Lista 8 - Sobre convergência e divergência de integrais impróprias

(I) Verifique se as seguintes integrais impróprias são convergentes ou divergentes, justificando:

1. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^6+7x^3+1}dx$
2. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^5+x^2+1}}dx$
3. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x^2+1}{3x^3-1}dx$
4. $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^5}dx$
5. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2x^2+1}{5x^3+2}dx$
6. $\displaystyle\int_4^{+\infty} \frac{cos7x}{x^3+1}dx$
7. $\displaystyle\int_5^{+\infty} \frac{x^5-3}{x^7+3x^5-x^2}dx$
8. $\displaystyle\int_3^{+\infty} \frac{arctgx}{x^3}dx$
9. $\displaystyle\int_4^{+\infty} \frac{x^7-x+2}{x^8+2x+1}dx$
10. $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{sen2x}{x}dx$
11. $\displaystyle\int_5^{+\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^6+2x+3}}dx$
12. $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4+2x^2+7}dx$

(A integral $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ é convergente se ambas as integrais $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$ e $\displaystyle\int_{0}^{+\infty} f(x)dx$ são convergentes.)

(II) Considere a função $f : [1,+\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

Esboce o gráfico de f. Calcule a área da região $R = \{(x,y) : x \geq 1,\ 0 \leq y \leq f(x)\}$.

Calcule o volume do sólido que se obtém por rotação da região R em torno do eixo x.