

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – PIRASSUNUNGA

**ZEB1058 PESQUISA
OPERACIONAL E OTIMIZAÇÃO
DE SISTEMAS AGROPECUÁRIOS**



PROF. DR. FERNANDO L. CANEPPELE

PROF. DR. JOSÉ A. RABI

DEPTO. ENGENHARIA DE BIODISSISTEMAS

SIMPLEX – NÃO PADRÃO: RESTRIÇÕES TIPO “PISO”



- OCORRÊNCIA: FUNÇÃO-OBJETIVO A MINIMIZAR
- OCORRÊNCIA: RESTRIÇÕES TIPO “ \geq ”
- INTRODUÇÃO DE VARIÁVEIS ARTIFICIAIS

Forma padrão → caracterização

- Aplicação do Método Simplex ↔ forma padrão
 - Função-objetivo Z a ser maximizada
 - Restrições → todas do tipo “teto” (inequações com “≤”)
 - Restrições → termos independentes não-negativos: $b_j \geq 0$
 - Variáveis de decisão (+ as de folga) não-negativas: $x_i \geq 0$



Maximizar:	Sujeito a:	Sendo:
$Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i$	$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq b_j$ $j = 1, 2, \dots, m$	$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$ $b_1, b_2, \dots, b_m \geq 0$

Forma não-padrão → ocorrências

- Função-objetivo a ser minimizada
 - Adequação: alteração do sinal da função-objetivo
 - Exemplo:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min } Z = 3x_1 - 5x_2 \\ \text{sujeito a :} \\ x_1 \leq 4 \\ 2x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

→

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } (-Z) = -3x_1 + 5x_2 \\ \text{sujeito a :} \\ x_1 \leq 4 \\ 2x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$



Forma não-padrão → ocorrências

- Restrições do tipo “piso” (inequações com “≥”)
 - Adequação: introdução de variáveis de excesso não negativas

– Exemplo:

$$\text{Max } Z = 3x_1 - 5x_2$$

sujeito a :

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 18$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

→

$$\text{Max } Z = 3x_1 - 5x_2$$

sujeito a :

$$x_1 + x_3 = 4$$

$$2x_2 + x_4 = 12$$

$$3x_1 + 2x_2 = 18 + x_5$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

- Solução inicial: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 4, x_4 = 12, x_5 = -18$



Restrições do tipo “piso”: correção

- Introdução de variáveis artificiais
 - Satisfação da condição (imposição) de não-negatividade
 - Exemplo:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max } Z = 3x_1 - 5x_2 \\ \text{sujeito a :} \\ x_1 + x_3 = 4 \\ 2x_2 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_5 = 18 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \right\}$$

→

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } Z = 3x_1 - 5x_2 \\ \text{sujeito a :} \\ x_1 + x_3 = 4 \\ 2x_2 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_5 + A_1 = 18 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, A_1 \geq 0 \end{array} \right.$$

- Solução inicial: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 4, x_4 = 12, x_5 = 0, A_1 = 18$



Função-objetivo artificial / duas fases

- Problema de otimização original → modificação
 - Introdução de novas variáveis: de excesso e artificiais

↓

Dicionário artificial ↔ problema / quadro modificado

 - SIMPLEX → função-objetivo artificial / método de 2 fases
- Fase 1: obter solução ótima do dicionário artificial
 - Função-objetivo → minimizar somatório das variáveis artificiais
 - Analisar valores das variáveis artificiais na solução ótima:

Variáveis artificiais

- todas são nulas → Fase 2: resolver problema original
- alguma $\neq 0$ → problema original sem solução viável

