi_{<} = \sum_{\ell} A_{\ell} r^{\ell} P_{\ell}(\cos \theta) \quad \text{e}$$

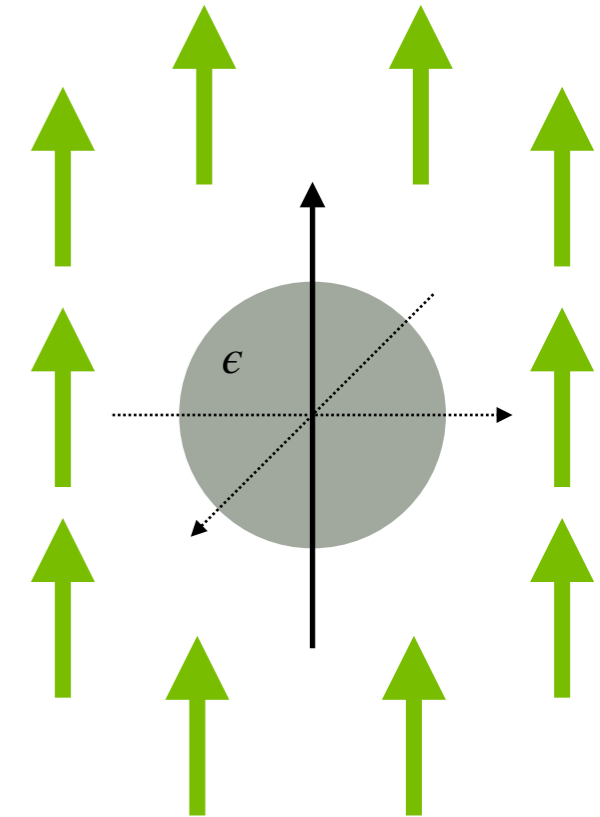
$$\phi_{>} = -E_0 r \cos \theta + \sum_{\ell} B_{\ell} r^{-\ell-1} P_{\ell}(\cos \theta) \quad ,$$

onde o primeiro termo da solução fora da esfera está destacado para satisfazer explicitamente a condição de contorno em $r \rightarrow \infty$, que determina que $\vec{E} \rightarrow \vec{E}_{ext}$.

- As outras condições de contorno são:

$$\Delta D_{\perp} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\epsilon \left. \frac{\partial \phi_{<}}{\partial r} \right|_{r=R} = -\epsilon_0 \left. \frac{\partial \phi_{>}}{\partial r} \right|_{r=R} \quad , \quad \text{e}$$

$$\Delta \vec{E}_{\parallel} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{\partial \phi_{<}}{\partial \theta} \right|_{r=R} = \left. \frac{\partial \phi_{>}}{\partial \theta} \right|_{r=R}$$



Exemplo 2: esfera dielétrica

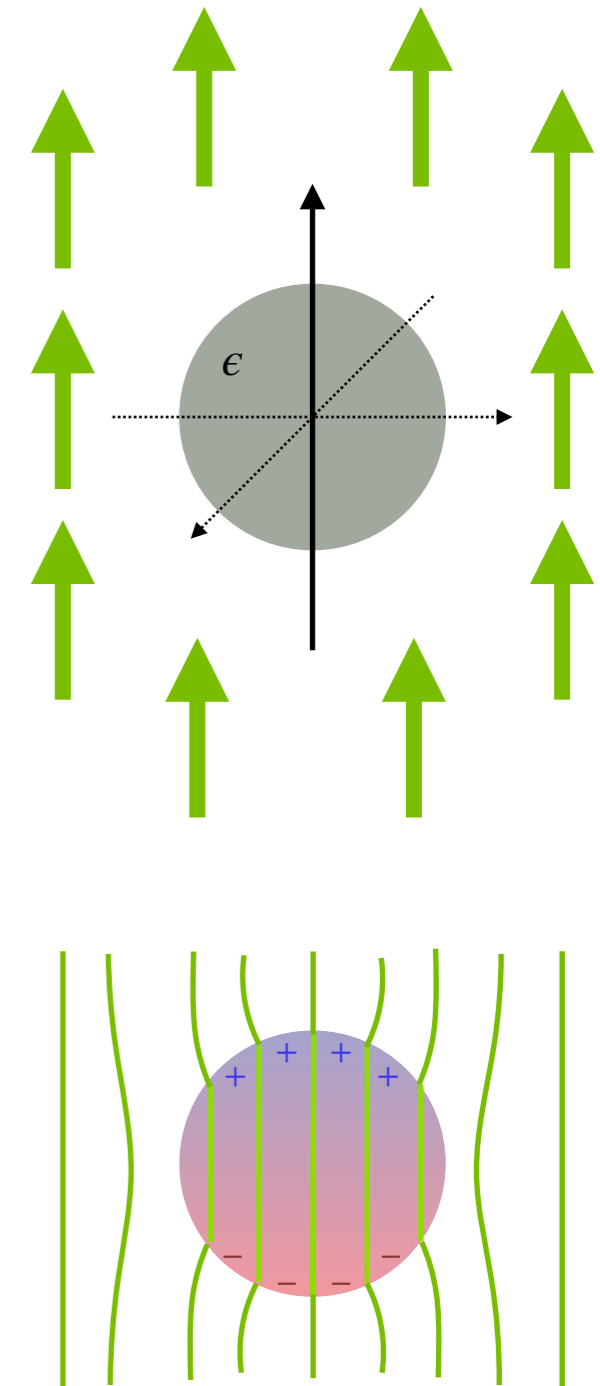
- Substituindo as expressões para $\phi_{<}$ e $\phi_{>}$ e resolvendo para as condições de contorno temos $A_\ell = B_\ell = 0$ para $\ell \neq 1$, e assim resta apenas os termos de dipolo ($\ell = 1$), que são:

$$A_1 = -\frac{\epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} E_0 \quad , \quad e \quad B_1 = \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} E_0 R^3$$

- Inserindo esses valores de volta nas expressões para o potencial nos permite calcular o campo elétrico:

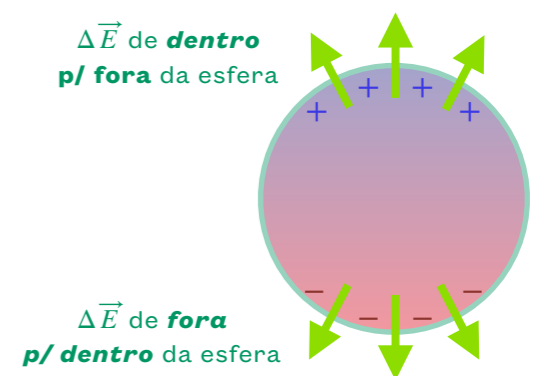
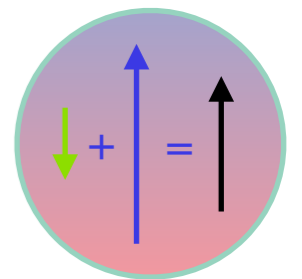
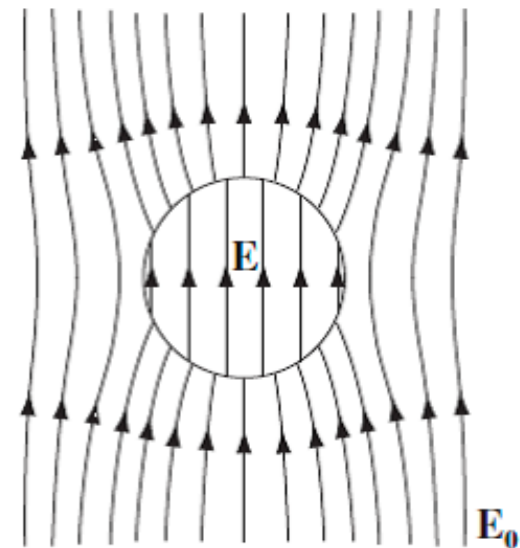
$$\vec{E}_{<} = -\vec{\nabla} \phi_{<} = \frac{3\epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} E_0 \hat{z} \quad , \quad e$$

$$\vec{E}_{>} = -\vec{\nabla} \phi_{>} = E_0 \hat{z} + \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} \frac{E_0 R^3}{r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta})$$



Exemplo 2: esfera dielétrica

- Portanto, temos dois resultados interessantes:
 - (a) o campo **dentro** da esfera é **constante**; e
 - (b) o campo fora da esfera pode até **aumentar** em comparação com o campo externo, por um termo que é idêntico a um **dipolo** no centro da esfera.
- Ambos esses resultados são um pouco surpreendentes. Primeiro, as cargas de polarização se distribuem para criar um **campo elétrico constante dentro da esfera**, que cancela parcialmente o campo externo (e no caso de um condutor, esse campo constante é igual e em sentido contrário ao campo externo!)
- Em segundo lugar, o campo fora da esfera é deformado, aumentando em alguns lugares, e diminuindo em outros. Vamos pensar um pouco sobre isso: é de fato o que esperamos, pois a esfera funciona como um **grande dipolo**, com as cargas negativas e positivas alinhadas com o campo externo. Em outras palavras: as cargas negativas no lado oposto da direção do campo diminuem a intensidade do campo naquela vizinhança; e as cargas positivas no lado alinhado com a direção do campo aumentam a intensidade do campo por ali.



Observações finais

- Meios dielétricos lineares são muito simples: basta substituir

$$\vec{E} \rightarrow \vec{D} = \epsilon \vec{E}.$$

- Entretanto, o nosso modelo simplificado de polarizabilidade de meios dielétricos (que se chama *modelo de Lorentz*) é... **errado!** De fato, nós não podemos simplesmente dizer que a polarização de um material pode ser expressa pela soma de seus “dipolos microscópicos”, algo como:

$$\vec{P} = \int d^3x \frac{d\vec{p}}{dV}$$

- Na realidade, a polarização elétrica em átomos e moléculas é um fenômeno bem mais complexo e interessante, que envolve a **natureza quântica** da matéria.
- A estrutura detalhada dos materiais estabelece relações muito interessantes entre as propriedades elétricas e magnéticas dos materiais.
- Para mais detalhes nesse tópico, veja a discussão no livro do Zangwill, Cap. 6.

Próxima aula:

- Meios dielétricos lineares: equações de Maxwell
- Energia do campo elétrico em meios dielétricos
- Exemplos e exercícios

- Leitura: Griffiths, Cap. 4