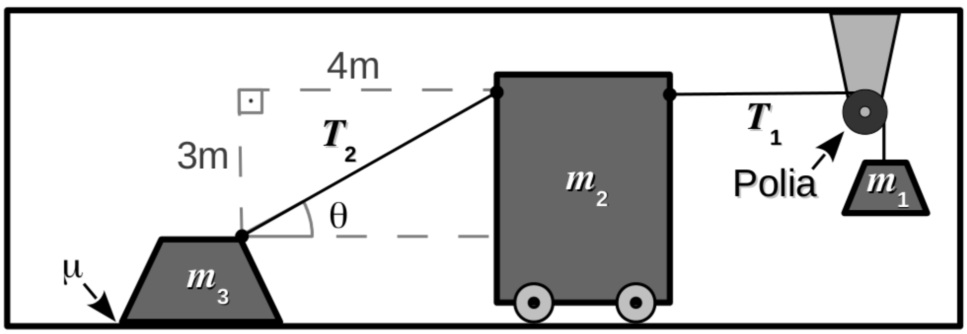
Prova de Recuperação- Física 1 para o Instituto Oceanográfico (4300111)

Prof. José Roberto B. Oliveira - IFUSP - 07/02/2013 - **GABARITO**

Observação: Substitua os valores numéricos após todas as manipulações algébricas de cada item. Os resultados numéricos podem ser apresentados como frações e/ou raízes de números inteiros ou do número π.

---

1. A figura ilustra um recinto com um sistema mecânico constituído de um corpo de massa m_1 atado a um carrinho de massa m_2 por um fio inextensível de massa desprezível. O fio passa por uma polia, cujo suporte está preso ao teto, e sua tensão é representada por T_1. O carrinho (de massa m_2), por sua vez, está atado a um outro corpo, de massa m_3 através de um fio inextensível de massa desprezível (com tensão representada por T_2). Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco de massa m_3 e o solo são representados por μ_E e μ_C, respectivamente. O atrito do carrinho de massa m_2 com o solo é desprezível. O mancal da polia permite que esta gire ao redor do seu eixo também com atrito desprezível, e seu momento de inércia é suficientemente pequeno para ser ignorado.



(a) [1,0] Determine as componentes vertical (T_{2y}) e horizontal (T_{2x}) da tensão T_2 no ponto em que esta age sobre o corpo de massa m_3, sendo θ o ângulo que a direção do fio forma com a horizontal (vide figura). Determine os valores numéricos das componentes para o caso de $T_2 = 250$ N. Note que as componentes horizontal e vertical do comprimento L do fio são 4 m e 3 m, respectivamente. Sugestão: determine L, primeiramente.

$L = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ m; $T_{2x} = T\cos\theta = 250\frac{4}{5} = 200$ N; $T_{2y} = T\sin\theta = 250\frac{3}{5} = 150$ N.

(b) [1,0] Determine a força de atrito F_{AE} que age sobre o corpo, sabendo que o sistema permanece estático na condição do item (a). Determine também valor de T_1 e de m_1. Use $g = 10$ m/s^2.

$F_{AE} = T_{2x} = 200$ N; $T_1 = T_{2x} = 200$ N; $m_1 = \frac{T_1}{g} = 20$ Kg.

(c) [1,0] Um leve toque sobre o sistema desfaz sua condição de equilíbrio, e os corpos de massa m_3 e m_2 começam a se deslocar para a direita (e o de m_1 para baixo) com aceleração a. Durante um tempo t, contado a partir do instante do toque, os corpos sofrem um deslocamento total de magnitude 1 m a partir do ponto em que estavam em repouso. Sabe-se que a força de atrito cinético realiza um trabalho $W_{AC} = -154$ J durante este tempo. Determine a força de atrito cinético F_{AC}, e o valor da energia cinética K do sistema no instante t.

$F_{AC} = -\frac{W_{AC}}{\Delta x} = 154$ N; $K = \Delta K = -\Delta U + W = -m_1 g \Delta h + W = 200 - 154 = 46$ J.

(d) [1,0] Determine, considerando a magnitude do deslocamento total do item (c) e dado $t = 2$ s, a aceleração a e a massa total $M = m_1 + m_2 + m_3$ do sistema.

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$, $a = \frac{2\Delta x}{t^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ m/s^2; $v = at = 1$ m/s, $K = \frac{1}{2}(m_1+m_2+m_3)v^2$, $M = \frac{2K}{v^2} = 92$ Kg.

(e) [1,0] Nestas condições (sistema em movimento), determine o novo valor de T_1, e T_2 (sabendo que $m_2 = m_3$).

$T_1 = m_1(g - a) = 190$ N; $T_{2x} - F_{AC} = m_3 a$, $M = m_1 + 2m_3$, $m_3 = \frac{92-20}{2} = 36$ kg, $T_{2x} = 154 + 36\frac{1}{2} = 172$ N;
$T_2 = \frac{5}{4}T_{2x} = 215$ N.

---

2. Uma partícula está submetida a um potencial dado por $U(x, y, z) = a(e^{-bxy} - 1) - cxz^2$, onde $a = 3$ J, $b = 2$ m^{-2}, e $c = \sqrt{3}$ m^{-3}, sendo as coordenadas medidas em metros.

(a) [1,0] Obtenha a expressão para a força que age sobre a particula $\vec{F}(x, y, z)$, em função da posição, e o trabalho realizado por esta força quando a partícula se desloca da origem até o ponto $(x, y, z) = (\sqrt{12}, 0, 2)$ por uma trajetória retilínea.

$\vec{F} = -\vec{\nabla}U$, $F_x = -\frac{dU}{dx} = abye^{-bxy} + cz^2$; $F_y = -\frac{dU}{dy} = abxe^{-bxy}$; $F_z = -\frac{dU}{dz} = 2cxz$;

$\vec{F}(x, y, z) = (abye^{-bxy} - cz^2)\hat{x} + (abxe^{-bxy})\hat{y} + (2cxz)\hat{z}$

$W_{AB} = -\Delta U_{AB} = U_A - U_B = U(0, 0, 0) - U(\sqrt{12}, 0, 2) = 0 - [3(e^0 - 1) - \sqrt{3}\sqrt{12}(2^2)] = 24$ J.

---

3. Um cilindro homogêneo está ligado pelo seu eixo a uma mola fixa, em sua outra extremidade, a uma parede. O cilindro gira sem deslizar sobre a superfície horizontal, e o atrito com o eixo é desprezível. Sendo M a massa e R o raio do cilindro, e k a constante elástica da mola (cuja massa é desprezível):

(a) [1,0] Mostre por integração em r (raio) que o momento de inércia do cilindro para rotação em torno de seu eixo de simetria é dado por $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.

$$I_{cm} = \int r^2 dm = \int_0^R r^2 2\pi r \left(\frac{M}{\pi R^2}\right) dr = 2\frac{R}{4}^4 \frac{M}{R^2} = \frac{1}{2}MR^2.$$

(b) [1,0] Calcule o período T das oscilações naturais do sistema em torno do ponto de equilíbrio, dados $M = 6$ Kg; $R = 5$ cm e $k = 25$ N/m. Sugestão: obtenha expressões para as energias cinética e potencial e determine o período por analogia com o oscilador harmônico simples.

$E_c = E_{trans} + E_{rot} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\frac{v^2}{R^2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)Mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}M\right)\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$;
$E_p = \frac{1}{2}kx^2$;

OHS: $E_{c(OHS)} = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$; $E_{p(OHS)} = \frac{1}{2}kx^2$ sendo $T_{(OHS)} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, logo $T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}} = 2\pi\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{6}{5}\pi$ s.

(c) [1,0] Calcule a amplitude do movimento de translação dado que a energia total do oscilador é de 12,5 J.

$E_{mec} = E_{p(Máx.)} = \frac{1}{2}kA^2$; $A = \frac{2E_{mec}}{k} = \frac{25}{25} = 1$ m.

m.(d) [1,0] Qual é o módulo da distância $|\Delta x|$, em m, que o centro de massa do cilindro se desloca, desde o instante em que passa pelo ponto de equilíbrio, até que se passe um tempo $\Delta t = \frac{\pi}{10}$ s?

$x(\Delta t) = A\sin(\frac{2\pi}{T}\Delta t) = 1\sin(\frac{2\pi}{6\pi}5\frac{\pi}{10}) = \sin(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$ m; $|\Delta x| = \frac{1}{2}$ m.