Aula 03

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 17:22

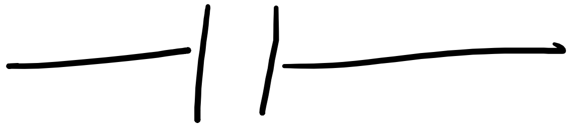
Linhas de Transmissão

Prof. Dr. Marcos de Oliveira Junior

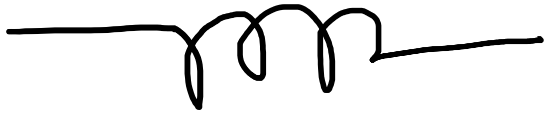
Última aula

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 17:26

$$V = RI$$



$$I = C\frac{dV}{dt}$$



$$V = L\frac{dI}{dt}$$

$$V = ZI$$

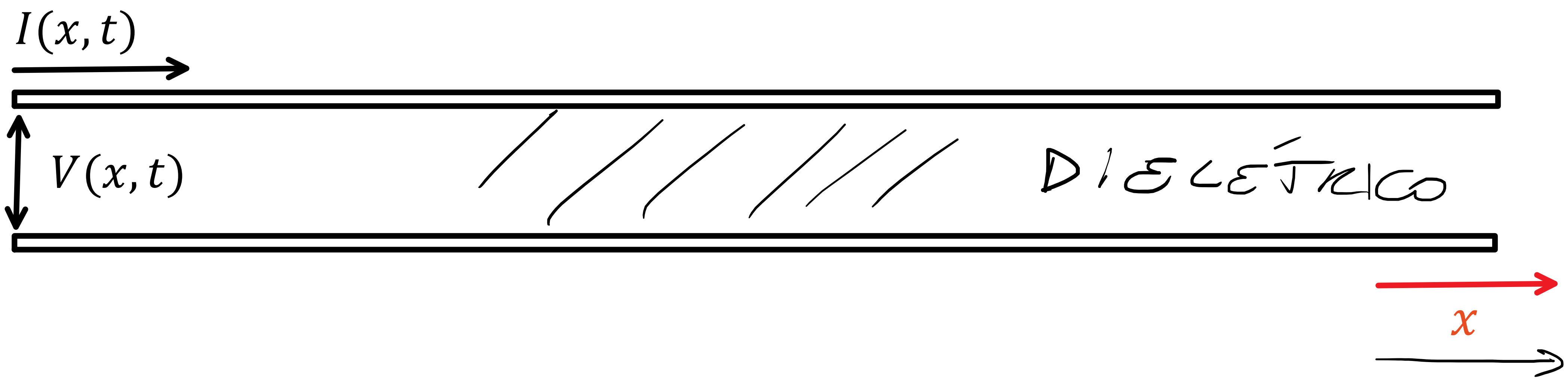
$$Z = -\frac{i}{\omega C}$$

$$Z = i\omega L$$

Linhas de transmissão

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 17:29

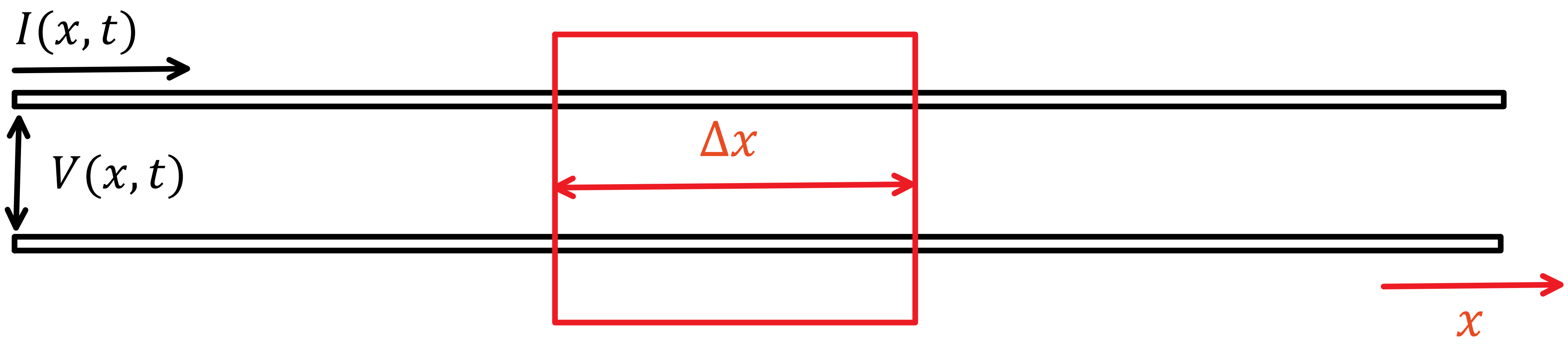
São considerados linhas de transmissão quaisquer condutores destinados a transmitir potência AC entre dois pontos separados por distâncias comparáveis (ou maiores) ao comprimento de onda do sinal AC.

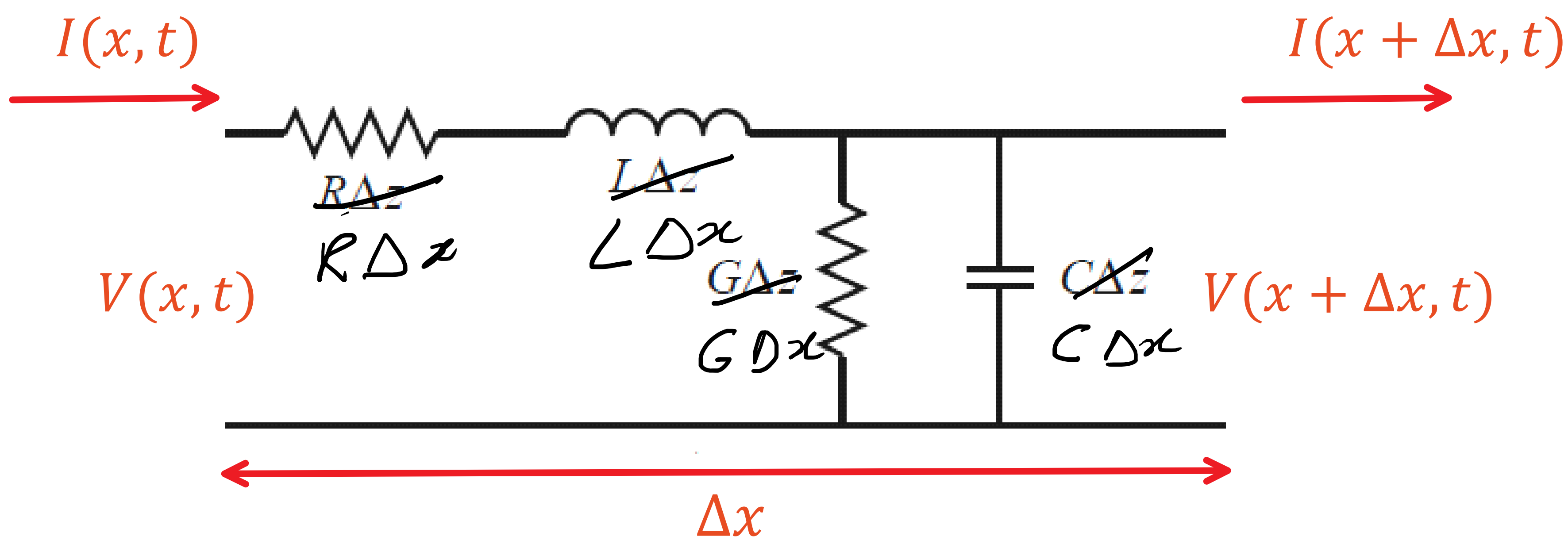


Linhas de transmissão

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 17:29

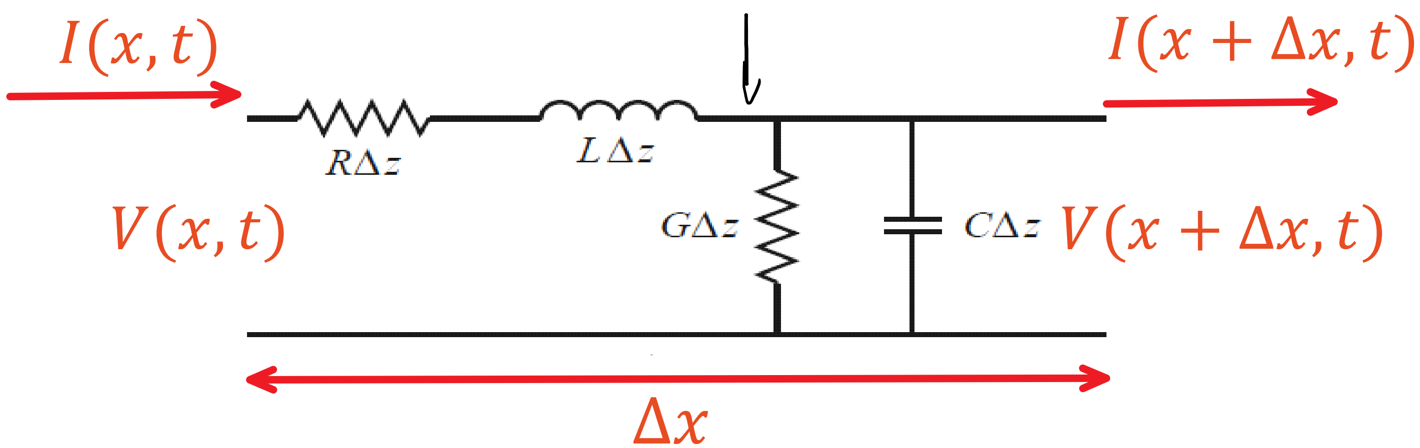
São considerados linhas de transmissão quaisquer condutores destinados a transmitir potência AC entre dois pontos separados por distâncias comparáveis (ou maiores) ao comprimento de onda do sinal AC.





Equações para I e V

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 17:57



$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{V(x,t) - V(x+\Delta x,t)}{\Delta x} = \frac{R\,\Delta x\, I(x,t)}{\Delta x} + \frac{L\,\Delta x\,\partial I(x,t)}{\Delta x\,\partial t}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{I(x,t) - I(x+\Delta x,t)}{\Delta x} = \frac{G\,\Delta x\, V(x+\Delta x,t)}{\Delta x} + \frac{C\,\Delta x\,\partial V(x+\Delta x,t)}{\Delta x\,\partial t}$$

$$-\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = R\,I(x,t) + L\frac{\partial}{\partial t} I(x,t)$$

$$-\frac{\partial I}{\partial x}(x,t) = G\,V(x,t) + C\frac{\partial}{\partial t} V(x,t)$$

Eq de propagação

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 17:59

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} &= -R\,I(x,t) - L\frac{dI(x,t)}{dt} \\ \frac{\partial I(x,t)}{\partial x} &= -G\,V(x,t) - C\frac{dV(x,t)}{dt} \end{aligned}}$$

Eq DO TELEGRAFO

$V = Z I$

$$\frac{d V(x)}{dx} = -(R + i\omega L) I(x)$$

$$\frac{d I(x)}{dx} = -(G + i\omega C) V(x)$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \frac{d^2 V}{dx^2} &= +\gamma^2 V(x) \\ \frac{d^2 I}{dx^2} &= \gamma^2 I(x) \end{aligned}}$$

$$\gamma^2 = (R + i\omega L)(G + i\omega C) \Rightarrow \gamma = \alpha + i\beta$$

$\beta \rightarrow$ FASE

$\alpha \rightarrow$ ATENUAÇÃO

Soluções da Eq de propagação

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 17:59

$$\boxed{\frac{d^2V}{dx^2} = +\gamma^2 V(x) \qquad \frac{d^2I}{dx^2} = \gamma^2 I(x)}$$

$$V(x) = V_0^+ e^{-\gamma x} + V_0^- e^{\gamma x}$$

$$I(x) = I_0^+ e^{-\gamma x} + I_0^- e^{+\gamma x}$$

$$\hookrightarrow \frac{dV}{dx} = -(R + i\omega L) I(x)$$

$$I(x) = \frac{\gamma}{R + i\omega L}\left(V_0^+ e^{-\gamma x} - V_0^- e^{\gamma x}\right)$$

$$\boxed{Z_0 = \frac{R + i\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}}}$$

$$\hookrightarrow \boxed{\frac{V_0^+}{I_0^+} = Z_0 = -\frac{V_0^-}{I_0^-}}$$

Impedância característica da linha

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 18:00

$$V(x) = V_0^+ e^{-\gamma x} + V_0^- e^{\gamma x}$$

$$\gamma = \alpha + i\beta$$

$$I(x) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma x} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma x}$$

$$V(x,t) = |V_0^+| \cos(\omega t - \beta x + \phi^+) e^{-\alpha x}$$
$$+ |V_0^-| \cos(\omega t + \beta x + \phi^-) e^{\alpha x}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f$$

Caso especial - Linha sem perdas

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 18:01

SEM PERDAS E IDEAL, $R=0$, $G=0$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R+i\omega L}{G+i\omega C}} \Rightarrow \boxed{Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

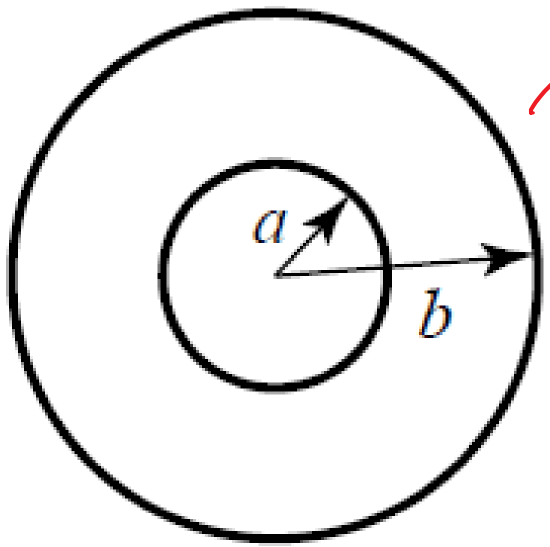
$$\gamma = \sqrt{(R+i\omega L)(G+i\omega C)} = \sqrt{-\omega^2 LC} = i\underbrace{\omega\sqrt{LC}}_{\beta}$$

$\gamma = \alpha + i\beta$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}}, \quad v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Cabo coaxial

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 18:01



$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(b/a)} \qquad L = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln(b/a)$$

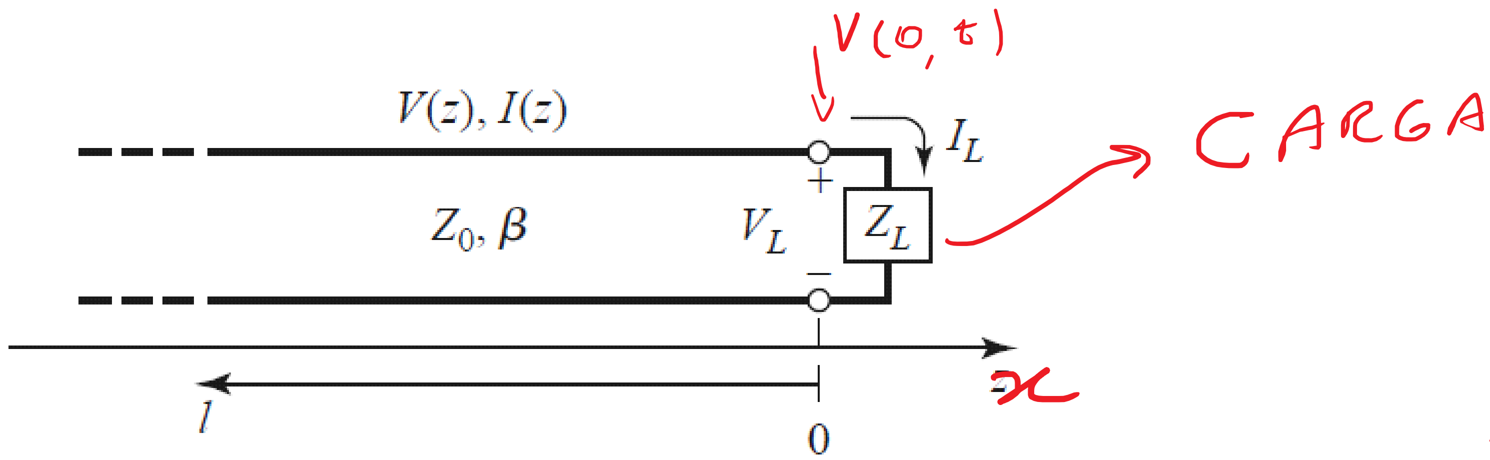
$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = c$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 60\ln(b/a)\ \Omega$$

Linha finita com carga de impedância Z_L

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 18:02

$G = 0, R = 0 \Rightarrow \alpha = 0$



$$\ast \quad \left.\begin{aligned} V(x) &= V_0^+ e^{-i\beta x} + V_0^- e^{i\beta x} \\ I(x) &= \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-i\beta x} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{i\beta x} \end{aligned}\right\}$$

$V_L = V(0)$

$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V_0^+ + V_0^-}{V_0^+ - V_0^-} Z_0$

$$\underbrace{V_0^-}_{\text{REFLETIDA}} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \underbrace{V_0^+}_{\text{INCIDENTE}} \Rightarrow \qquad \Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

$$\ast \quad V(x) = V_0^+ \left(e^{-i\beta x} + \Gamma e^{i\beta x} \right)$$

$$I(x) = \frac{V_0^+}{Z_0} \left(e^{-i\beta x} - \Gamma e^{i\beta x} \right)$$

Potência transmitida

segunda-feira, 23 de agosto de 2021 18:04

$$V(x) = V_0^+\left(e^{-i\beta x} + \Gamma e^{i\beta x}\right)$$

$$I(x) = \frac{V_0^+}{Z}\left(e^{-i\beta x} - \Gamma e^{i\beta x}\right)$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} R_e\left\{V(x) I^*(x)\right\} = \frac{1}{2}\frac{|V_0^+|^2}{Z_0} R_e\left\{1 - \Gamma e^{-2i\beta x} + \Gamma e^{2i\beta x} - \Gamma^2\right\}$$

$$\boxed{\bar{P} = \frac{1}{2}\frac{|V_0^+|^2}{Z_0}\left(1 - |\Gamma|^2\right)}$$

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

$$\begin{cases} Z_L = Z_0 \Rightarrow \Gamma = 0 & \text{(CASAMENTO DE IMPEDÂNCIA)} \\ Z_L = 0 \Rightarrow \Gamma = 1 \end{cases}$$

Bibliografia

terça-feira, 24 de agosto de 2021 08:28