

2ª Lista de Exercícios — Eletromagnetismo 1 — 2021

Entrega: 17 de Setembro

2.1 – Condições de contorno geradas por densidades superficiais de carga.

- (a) Demonstre que ao redor de uma interface suave, na qual há uma densidade de carga superficial σ , as condições de contorno são $\Delta \vec{E}_{\perp} = \sigma/\epsilon_0$ e $\Delta \vec{E}_{\parallel} = 0$.
- (b) Encontre o campo elétrico perpendicular quando a superfície separa duas regiões de vácuo.
- (c) Encontre o campo elétrico perpendicular quando a superfície separa uma região de vácuo de um meio condutor.

2.2 — Considere um tubo retangular de lados a e b , e comprimento infinito ao longo do eixo z . Nesse tubo, mantemos os lados $y = 0$, $y = a$ e $x = 0$ aterrados, de forma a mantê-los em potencial nulo. O quarto lado, em $x = b$, é mantido a um certo potencial $\phi_0(y)$.

- (a) Encontre a expressão geral para o potencial dentro do tubo, isto é, ϕ antes de aplicadas as condições de contorno.
- (b) Admita que $\phi_0(y) = \phi_0$ (constante) e encontre o potencial dentro deste tubo.

2.3 — Resolva a equação de Laplace em coordenadas cilíndricas pelo método da separação de variáveis, supondo que o problema é simétrico na direção z — ou seja, não há campo elétrico nem nenhum tipo de dependência do potencial nessa direção. Assegure de que todas as soluções para a equação radial estão presentes: em particular, verifique que a solução no caso de uma linha reta infinita com densidade linear de carga pode ser acomodada pelas suas soluções.

2.4 — Considere o cilindro infinito de raio R e com densidade de carga superficial:

$$\sigma(\varphi) = a \sin(5\varphi).$$

encontre o potencial elétrico em todo o espaço. **Dica:** Utilize o resultado do exercício 2.3.

2.5 — Calcule todos os multipolos Q_l para uma casca esférica de raio R com densidade superficial de carga dada por

$$\sigma(\theta) = \sigma_1 \cos(\theta)$$

2.6 — Seja um sistema com quatro partículas pontuais, todas dispostas no plano x - z tal qual temos: uma partícula com carga $-2q$ em $-a \hat{x}$, outra de carga $-2q$ em $+a \hat{x}$, outra de carga $+q$ em $-a \hat{y}$ e a última de carga $+3q$ em $+a \hat{y}$. Obtenha o monopolo, dipolo e quadrupolo desse sistema.

2.7 — Mostre que a energia de um dipolo elétrico ideal \vec{p} num campo elétrico uniforme $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}$ é dada por

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

2.8 — (a) Calcule todos os multipolos de um anel muito fino, de raio a , que contém uma carga total Q , uniformemente distribuída. *Dica:* use o fato de que os polinômios de Legendre têm a propriedade:

$$P_{\ell}(0) = \frac{(-1)^{\ell/2}}{2^{\ell}} \binom{\ell}{\ell/2}, \quad \text{para } \ell \text{ par,}$$

e $P_{\ell}(0) = 0$ para valores de ℓ ímpares.

(b) Quais os multipolos do campo elétrico que dominam nos limites $r \rightarrow \infty$ e $r \rightarrow 0$? Use esse resultado para encontrar expressões aproximadas para o campo elétrico nesses dois limites.