Lista 3 - Cálculo de integrais

(I) Calcule:

(a) $\int_0^4 \sqrt[3]{x}\, dx$ (b) $\int_1^e x^3 lnx\, dx$ (c) $\int_{-1}^0 \frac{3}{x^2+2x+2}\, dx$

(d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} senx\sqrt{3+cosx}\, dx$ (e) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} xcos2x\, dx$ (f) $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2}\, dx$

(g) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} sec^2x\, dx$ (h) $\int_0^1 \sqrt{1+x^2}\, dx$ (i) $\int_0^{\sqrt{\pi}} xsen3x^2\, dx$

(j) $\int_0^2 x\sqrt[4]{4-x^2}\, dx$ (l) $\int_2^4 \frac{6x+2}{3x^2+2x}\, dx$ (m) $\int_0^{\frac{pi}{2}} \sqrt{1+cosx}\, dx$

(II) Em cada caso, calcule o valor da integral e esboce o gráfico da função integranda:

(a) $\int_0^2 f(x)dx$, onde $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

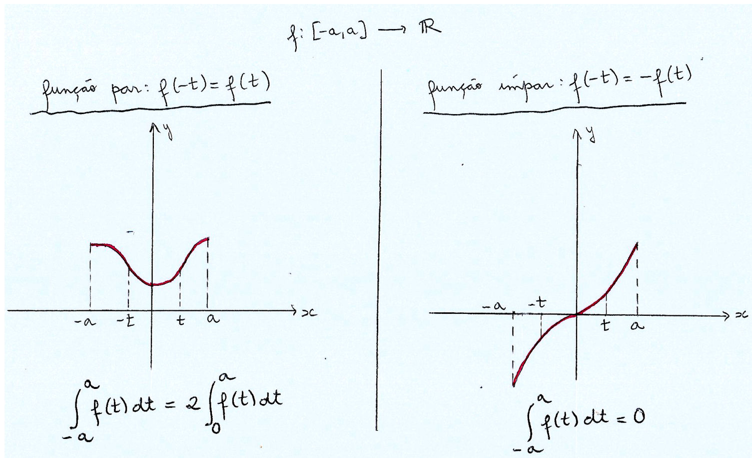
(b) $\int_{-1}^3 f(x)dx$, onde $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ 3x & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 0 & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$

(c) $\int_0^2 g(x)dx$, onde $g(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x^2} & \text{se } x \neq 1 \\ 4 & \text{se } x = 1 \end{cases}$

(III) Considere uma função $f : [-a, a] \longrightarrow \mathbb{R}$ definida num intervalo simétrico em relação ao zero:

Dizemos que f é par se $f(-t) = f(t)$, $\forall\, t$.

Dizemos que f é ímpar se $f(-t) = -f(t)$, $\forall\, t$.



Por exemplo: $f(t) = t^2$ é uma função par, pois $f(-t) = (-t)^2 = t^2 = f(t)$;
a função $f(t) = sent$ é uma função ímpar, pois $f(-t) = sen(-t) = -sent = -f(t)$.

Os seguintes resultados são úteis:

Se $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ é uma função par, então, para todo $a > 0$, vale que $\int_{-a}^{a} f(t)dt = 2\int_{0}^{a} f(t)dt$.

Se $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ é uma função ímpar, então, para todo $a > 0$, vale que $\int_{-a}^{a} f(t)dt = 0$.

Calcule:

$$\int_{-3}^{3} \frac{x^3}{7x^{12} + 8}\, dx \qquad \text{e} \qquad \int_{-2}^{2} (x^4 - 2x^2)\, dx$$