



Engenharia de Produção



Engenharia da Qualidade II

Prof. Dr. Fabrício Maciel Gomes

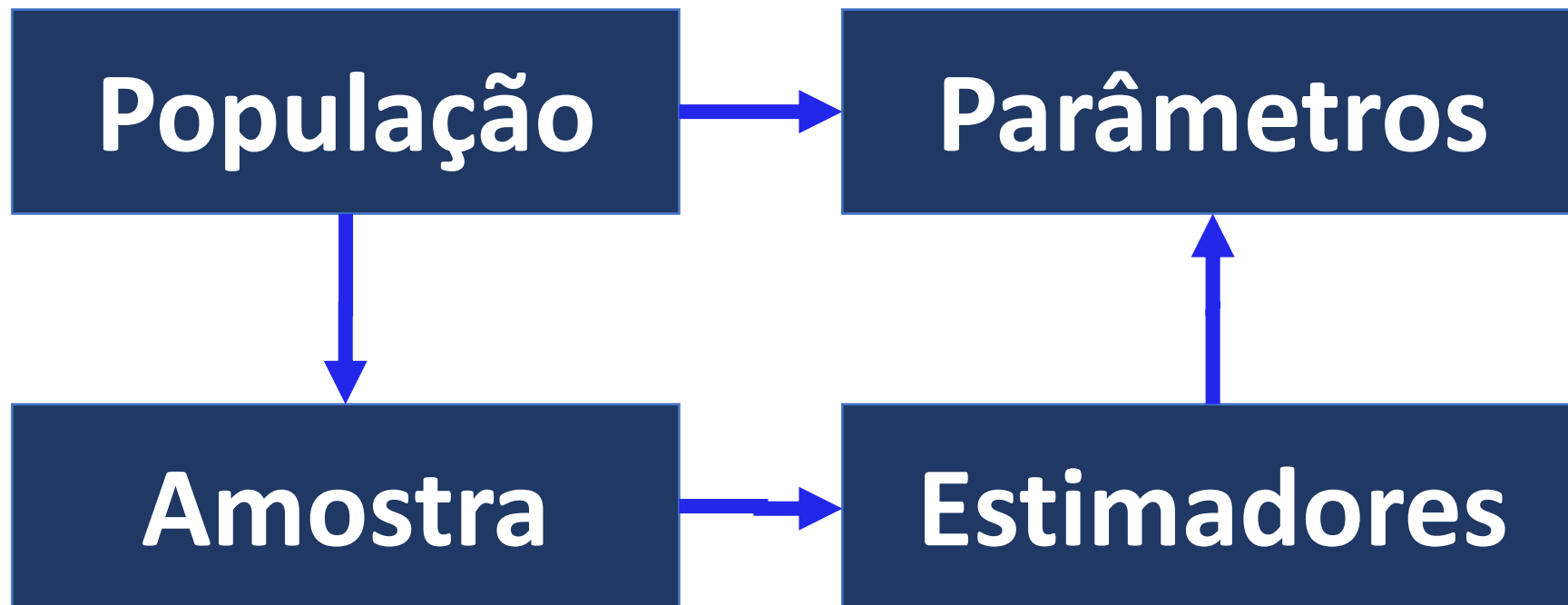


Teste de Hipóteses



Trata-se de uma técnica para se fazer inferência estatística. Ou seja, a partir de um teste de hipóteses, realizado com os dados amostrais, pode-se inferir sobre a população.

No caso das inferências através do Intervalo de Confiança, busca-se “cercar” o parâmetro populacional desconhecido. Aqui formula-se uma hipótese quanto ao valor do parâmetro, e pelos elementos amostrais faz-se um teste que indicará a aceitação ou rejeição da hipótese formulada.





Teste de Hipóteses



Exemplo 1: Caixa de Cereais

Proposta

Análise de dados por meio de testes de hipóteses.

Problema

Uma empresa de cereais se o processo de empacotamento está atingindo o alvo. O peso de enchimento das caixas de cereais deve ser de 365 gramas.



Teste de Hipóteses



Dados Coletados

Para avaliar a média do processo, seis caixas de cereais foram escolhidas aleatoriamente e pesadas. Os dados da amostra foram utilizados para estimar a média da população (a média do processo).

Ferramentas

- Normality Test

Arquivo de Dados: Cerealbx.MPJ

Variável	Descrição
BoxWeigh	Peso da caixa do cereal



Teste de Hipóteses



Hipótese 0:

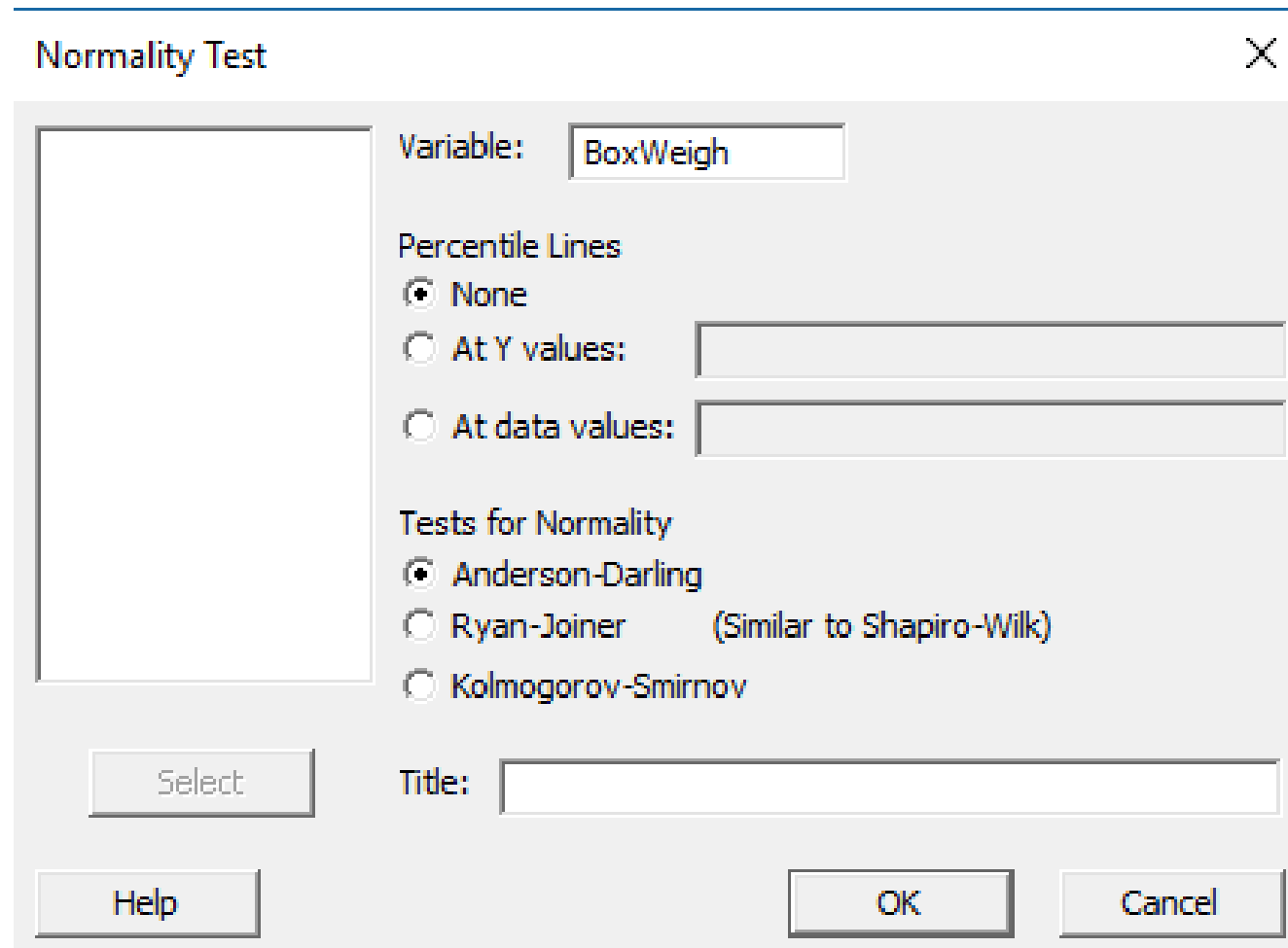
Os dados provem de uma população Normalmente distribuída

Hipótese 1:

Os dados não provem de uma população Normalmente distribuída

Normality test

1. Abra Cerealbx.mpj;
2. Selecione **Stat>Basic Statistics>Normality Test**;
3. Complete a caixa de diálogo, como mostra a figura ao lado.
4. Clique em **OK**.



Normality Test

Variable:

Percentile Lines

None

At Y values:

At data values:

Tests for Normality

Anderson-Darling

Ryan-Joiner (Similar to Shapiro-Wilk)

Kolmogorov-Smirnov

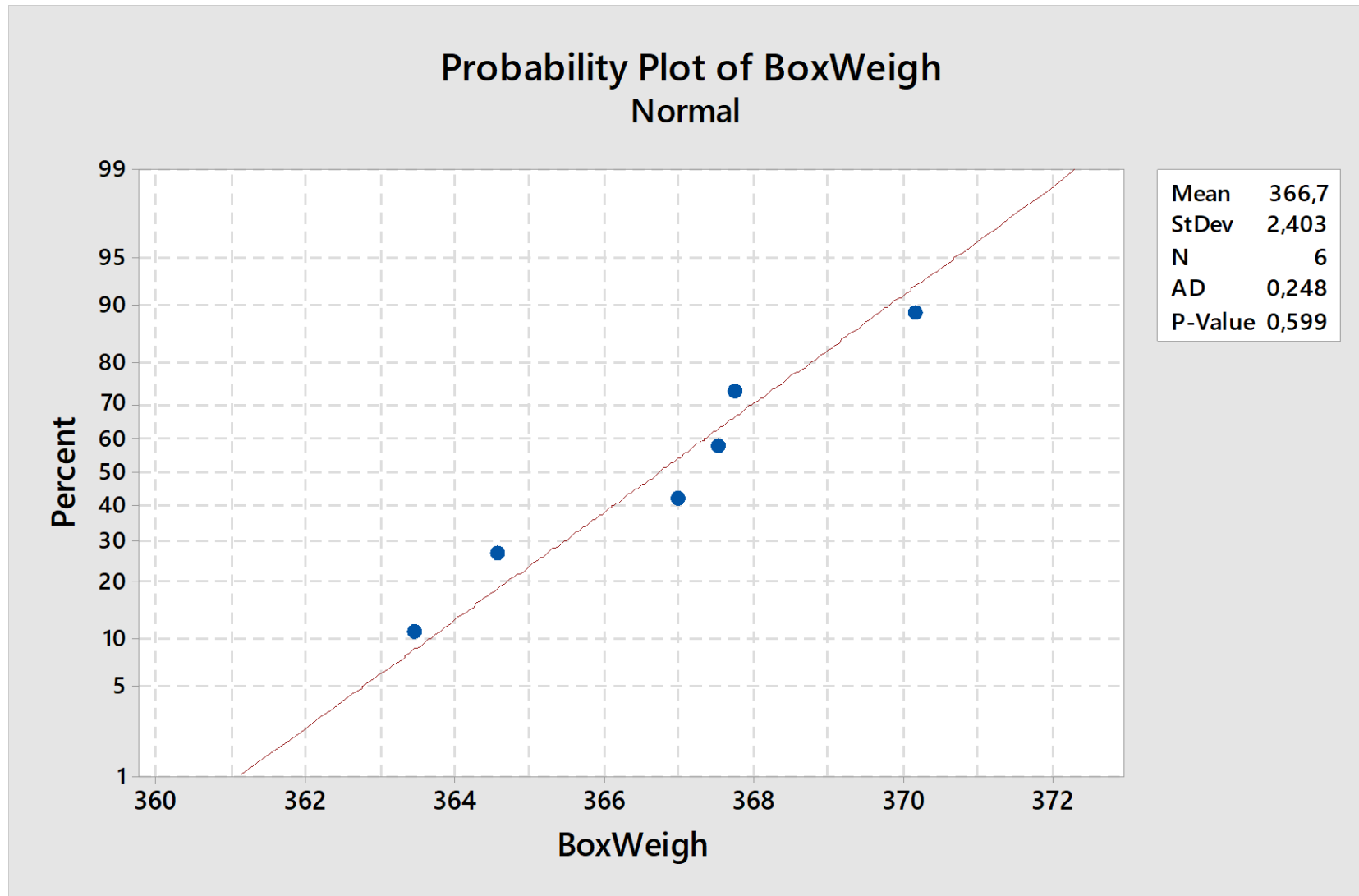
Title:

Select

Help

OK

Cancel





Teste de Hipóteses



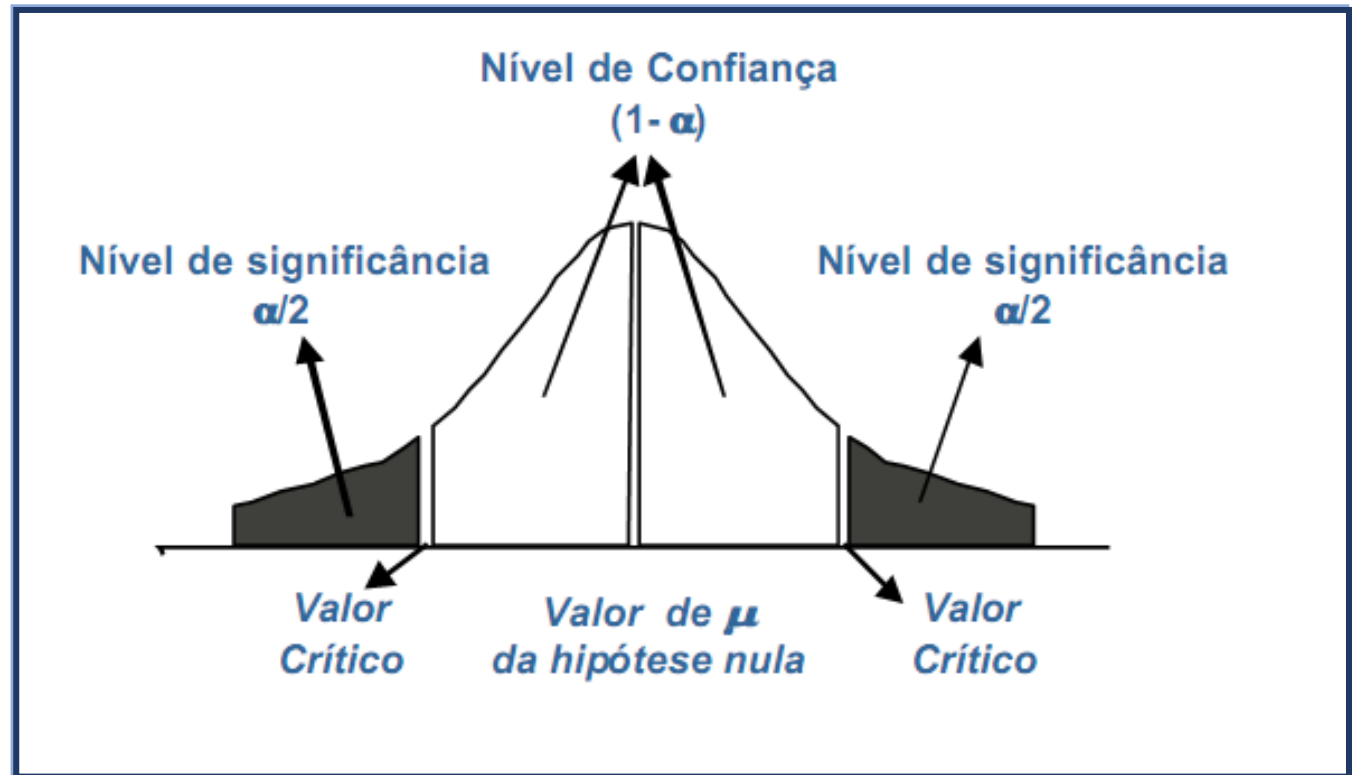
Muito próximo?
Muito longe? ...

O método do teste de hipóteses avalia tais diferenças e nos possibilita quantificar nosso processo de tomada de decisão

Regiões de Rejeição e de Aceitação

H_0 : Hipótese a ser testada – Hipótese Nula

H_1 : Hipótese Alternativa (negação de H_0)



Resultados de Teste de Hipóteses acerca de Parâmetros e suas probabilidades (α e β) condicionadas à realidade:

		REALIDADE	
		H_0 Verdadeira	H_0 Falsa
D E C I S Ã O	Aceitar H_0	Decisão Correta ($1-\alpha$)	Erro Tipo II (β)
	Rejeitar H_0	Erro Tipo I (α)	Decisão Correta ($1-\beta$)

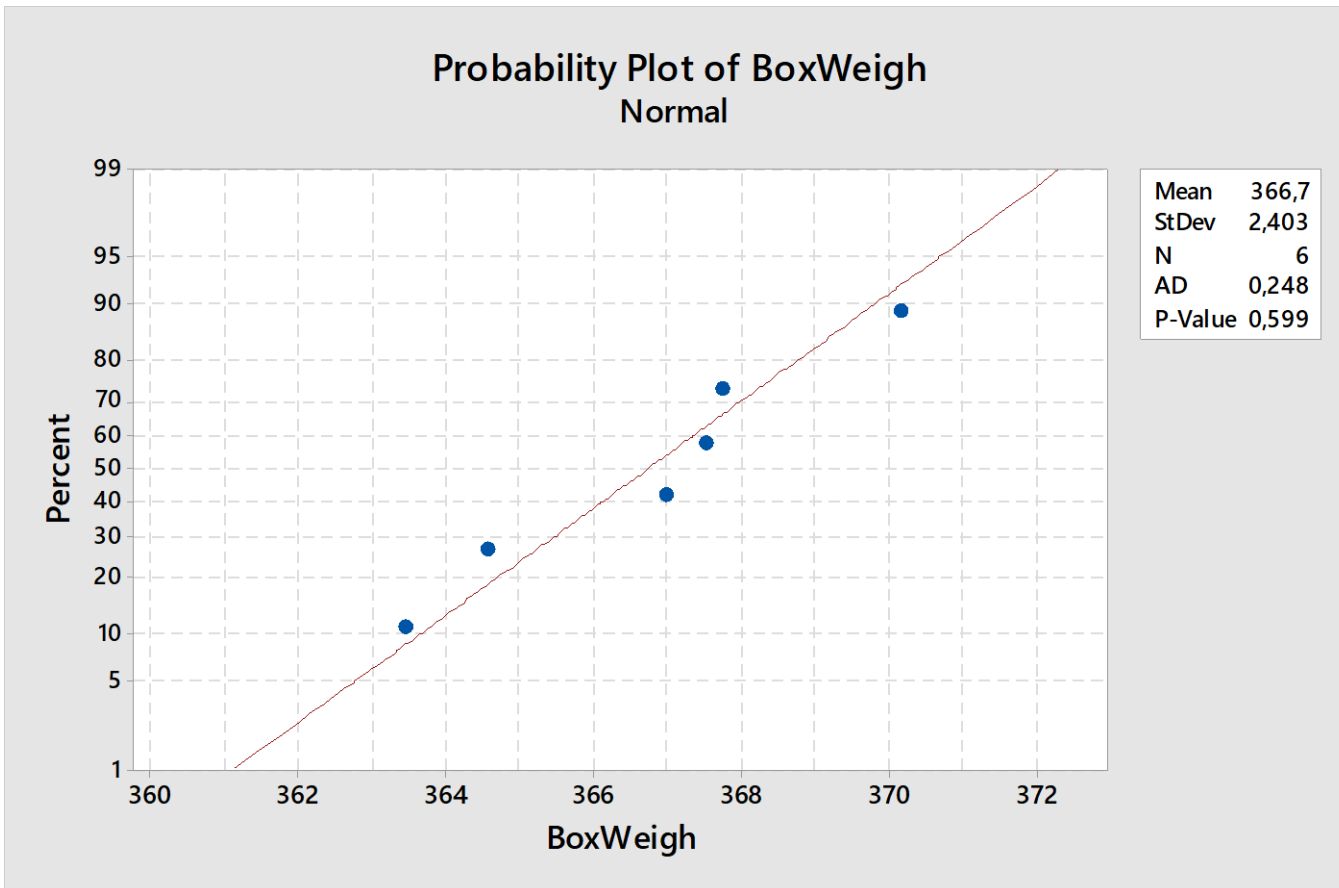


Teste de Hipóteses



α : Probabilidade cometer Erro Tipo I
Rejeitar H_0 , sendo H_0 Verdadeira
Risco do Vendedor (Produtor)

β : Probabilidade cometer Erro Tipo II
Aceitar H_0 , sendo H_0 Falsa
Risco do Comprador (Consumidor)



As hipóteses do teste de normalidade de Anderson-Darling são:

- H_0 : Os dados provem de uma população normalmente distribuída;
- H_1 : Os dados não provem de uma população normalmente distribuída;

O Valor-P do teste de Anderson Darling (0,599) avalia a probabilidade dos dados serem provenientes de uma população normalmente distribuída. Usa-se um α de 0,05, ou seja:

- Se o valor de $P \geq 0,05$ aceita-se H_0 ;
- Se o valor de $P < 0,05$ rejeita-se H_0 .



Teste de Hipóteses



O Fabricante precisa determinar se a média do processo de empacotamento difere significativamente do peso do alvo de 365 gramas. Em termos estatísticos, a média do processo é chamada de μ (μ) ou média populacional.

Hipótese Estatística

Existem duas possibilidades: ou μ é igual a 365 ou não é. Essas alternativas podem ser declaradas com duas hipóteses.

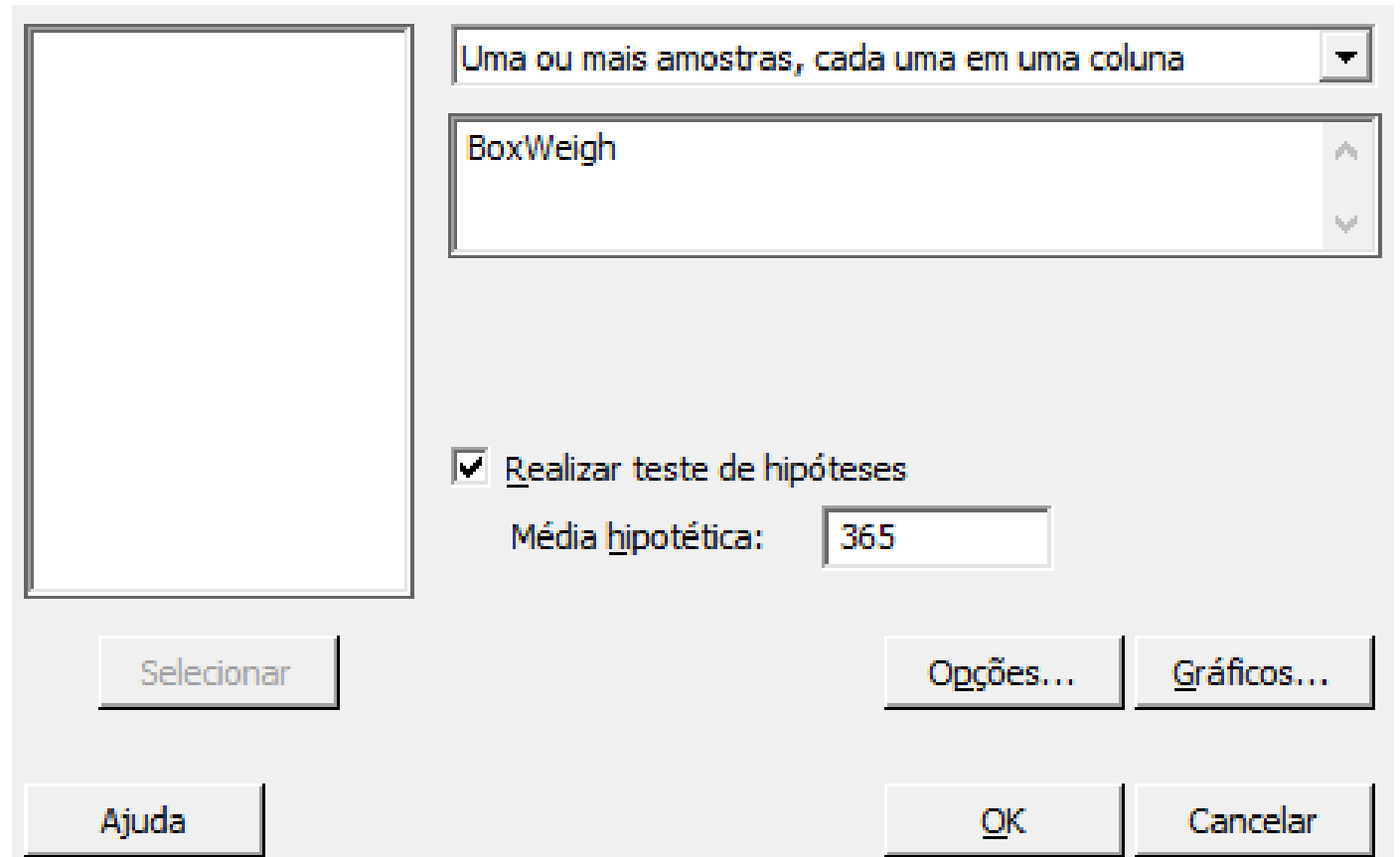
- A hipótese nula (H_0): $\mu = 365$ g;
- A hipótese alternativa (H_1): $\mu \neq 365$ g.

Uma vez que não é viável medir cada caixa da população, nunca poderemos saber qual hipótese é correta. Contudo um teste de hipótese apropriado pode nos ajudar a dar um palpite com um certo grau de certeza. Para esses dados, o teste apropriado é o teste t para uma amostra.

1-Sample t

1. Selecione **Estat>Estatísticas Básicas>Teste t para 1 amostra**;
2. Complete a caixa de diálogo, como mostra a figura ao lado.
3. Clique em **OK**.

Teste t para 1 amostra para a Média



Uma ou mais amostras, cada uma em uma coluna

BoxWeigh

Realizar teste de hipóteses

Média hipotética: 365

Selecionar

Ajuda

Opções...

Gráficos...

OK

Cancelar

Para tomar uma decisão precisamos escolher o valor de α , em geral utiliza-se 0,05 (5%), e após isto aplica-se o teste:

- Se o valor de $P \geq 0,05$ aceita-se H_0 ;
- Se o valor de $P < 0,05$ rejeita-se H_0 .

Estatísticas Descritivas

N	Média	DesvPad	EP	Média IC de 95% para μ
6	366,704	2,403	0,981	(364,183; 369,226)

μ : média de BoxWeigh

Teste

Hipótese nula $H_0: \mu = 365$

Hipótese alternativa $H_1: \mu \neq 365$

Valor-T	Valor-p
1,74	0,143



Teste de Hipóteses



O que é um Intervalo de Confiança

Um intervalo de confiança é uma faixa de valores prováveis para um parâmetro populacional que se baseia em dados amostrais. Por exemplo, num intervalo de 95% de confiança para μ , tem-se 95% de confiança de que a média populacional esteja naquele intervalo.

Quando usar um intervalo de confiança

Use um intervalo de confiança para fazer inferências sobre uma ou mais populações a partir dos dados da amostra ou para quantificar a precisão de estimativa de μ .

1-Sample t

1. Selecione **Estat>Estatísticas Básicas>Teste t para 1 amostra**;
2. Selecione a coluna **BoxWeigh** e na caixa **Média hipotética** insira o valor de **365**.
3. Clique em **Gráficos**.
4. Complete a caixa de diálogo como a figura ao lado.
5. Clique em **OK** em todas as caixas de diálogo.

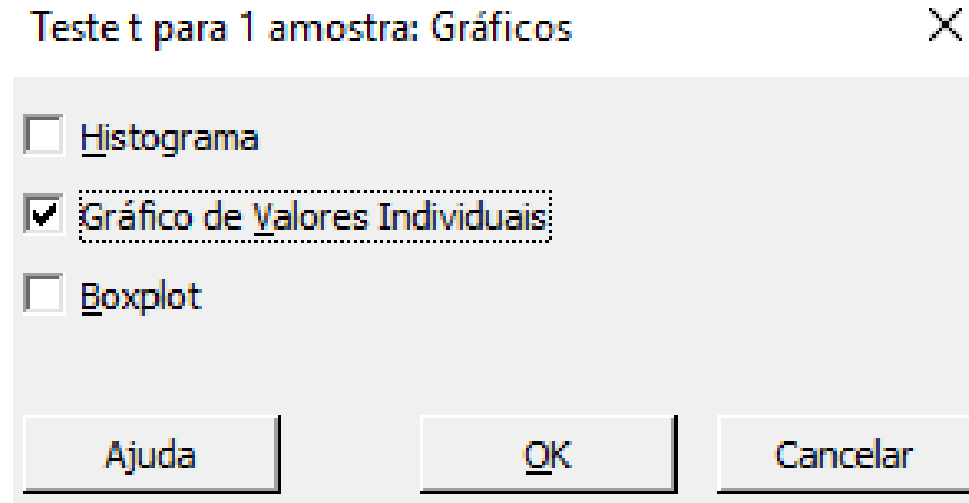
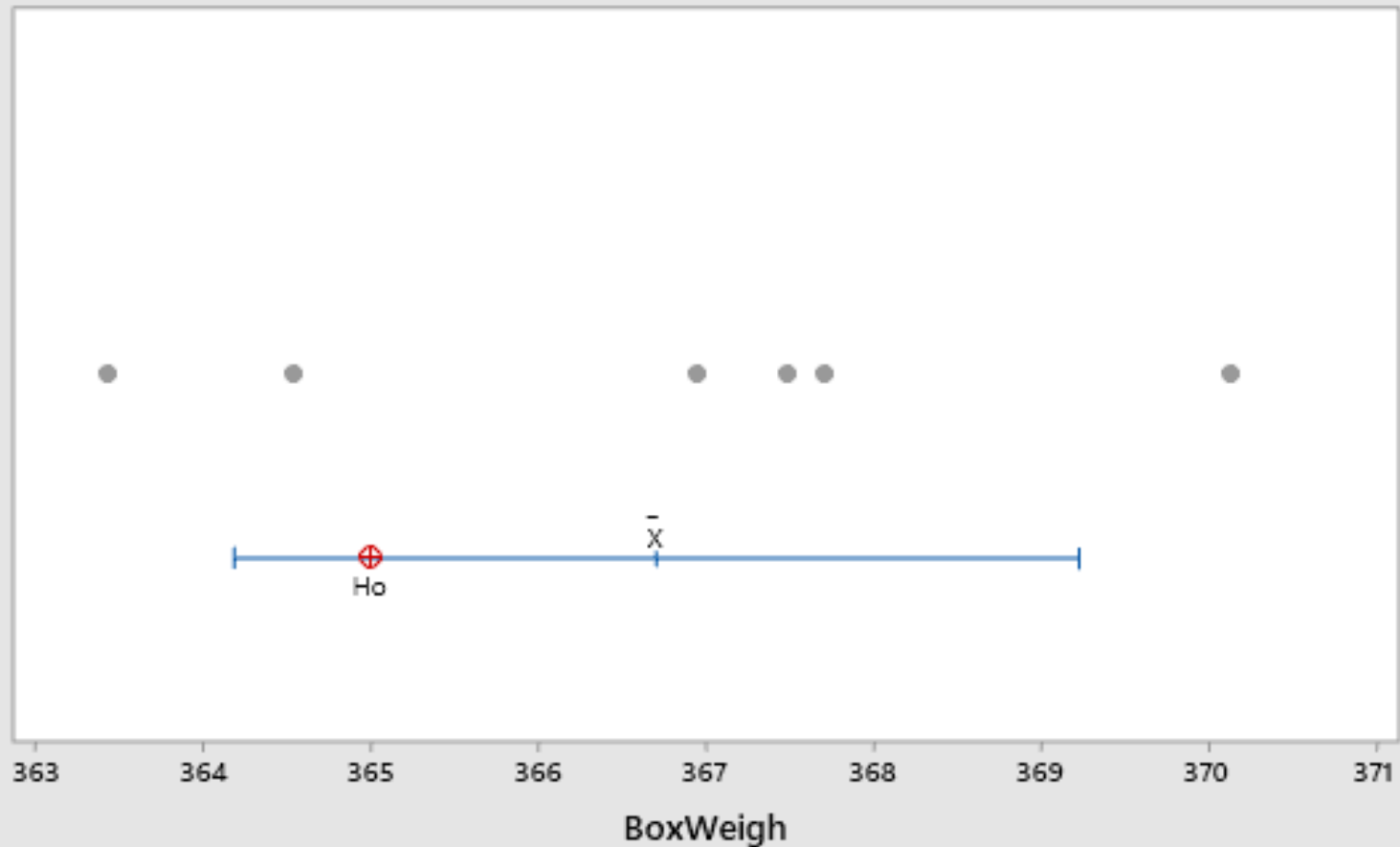


Gráfico de Valores Individuais de BoxWeigh
(com H_0 e intervalo de 95% de confiança t para a média)



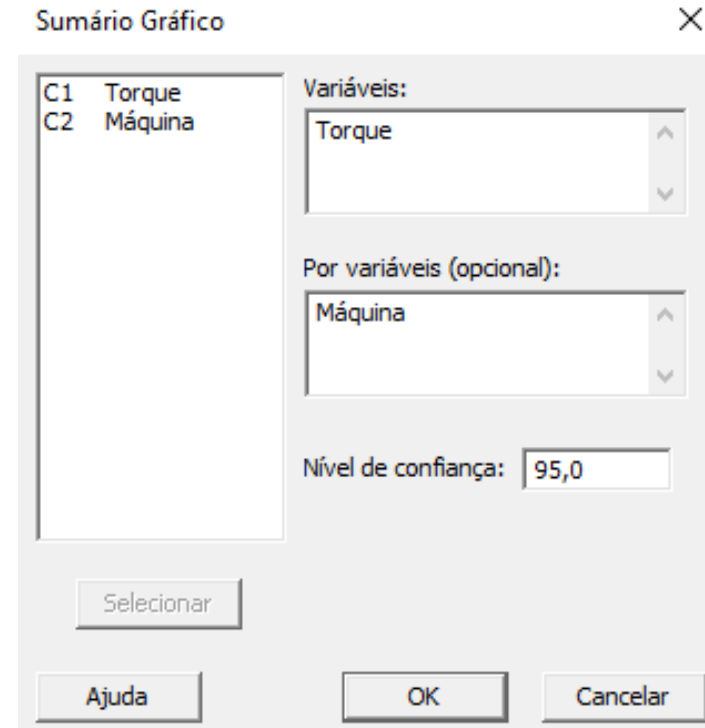
Retomando o Exemplo 3

Sumário Gráfico

Uma outra opção de se realizar uma análise completa é utilizando a ferramenta **Sumário Gráfico** para realizar diversos testes de hipótese e apresentar estatísticas descritivas com uma só ferramenta.

Sumário Gráfico

1. Abra o arquivo **TorqueTampa.mpj**.
2. Selecione **Estat>Estatísticas Básicas>Sumário Gráfico**;
3. Selecione a opção **Múltiplos**;
4. Complete a caixa de diálogo como a figura ao lado.
5. Clique em **OK** em todas as caixas de diálogo.



Sumário Gráfico

C1	Torque
C2	Máquina

Variáveis:
Torque

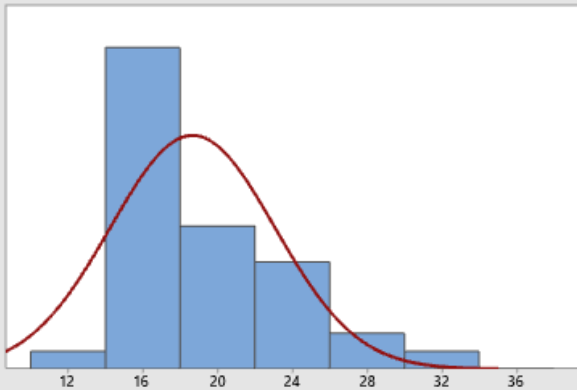
Por variáveis (opcional):
Máquina

Nível de confiança: 95,0

Selecionar

Ajuda OK Cancelar

Relatório Resumo para Torque Máquina = 1



Teste de normalidade de Anderson-Darling

A-Quadrado	1,05
Valor-p	0,008
Média	18,667
DesvPad	4,395
Variância	19,314
Assimetria	0,808077
Curtose	0,408176
N	36

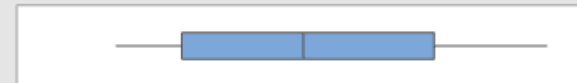
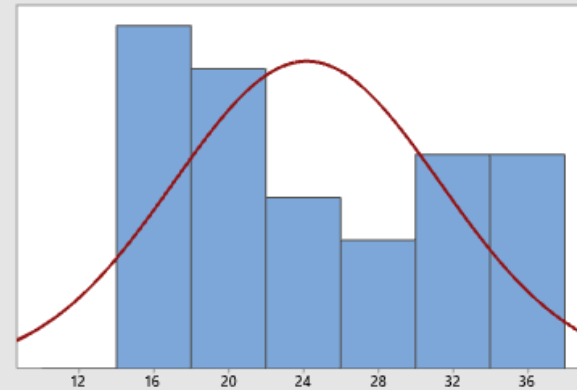
Mínimo	10,000
1o. Quartil	15,250
Mediana	17,000
3o Quartil	21,750
Máximo	30,000

Intervalo de 95% de Confiança para Média	17,180	20,154
Intervalo de 95% de Confiança para Mediana	16,000	20,000
Intervalo de 95% de Confiança para DesvPad	3,565	5,733

Intervalos de 95% de Confiança



Relatório Resumo para Torque Máquina = 2



Teste de normalidade de Anderson-Darling

A-Quadrado	0,64
Valor-p	0,087
Média	24,188
DesvPad	7,119
Variância	50,673
Assimetria	0,24879
Curtose	-1,21366
N	32

Mínimo	14,000
1o. Quartil	17,500
Mediana	24,000
3o Quartil	31,000
Máximo	37,000

Intervalo de 95% de Confiança para Média	21,621	26,754
Intervalo de 95% de Confiança para Mediana	19,998	27,005
Intervalo de 95% de Confiança para DesvPad	5,707	9,464

Intervalos de 95% de Confiança

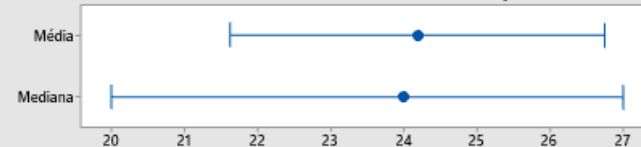


Gráfico de Probabilidade

Uma outra opção de se testar a normalidade de duas ou mais amostras de forma simultânea, é a utilização do Gráfico de Probabilidade.

Gráfico de Probabilidade

1. Selecione **Gráfico>Gráfico de Distribuição de Probabilidade**;
2. Complete a caixa de diálogo como a figura ao lado.
3. Clique em **OK** em todas as caixas de diálogo.

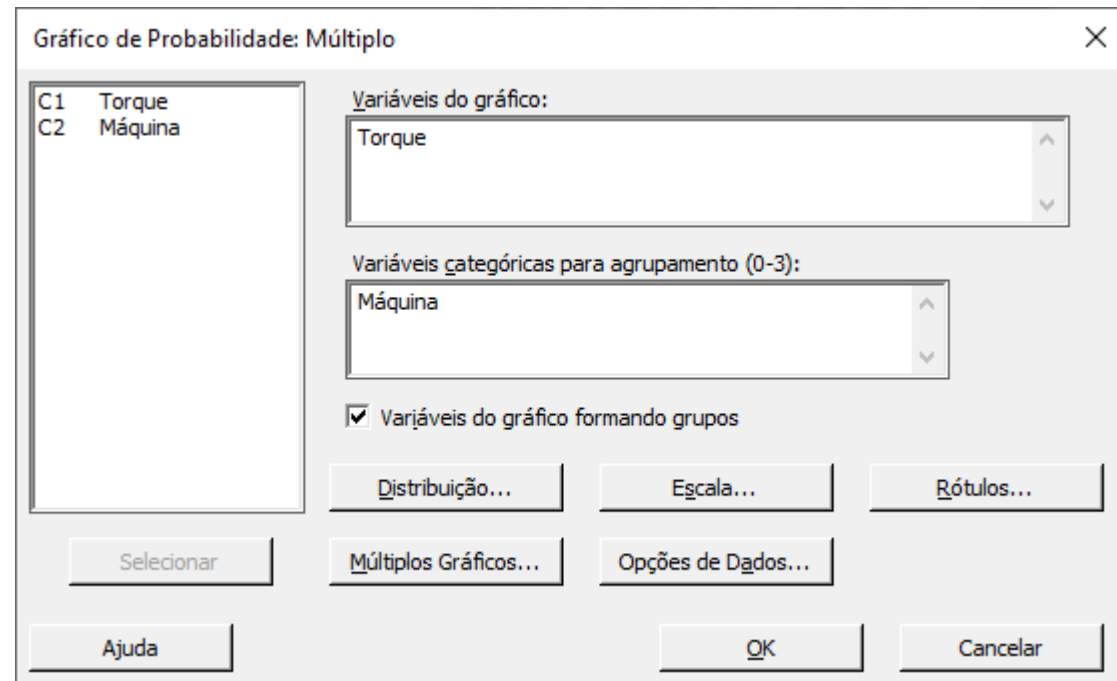


Gráfico de Probabilidade: Múltiplo

C1	Torque
C2	Máquina

Variáveis do gráfico:
Torque

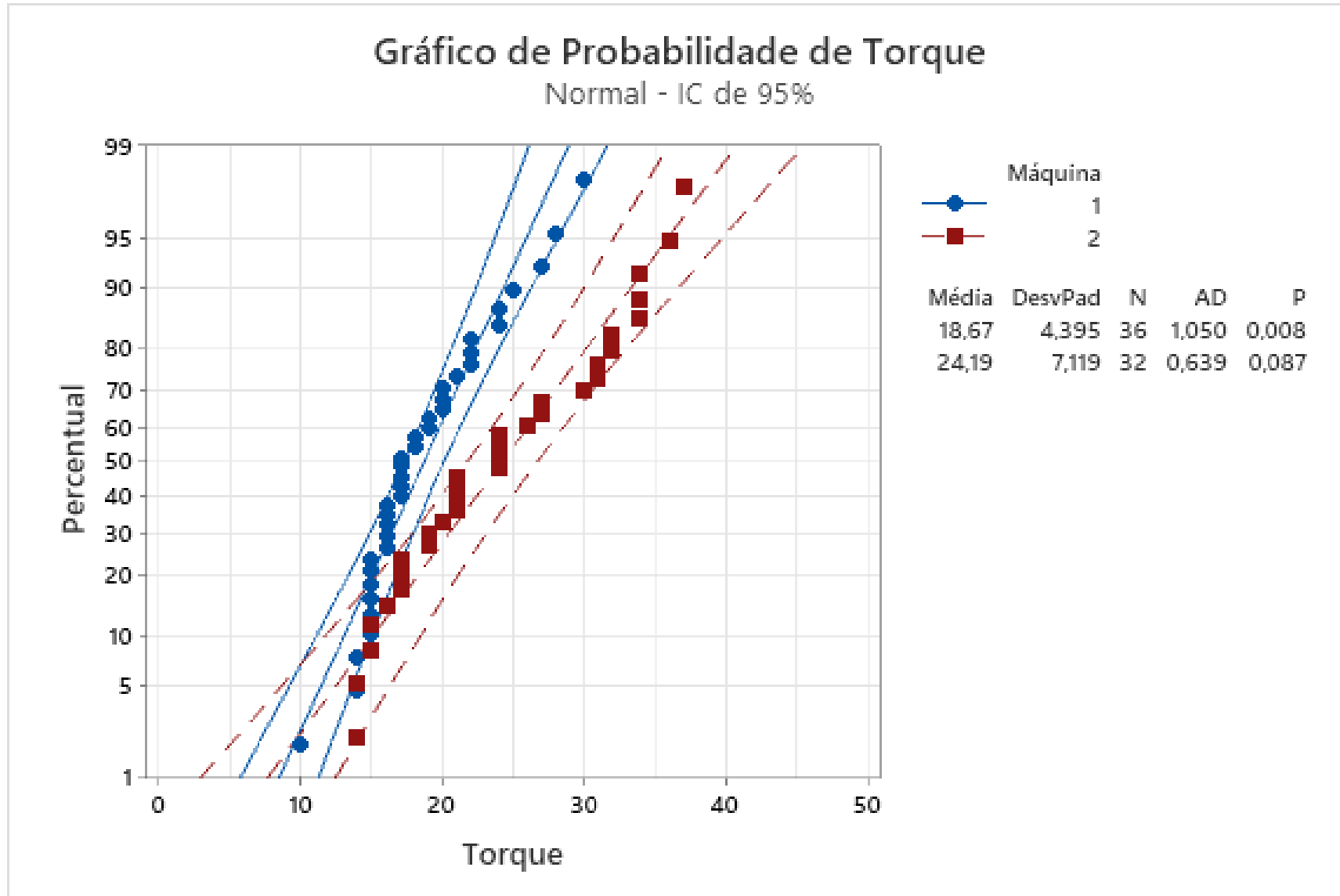
Variáveis categóricas para agrupamento (0-3):
Máquina

Variáveis do gráfico formando grupos

Distribuição... Escala... Rótulos...

Selecionar Múltiplos Gráficos... Opções de Dados...

Ajuda OK Cancelar



Teste de Hipóteses Não-Paramétricos

Teste de Mood para Mediana

1. Selecione **Estat>Não-Paramétricos>Teste de Mood para Mediana...**;
2. Complete a caixa de diálogo como a figura ao lado.
3. Clique em **OK** em todas as caixas de diálogo.



Teste de Mediana de Mood

C1 Torque
C2 Máquina

Resposta: Torque

Fator: Máquina

Armazenar resíduos
 Armazenar valores ajustados

Selecionar

Ajuda OK Cancelar

Estatísticas Descritivas

Máquina	Mediana	Média geral	N <=	Média geral	N >	Q3 - Q1	IC de 95% da mediana
1	17		26		10	6,5	(16; 20)
2	24		11		21	13,5	(19,9984; 27,0047)
Global	20						

IC de 95,0% para mediana(1) - mediana(2): (-11;-2)

Teste

Hipótese nula H_0 : as medianas da população são todas iguais

Hipótese alternativa H_1 : as medianas da população não são todas iguais

GL Qui-Quadrado Valor-p

1 9,78 0,002

Análise do Poder

O Poder é a capacidade de um teste detectar um efeito quando este existir. Ao se executar um teste de hipóteses, existem quatro resultados possíveis

	Hipótese nula	
Decisão	Verdadeira	Falsa
Não rejeitar	Decisão Correta $p = 1 - \alpha$	Erro tipo II $p = \beta$
Rejeitar	Erro tipo I $p = \alpha$	Decisão Correta $p = 1 - \beta$ (poder)



Teste de Hipóteses



Exemplo 2: Caixa de Cereais – Poder da Amostra

Proposta

Avaliar o poder do testes de hipóteses.

Problema

Os Engenheiros da empresa de cereais estão interessados em avaliar se o resultado da análise dos pesos de empacotamento do exemplo anterior, já que o tamanho da amostra é pequeno. Eles decidem usar uma análise de poder para determinar se a quantidade de dados é suficiente para detectar diferença entre pesos.

Os Engenheiros desejam certificar-se que a média dos pesos de empacotamento não difere do peso alvo de 365 gramas em mais do que 2,5 gramas.

Poder e Tamanho da Amostra

1. Selecione **Arquivo>Novo>Projeto**;
2. Selecione **Estat>Poder e Tamanho da Amostra>Teste t para 1 amostra**.
3. Complete a caixa de diálogo como a figura ao lado
4. Clique em **OK**.

Poder e Tamanho de Amostra para Teste t para 1 Amostra ✕

Especifique valores para um dos dois itens a seguir:

Tamanhos amostrais:

Diferenças:

Valores de poder:

Desvio padrão:

Teste t para 1 Amostra

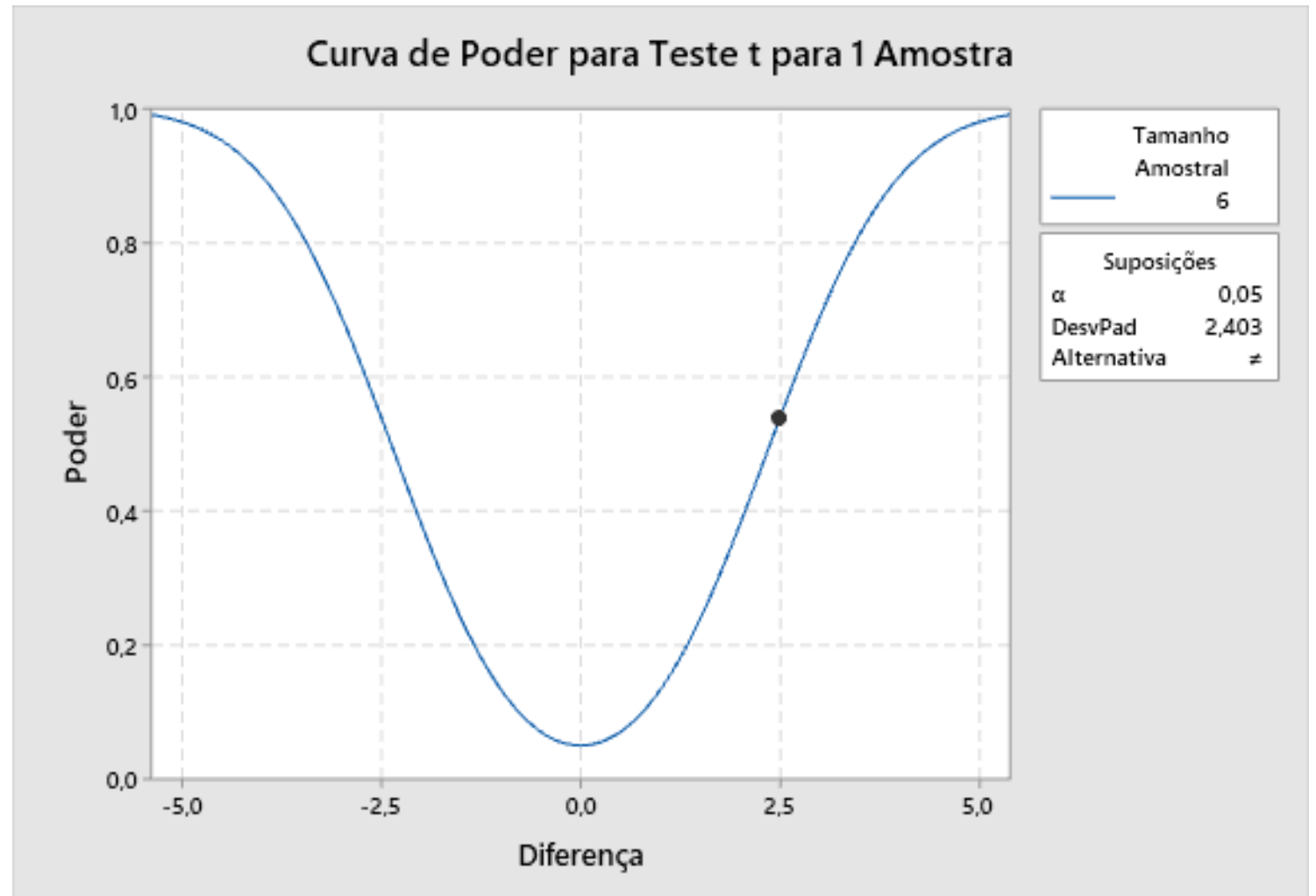
Teste de média = nulo (versus \neq nulo)

Cálculo do poder para média = nulo + diferença

$\alpha = 0,05$ Desvio padrão assumido = 2,403

Resultados

Diferença	Tamanho Amostral	Poder
2,5	6	0,537662



Com 6 observações o poder do teste foi de apenas 0,5376. Para ter uma chance melhor de detectar um efeito, caso exista um, aumenta-se o poder do teste para pelo menos 0,8 (Regra geral).
Calcularemos o tamanho da amostra requeridos para atingir os seguintes valores de poder: 0,8; 0,85; 0,9 e 0,95.

Poder e Tamanho da Amostra

1. Selecione **Arquivo>Novo>Projeto**;
2. Selecione **Estat>Poder e Tamanho da Amostra>Teste t para 1 amostra**.
3. Complete a caixa de diálogo como a figura ao lado
4. Clique em **OK**.

Poder e Tamanho de Amostra para Teste t para 1 Amostra ✕

Especifique valores para um dos dois itens a seguir:

Tamanhos amostrais:

Diferenças:

Valores de poder:

Desvio padrão:

Teste t para 1 Amostra

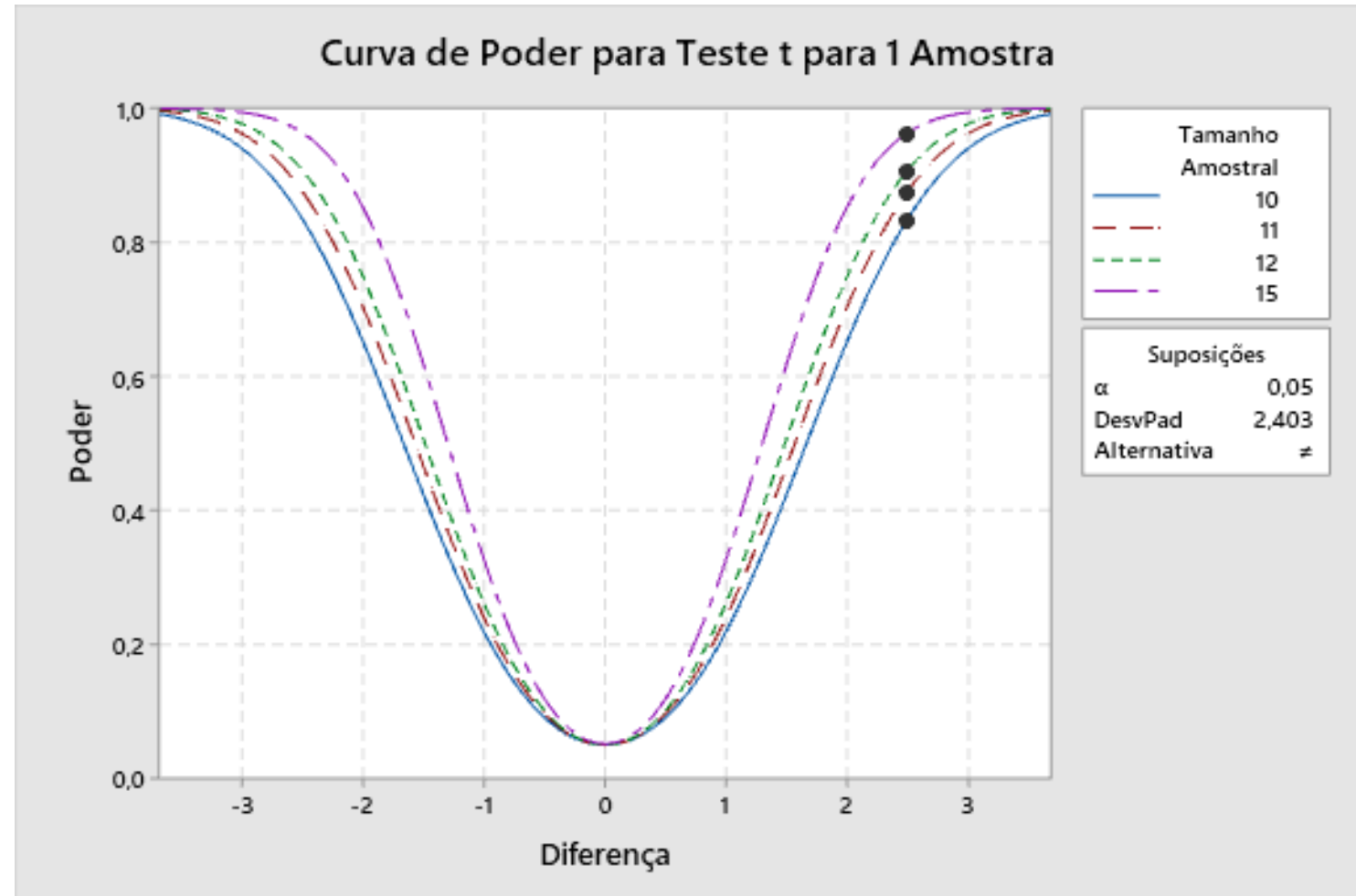
Teste de média = nulo (versus \neq nulo)

Cálculo do poder para média = nulo + diferença

$\alpha = 0,05$ Desvio padrão assumido = 2,403

Resultados

Tamanho Poder			
Diferença	Amostral	Alvo	Poder Real
2,5	10	0,80	0,832695
2,5	11	0,85	0,873928
2,5	12	0,90	0,905836
2,5	15	0,95	0,962487





Teste de Hipóteses



Exemplo 6: Tamanho da Amostra para comparação entre fornecedores

Proposta

Avaliar a diferença entre duas médias amostrais empregando o teste t para duas amostras independentes.

Problema

Uma empresa que fabrica calculadoras está selecionando fornecedores de plástico para carcaças. A equipe de qualidade tem a seguinte filosofia para medir a qualidade: “Fornecedores com variabilidades similares e custos com médias maiores que um desvio padrão, são considerados diferentes um do outro.

Ferramenta

- 2-Sample t

Poder e Tamanho da Amostra

1. Selecione **Arquivo>Novo>Projeto**;
2. Selecione **Estat>Poder e Tamanho da Amostra>Teste t para 2 amostras**.
3. Complete a caixa de diálogo como a figura ao lado
4. Clique em **OK**.

Poder e Tamanho de Amostra para Teste t para 2 Amostras X

Especifique valores para um dos dois itens a seguir:

Tam \tilde{a} nhos amostrais:

Diferen \tilde{c} as:

Valores de poder:

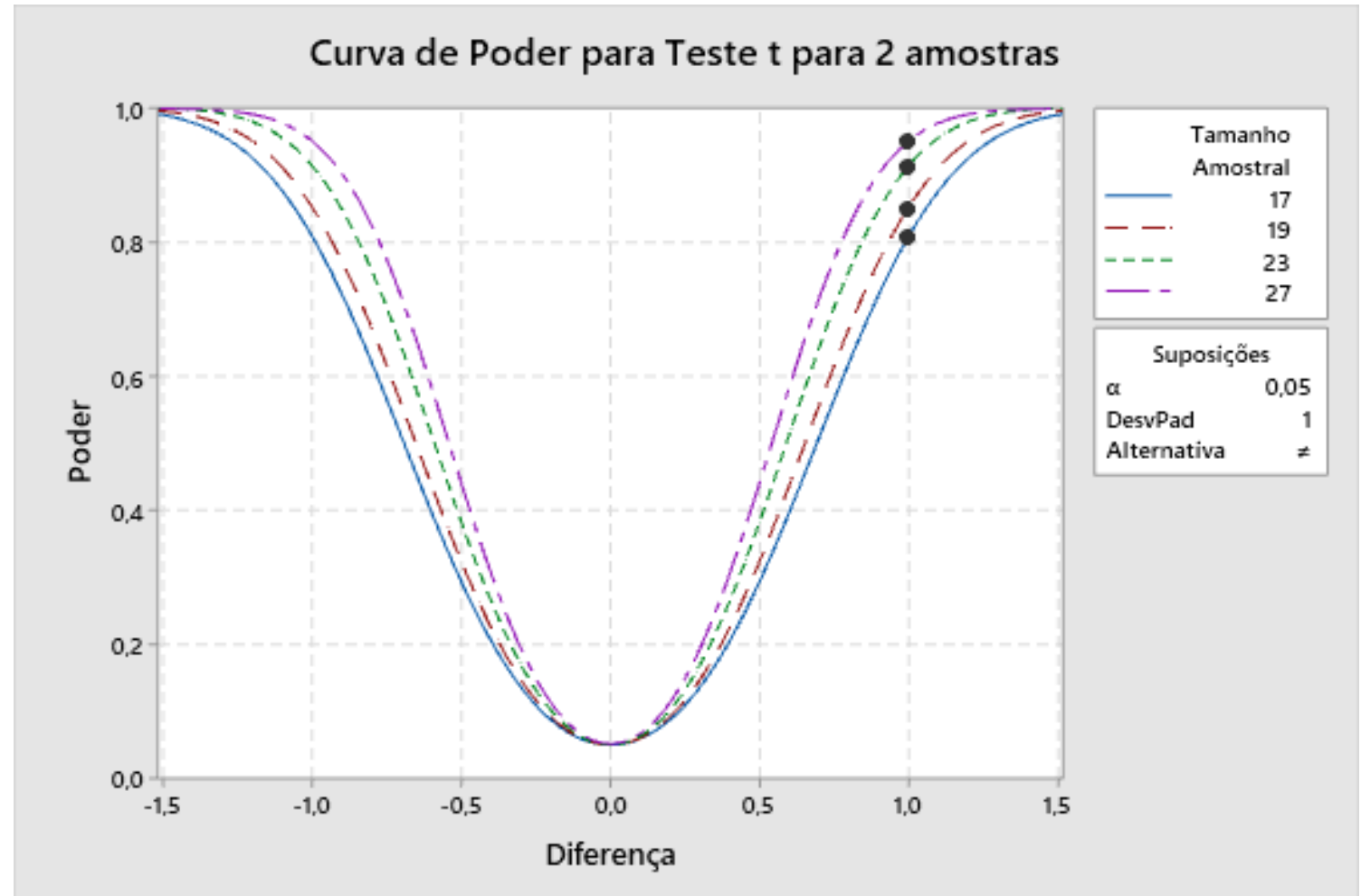
Desvio padr \tilde{a} o:

Ajuda Op \tilde{c} oes... Gr \tilde{a} fico... OK Cancelar

Resultados

Diferença	Tamanho Amostral	Poder Alvo	Poder Real
1	17	0,80	0,807037
1	19	0,85	0,850612
1	23	0,90	0,912498
1	27	0,95	0,950077

O tamanho amostral é para cada grupo.





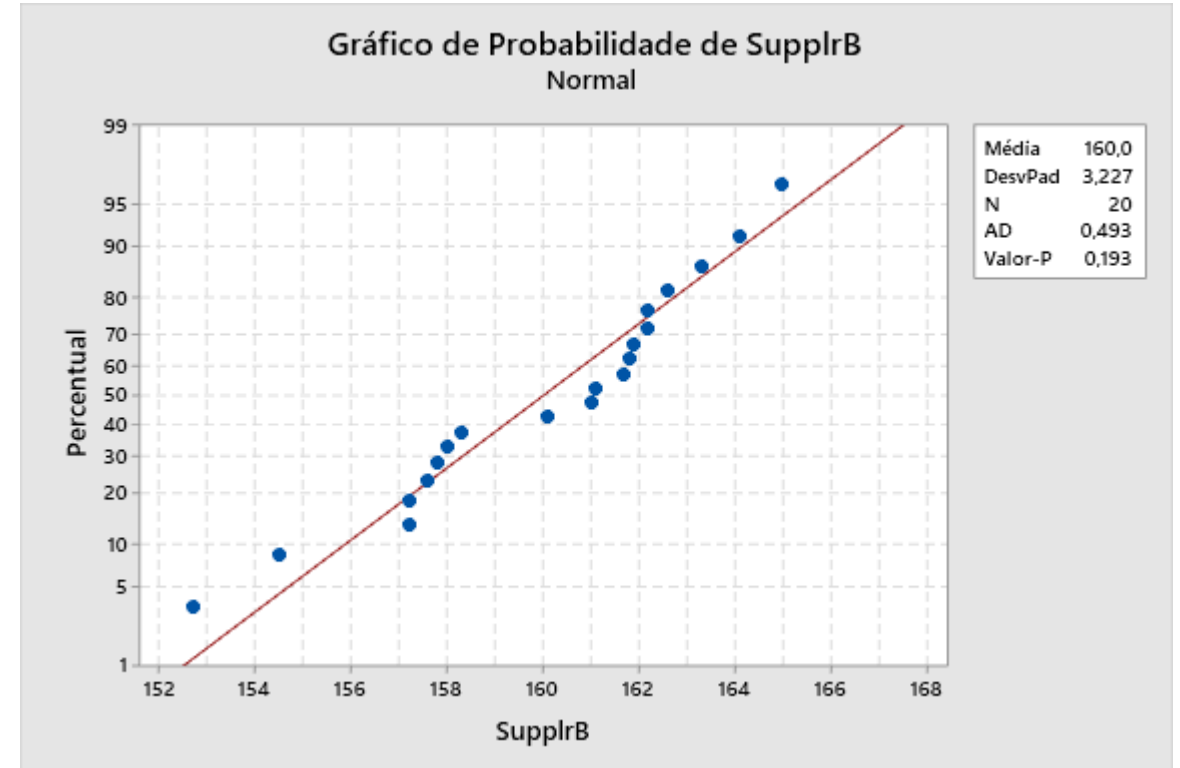
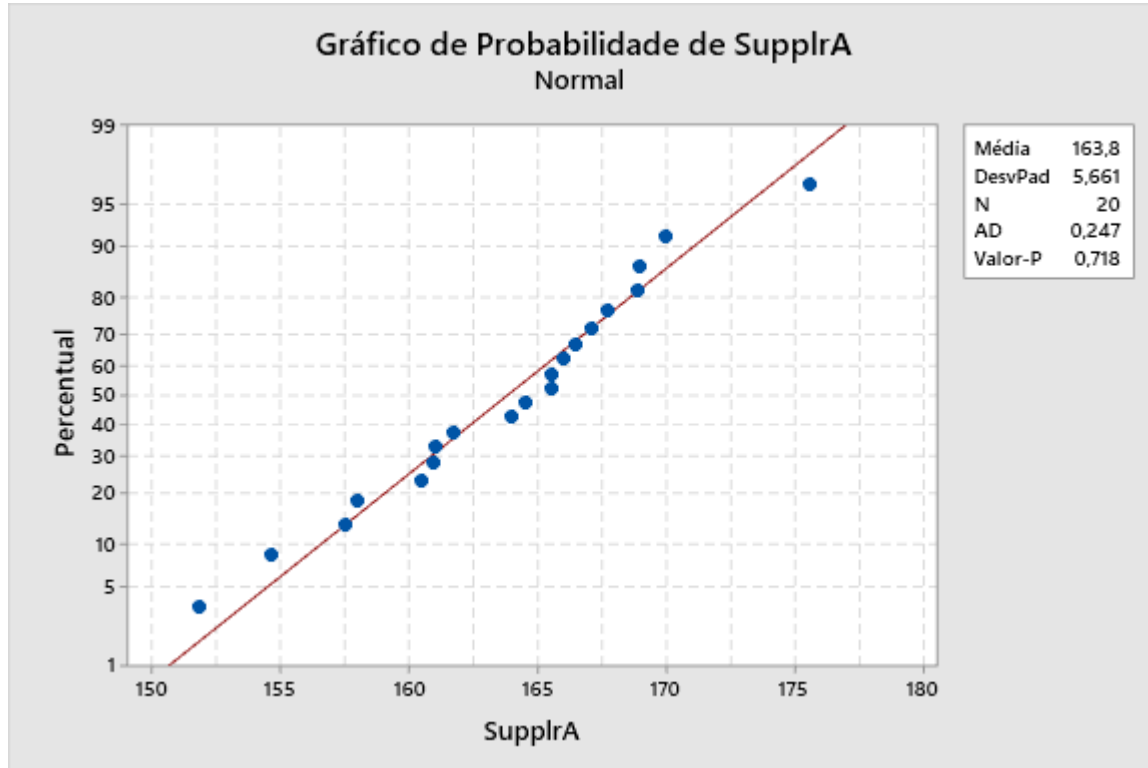
Teste de Hipóteses



Como estamos interessados em comparar médias, o teste estatístico apropriado para os dados dos fornecedores é o teste t para duas amostras independentes. Este teste assume que os dados provem de uma população normalmente distribuída.

Teste de Normalidade

1. Abra o arquivo **Plastic.mpj**
2. Selecione **Estat>Estatísticas Básicas>Teste de Normalidade**.
3. Em **Variáveis** digite **SupplrA**:
4. Clique em **OK**;
5. Pressione **Ctrl+E**;
6. Em **Variáveis** digite **SupplrB**:
7. Clique em **OK**;

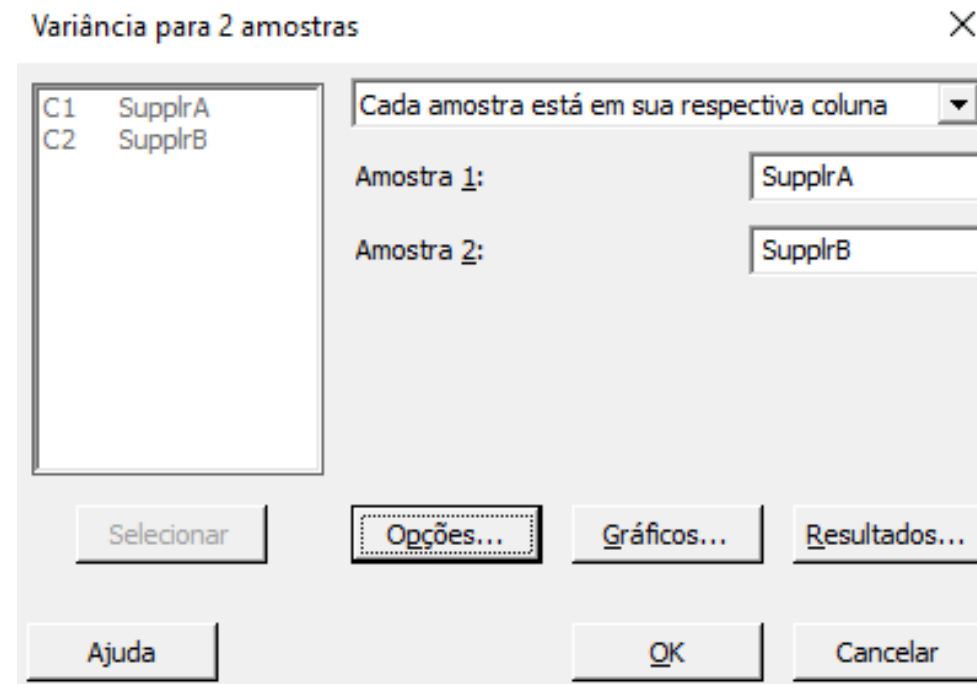


Antes de avaliarmos as médias dos fornecedores, devemos avaliar as variâncias das duas distribuições para ver se elas diferem. Á duas razões para se fazer isso.

- É importante saber se o produto de um fornecedor varia mais que o outro
- Os cálculos do teste t para duas amostras dependem das variâncias das amostras serem as mesmas ou serem diferentes.

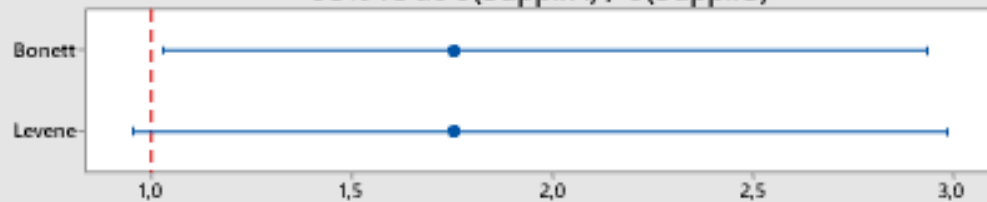
2 Variances

1. Selecione **Stat>Basic**
Statistic>2 Variances.
2. Complete a caixa de diálogo como na figura ao lado.
3. Clique em **OK**;



Teste e IC para Duas Variâncias: SupplrA; SupplrB Razão = 1 vs Razão \neq 1

95% IC de $\sigma(\text{SupplrA}) / \sigma(\text{SupplrB})$



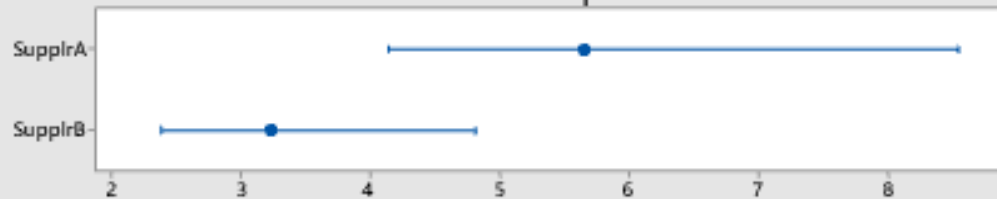
Teste de Bonnett

Valor-p 0,040

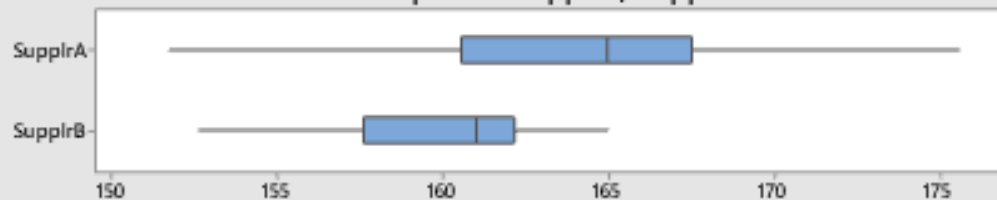
Teste de Levene

Valor-p 0,067

IC de 95% para σ



Boxplot de SupplrA; SupplrB



➤ O teste de **Bonnett** é preciso para qualquer distribuição contínua e não necessita que os dados sejam normais. Em geral, o teste de **Bonnett** é mais confiável do que o teste de **Levene**.

➤ O teste de **Levene**, também é preciso com qualquer distribuição contínua. Para distribuições de cauda extremamente assimétrica e pesada, o método de **Levene** tende a ser mais confiável do que o método de **Bonnett**.

Teste T para 2 Amostras

1. Selecione **Estat>Estatísticas Básicas>Teste t para 2 amostras**.
2. Complete a caixa de diálogo como na figura ao lado.
3. Clique em **Opções**.
4. Clique em **OK**;

Two-Sample t: Options

Difference = (sample 1 mean) - (sample 2 mean)

Confidence level:

Hypothesized difference:

Alternative hypothesis:

Assume equal variances

Teste t para 2 amostras para a Média

C1 SuplrA
C2 SuplrB

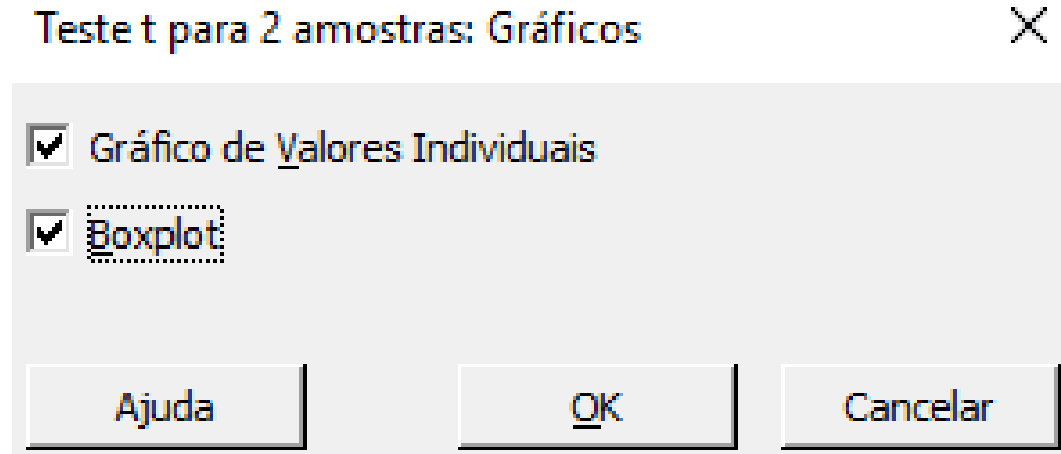
Cada amostra está em sua respectiva coluna

Amostra 1:

Amostra 2:

Teste t para 2 amostras

1. Clique em **Gráficos**.
2. Marque as opções na caixa de diálogo como a figura ao lado.
3. Clique em **OK** em todas as caixas de diálogo;



Método

μ_1 : média de SupplrA

μ_2 : média de SupplrB

Diferença: $\mu_1 - \mu_2$

Não assumiu-se igualdade de variâncias para esta análise.

Estatísticas Descritivas

Amostra	N	Média	DesvPad	EP	Média
SupplrA	20	163,81	5,66		1,3
SupplrB	20	160,01	3,23		0,72

Estimativa da diferença

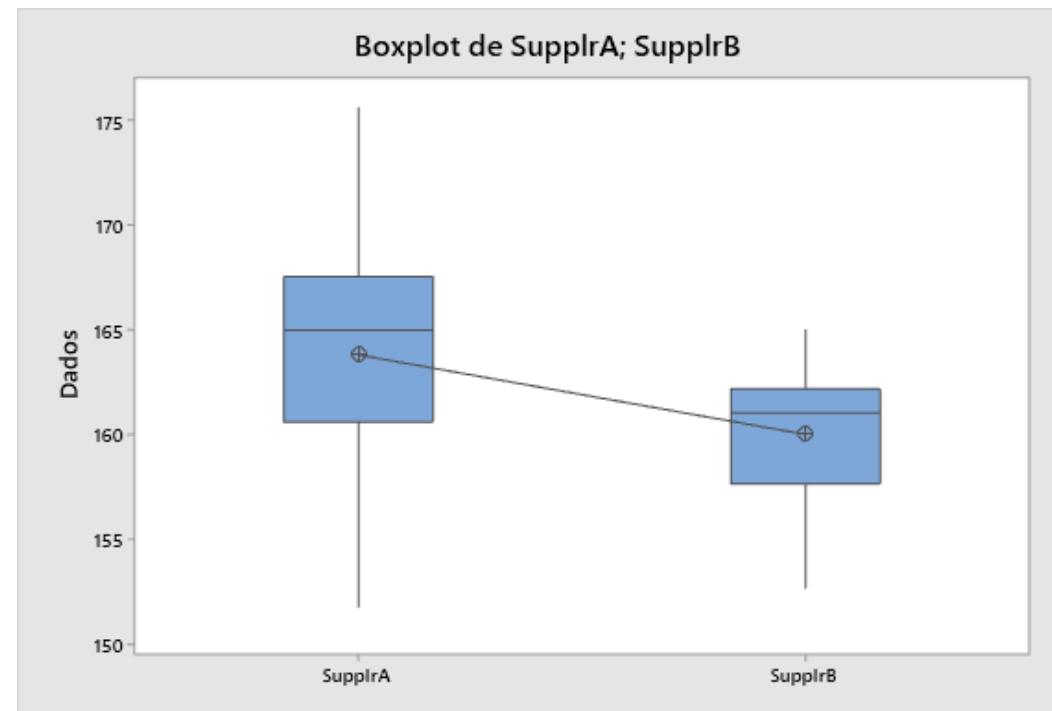
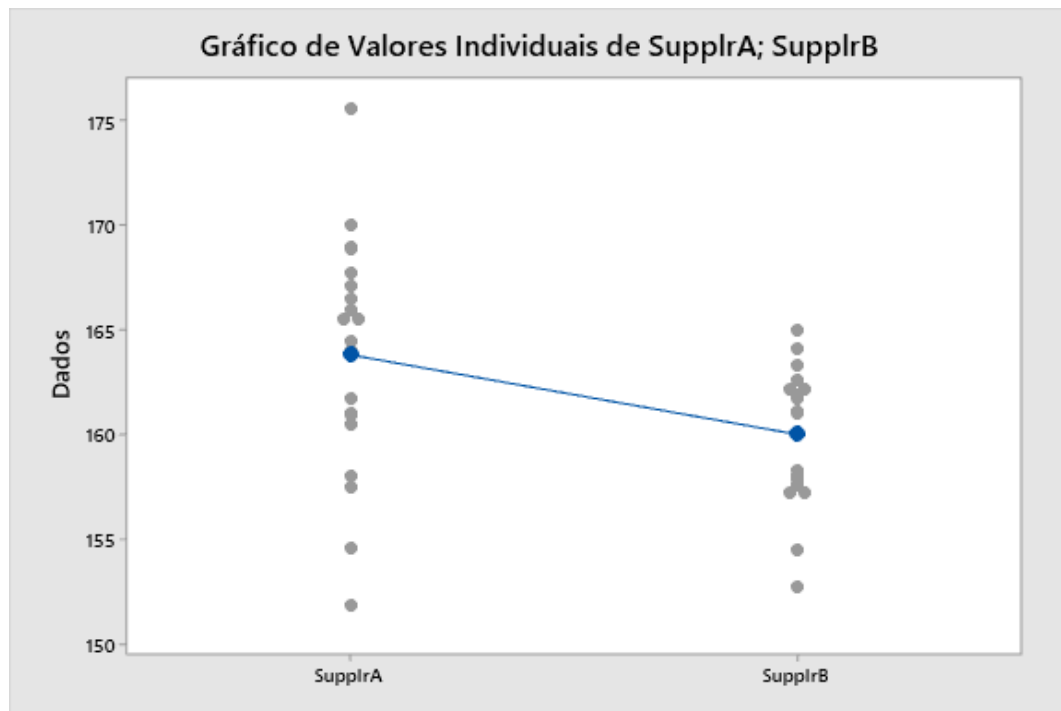
IC de 95%
para a
<u>Diferença</u> <u>Diferença</u>
3,80 (0,82; 6,78)

Teste

Hipótese nula $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

Hipótese alternativa $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

<u>Valor-T</u>	<u>GL</u>	<u>Valor-p</u>
2,61	30	0,014





Teste de Hipóteses



O que é um Teste t Pareado

Um teste t pareado ajuda a determinar se a diferença média entre as observações pareadas é significativa. Isto é equivalente a executar um teste t para uma amostra nas diferenças de cada observação pareada.

Exemplo 6: Tempo de Manobra

Proposta

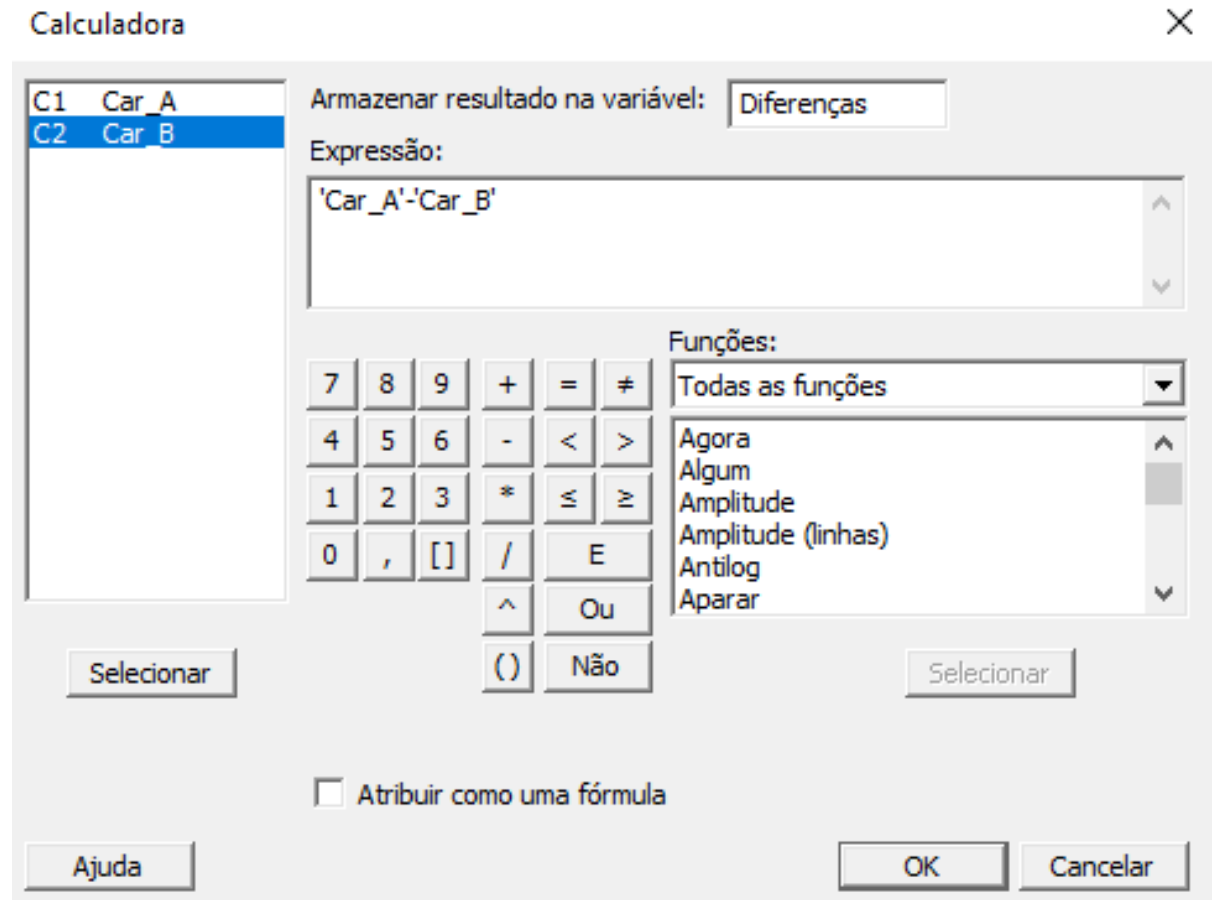
Avaliar a diferença entre observações usando o teste t emparelhado.

Problema

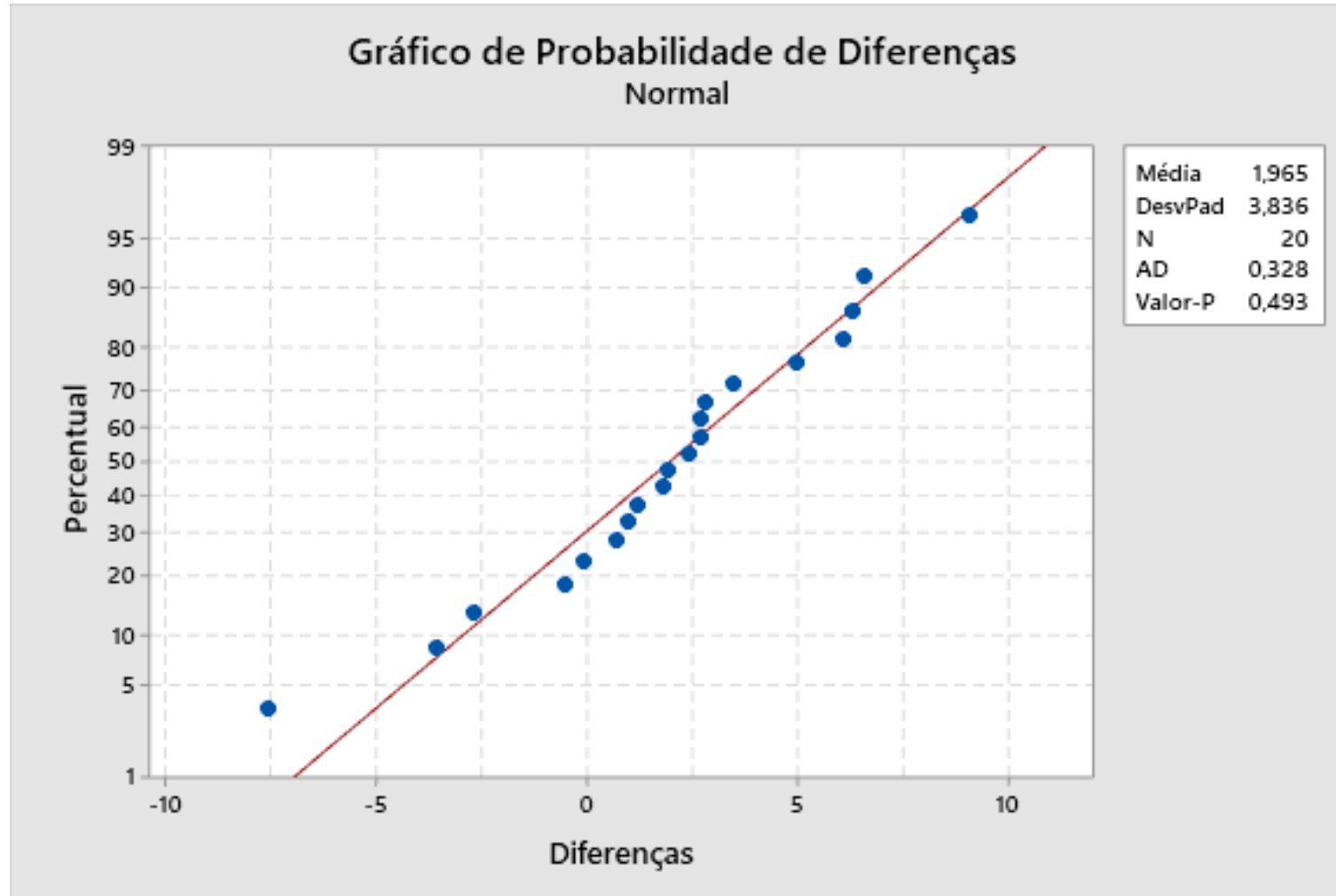
Um grupo de consumidores deseja determinar se há diferença na facilidade de manobra entre dois carros populares. Para medir a habilidade de manobra nos dois carros, os tempos necessários para estacionar os dois carros por cada um dos consumidores foi mensurado.

Teste t Emparelhado

1. Abra **Carctl.mpj**
2. Selecione **Calc>Calculadora**.
3. Complete a caixa de diálogo como na figura ao lado.
4. Clique em **OK**;
5. Selecione **Estat>Estatísticas Básicas>Teste de Normalidade**.
6. Em **Variáveis** digite **Diferenças**.
7. Clique em **OK**



Teste de Hipóteses



Teste t Emparelhado

1. Selecione **Estat>Estatísticas Básicas>Teste t Pareado**.
2. Complete a caixa de diálogo como na figura ao lado.
3. Clique em **Gráficos**.
4. Marque **Gráfico de valores individuais de diferenças**.
5. Clique em **Ok** em todas as caixas de diálogo

Teste t pareado para a Média

C1 Car_A
C2 Car_B
C3 Diferenças

Cada amostra está em uma coluna

Amostra 1: 'Car_A'
Amostra 2: 'Car_B'

Selecionar

Opções... Gráficos...

Ajuda

OK Cancelar

Estatísticas Descritivas

Amostra	N	Média	DesvPad	EP	Média
Car_A	20	34,86	7,59	1,70	
Car_B	20	32,90	7,27	1,63	

Estimativa da diferença pareada

Média	DesvPad	EP	Média	IC de 95% da diferença_μ
1,965	3,836	0,858		(0,170; 3,760)

diferença_μ: média de (Car_A - Car_B)

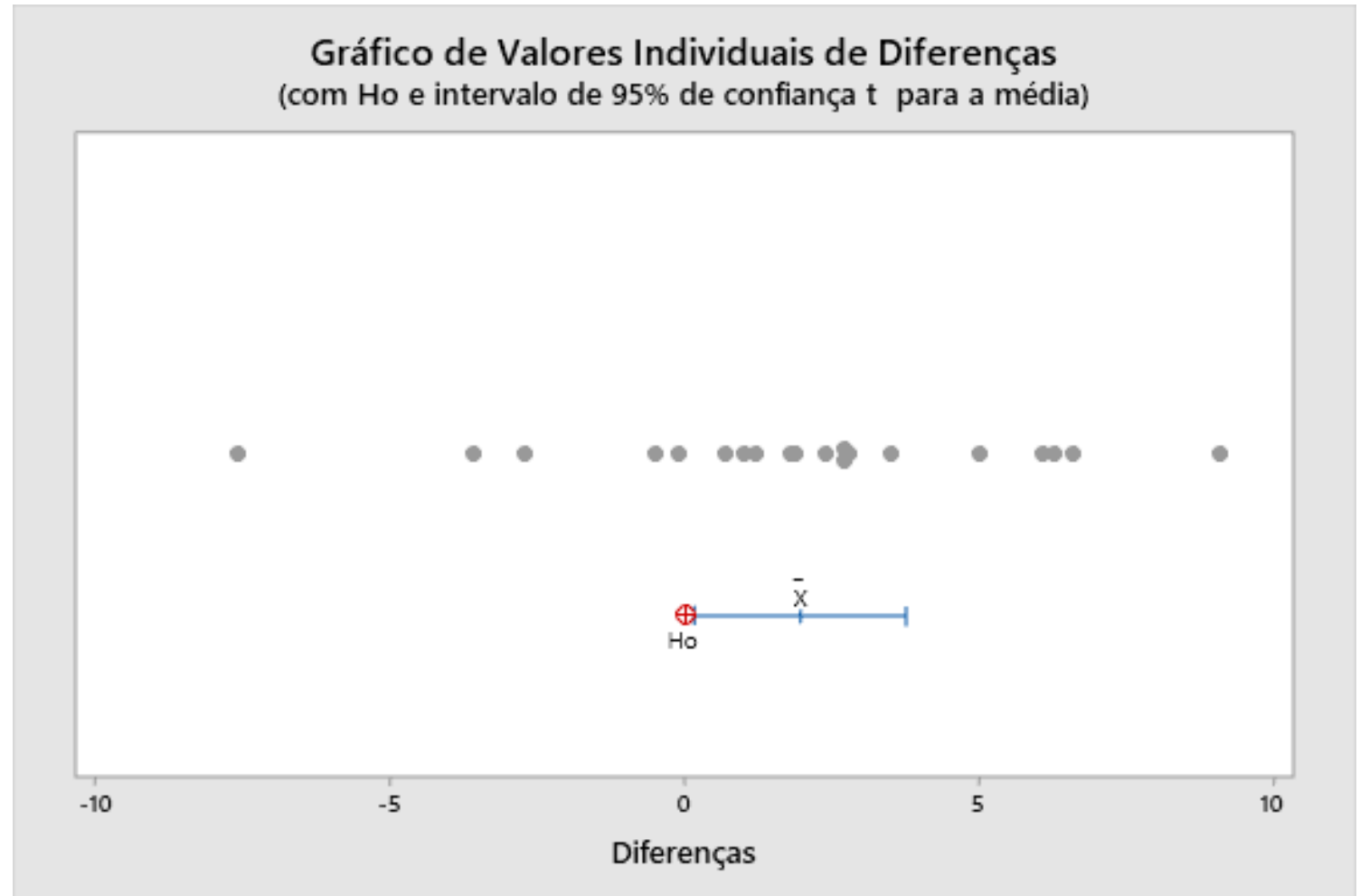
Teste

Hipótese nula H_0 : diferença_μ = 0

Hipótese alternativa H_1 : diferença_μ ≠ 0

Valor-T Valor-p

2,29 0,034





Teste de Hipóteses



Exercício 1

Um fabricante de equipamentos está preocupado com a possibilidade de um diâmetro tenha se deslocado do valor alvo (0.5 cm). Uma mudança de 0,01 cm é o bastante para que seja necessária a parada e o ajuste do equipamento. Tipicamente o desvio padrão é de 0,004 cm.

Amostragem

Dez rolamentos são retirados aleatoriamente e medidos.

Arquivo: bearings.mpj

Responda:

- 1) O tamanho da amostra é ideal ou vc recomendaria um tamanho de amostra diferente?
- 2) O processo necessita de ajustes?



Teste de Hipóteses



Exercício 2

Engenheiros desenvolveram um sistema de medição on-line que acreditam que irá medir o pH com a mesma exatidão do sistema atual de seu laboratório. O sistema on-line fornece um retorno mais rápido e permite o ajuste do sistema em tempo real. Eles desejam saber se os dois sistemas fornecem leituras similares de pH.

Amostragem

Foram medidos o pH de 20 lotes de purificadores selecionados aleatoriamente por ambos os sistemas .

Arquivo: labtest.mpj

Responda:

- 1) Os dois sistemas fornecem leituras de pH que podem ser consideradas como iguais?
- 2) Qual seria sua conclusão utilizando um α de 2% e de 10%?