

# Eletrromagnetismo Avançado

7600035

Aula de 18 de agosto

# Programa

## 1. Leis de conservação

## 2. Ondas eletromagnéticas

a) Propagação em uma dimensão

b) Propagação no vácuo

c) Em meios materiais

d) Absorção e dispersão

e) Guias de ondas

f) Cavidades

## 3. Potenciais eletrodinâmicos

a) Formalismo

b) Distribuídos no espaço e no tempo

c) Potenciais de uma carga em movimento

# Programa

## 4. Radiação

a) Dipolo

b) Carga pontual

## 5. Relatividade

a) Espaço-tempo

b) Mecânica relativística

c) Eletrodinâmica relativística

# Critérios de aprovação

## 1. Principal (0.8)

A. 4 provas (sub)

B. 1 projeto (grupo)

## 2. Complementar (0.2)

4 Listas, com 5 exercícios \* (sub)

# Critérios de aprovação

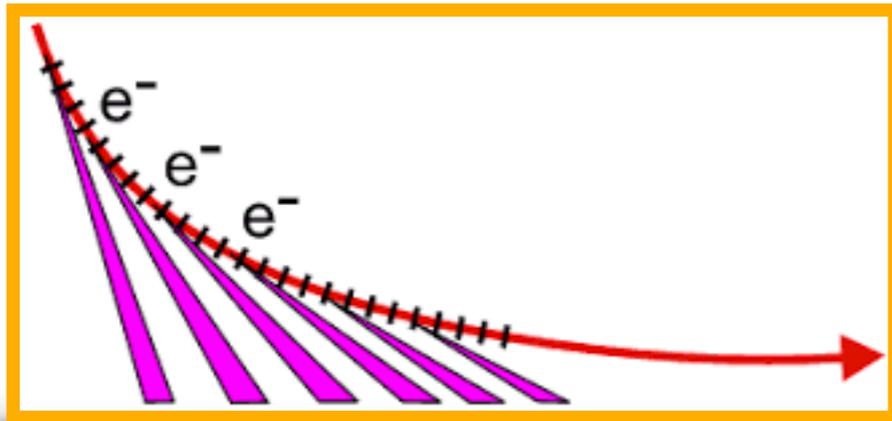
## A) Provas

1. 24 setembro
2. 22 outubro
3. 19 novembro
4. 17 dezembro

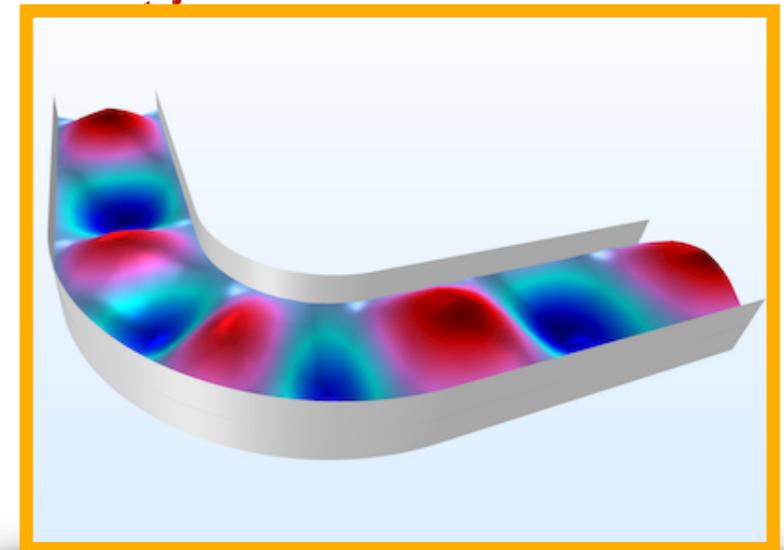
# Critérios de aprovação

## B. Exemplos de projetos

### 1. Radiação emitida por uma linha síncrotron



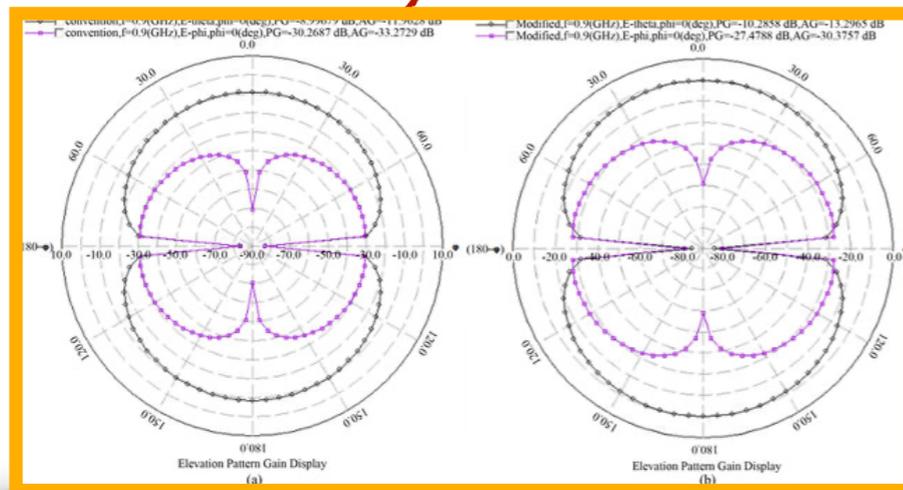
### 2. Campo eletromagnético em uma guia de ondas



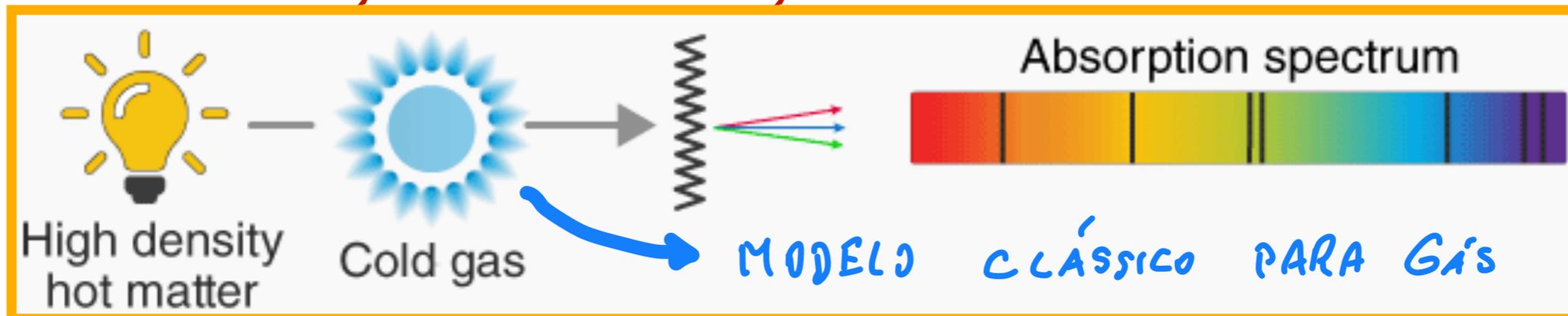
# Critérios de aprovação

## B. Exemplos de projetos

### 3. Radiação emitida por uma antena



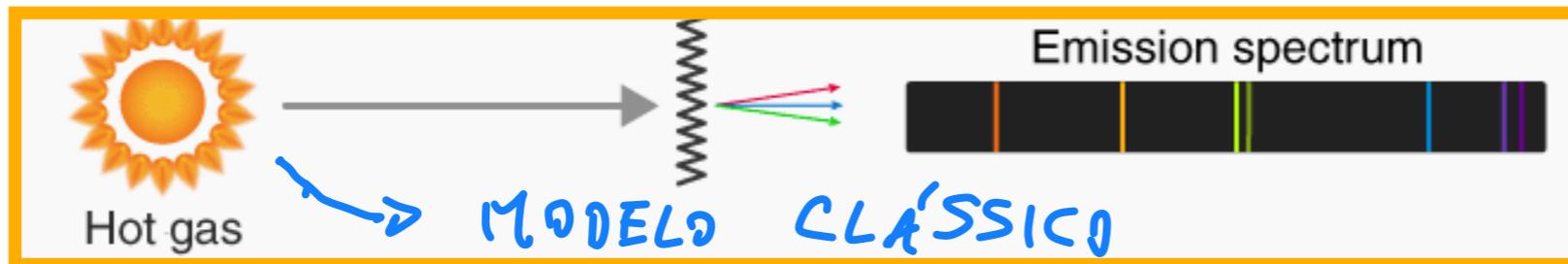
### 4. Absorção de radiação



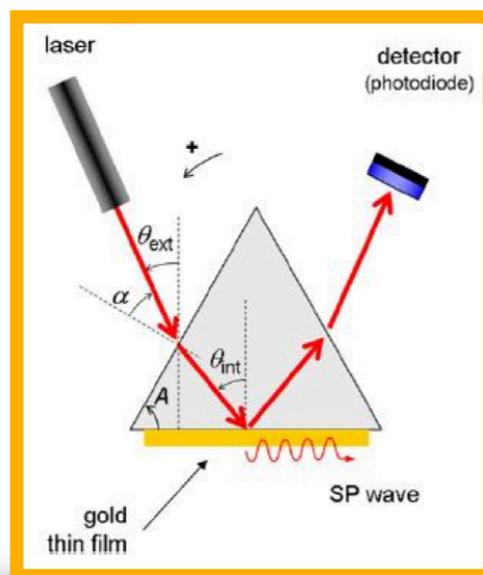
# Critérios de aprovação

## B. Exemplos de projetos

### 5. Emissão de radiação



### 6. Plasmônica



# Critérios de aprovação

## B) Projetos – definição

Até 31 agosto

Formação de grupos

Escolha dos projetos: 1º setembro

# Critérios de aprovação

## B) Projetos – acompanhamento

1. 24 setembro

Proposta < 3 páginas

2. 22 outubro

Apresentação oral < 10 minutos + discussão

3. 19 novembro

Relatório < 5 páginas + discussão

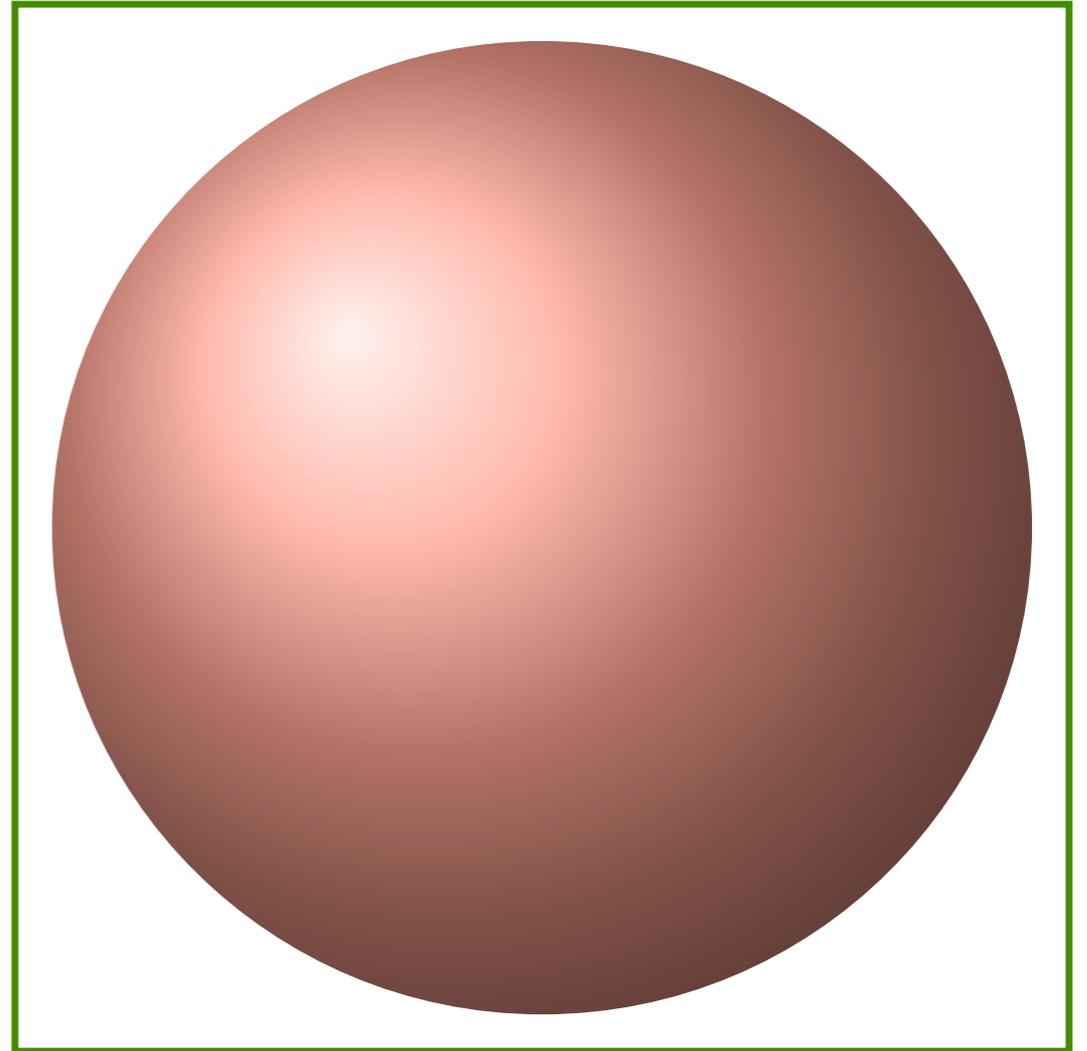
4. 17 dezembro

Apresentação de resultados

# Leis de conservação

## 1. Carga elétrica

$$Q(t) = \int_{\mathcal{V}} \rho \, d\tau$$

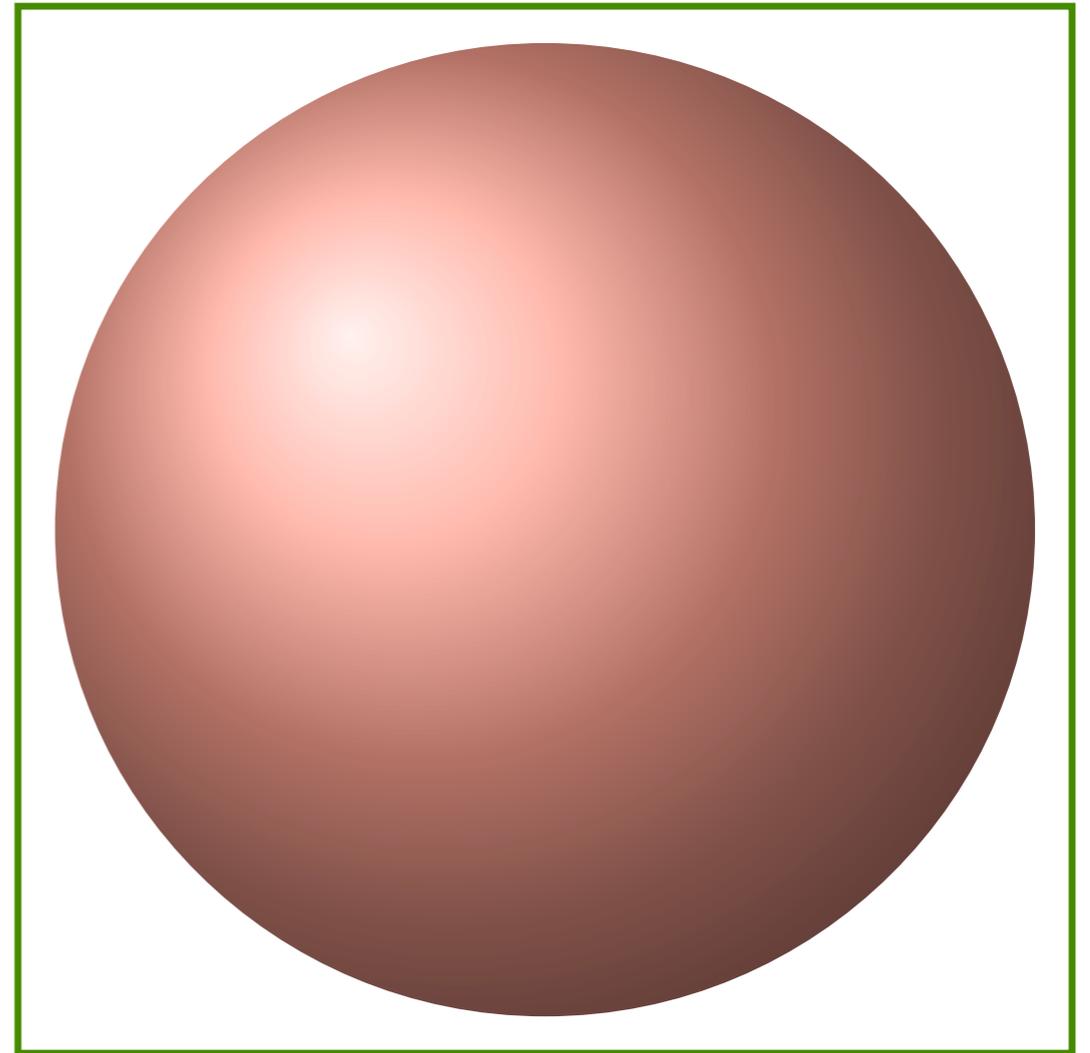


# Leis de conservação

## 1. Carga elétrica

$$Q(t) = \int_{\mathcal{V}} \rho \, d\tau$$

$$\frac{dQ}{dt} = \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial \rho}{\partial t} \, d\tau$$



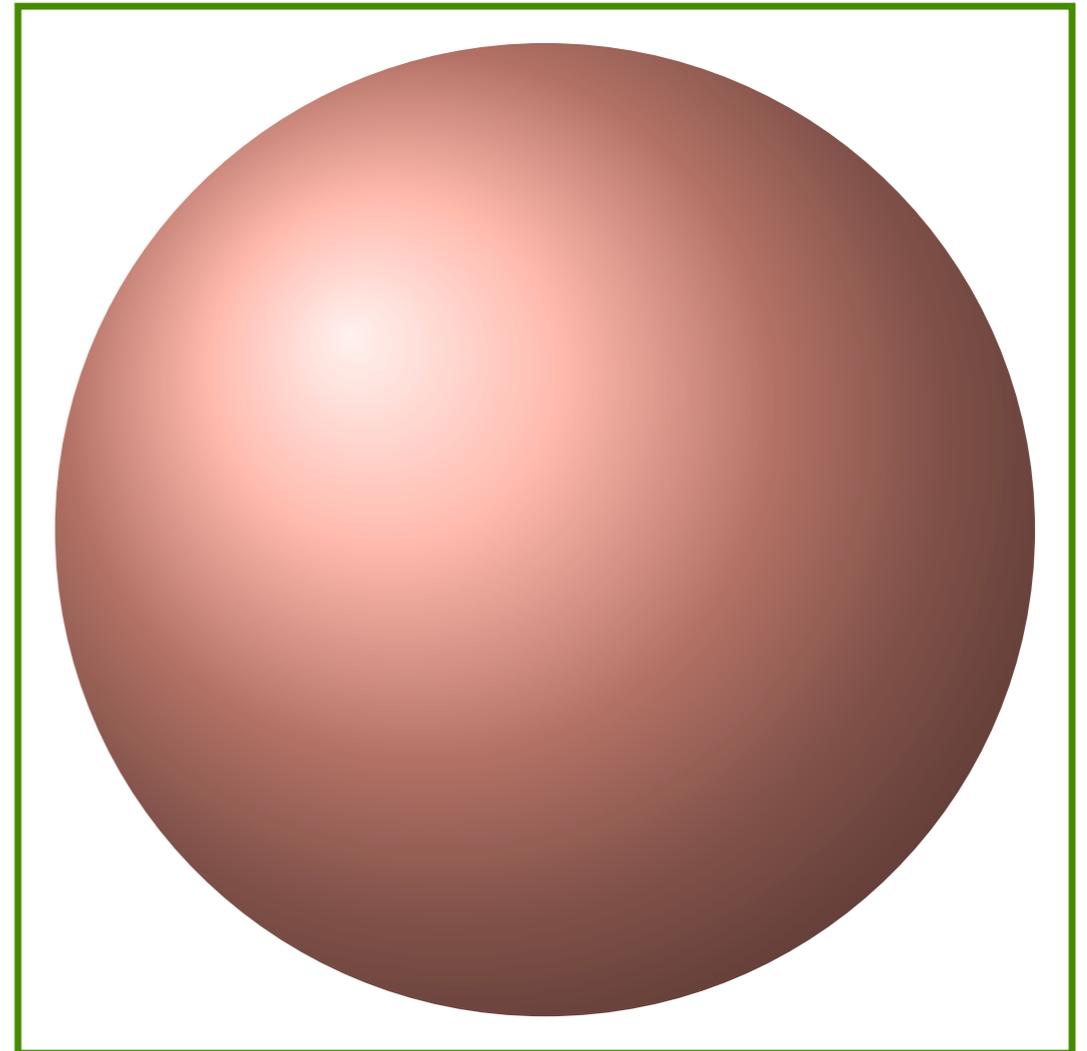
# Leis de conservação

## 1. Carga elétrica

$$Q(t) = \int_{\mathcal{V}} \rho \, d\tau$$

$$\frac{dQ}{dt} = \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial \rho}{\partial t} \, d\tau$$

$$\frac{dQ}{dt} = -I(t)$$



# Leis de conservação

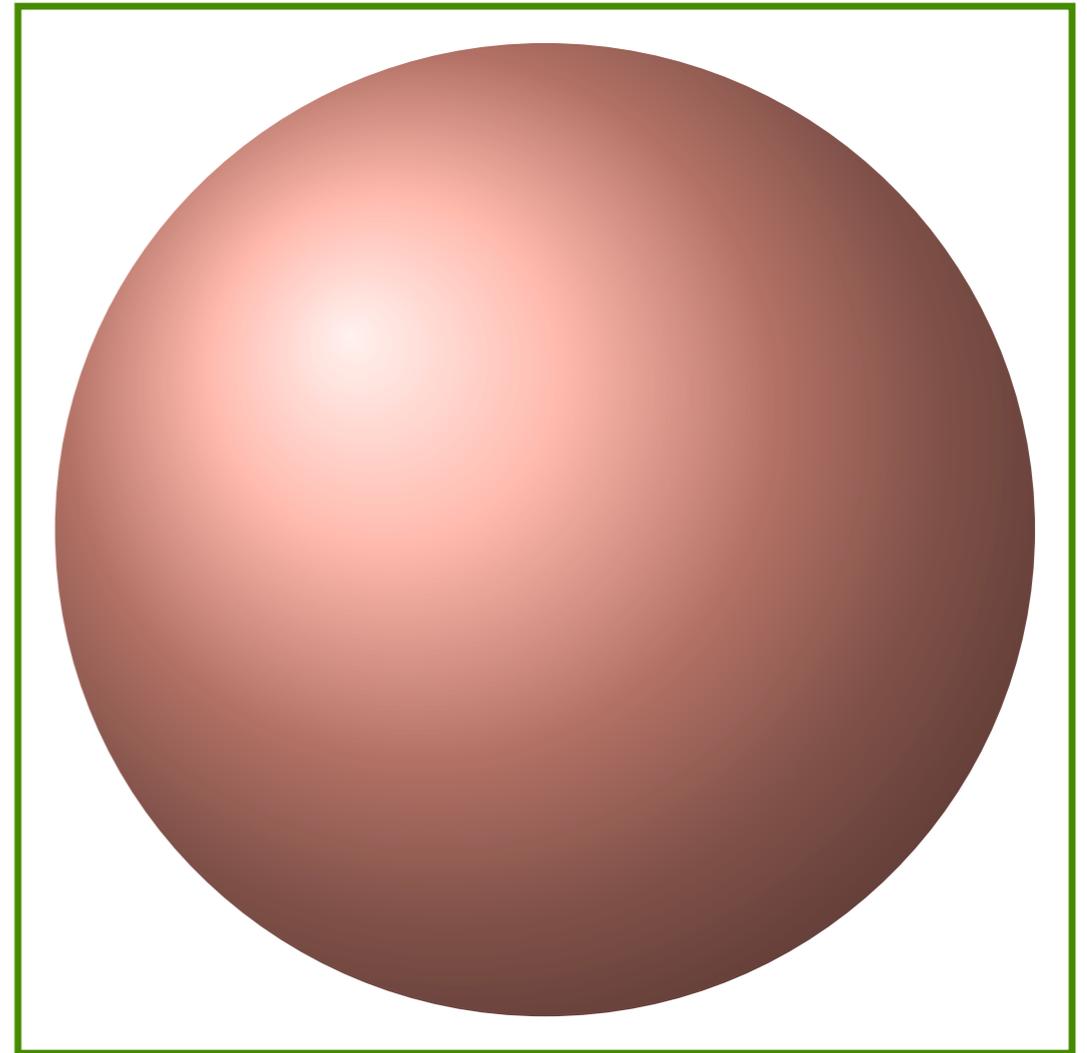
## 1. Carga elétrica

$$Q(t) = \int_{\mathcal{V}} \rho \, d\tau$$

$$\frac{dQ}{dt} = \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial \rho}{\partial t} \, d\tau$$

$$\frac{dQ}{dt} = -I(t)$$

$$I = \int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot \hat{n} \, da$$



# Leis de conservação

## 1. Carga elétrica

$$Q(t) = \int_{\mathcal{V}} \rho \, d\tau$$

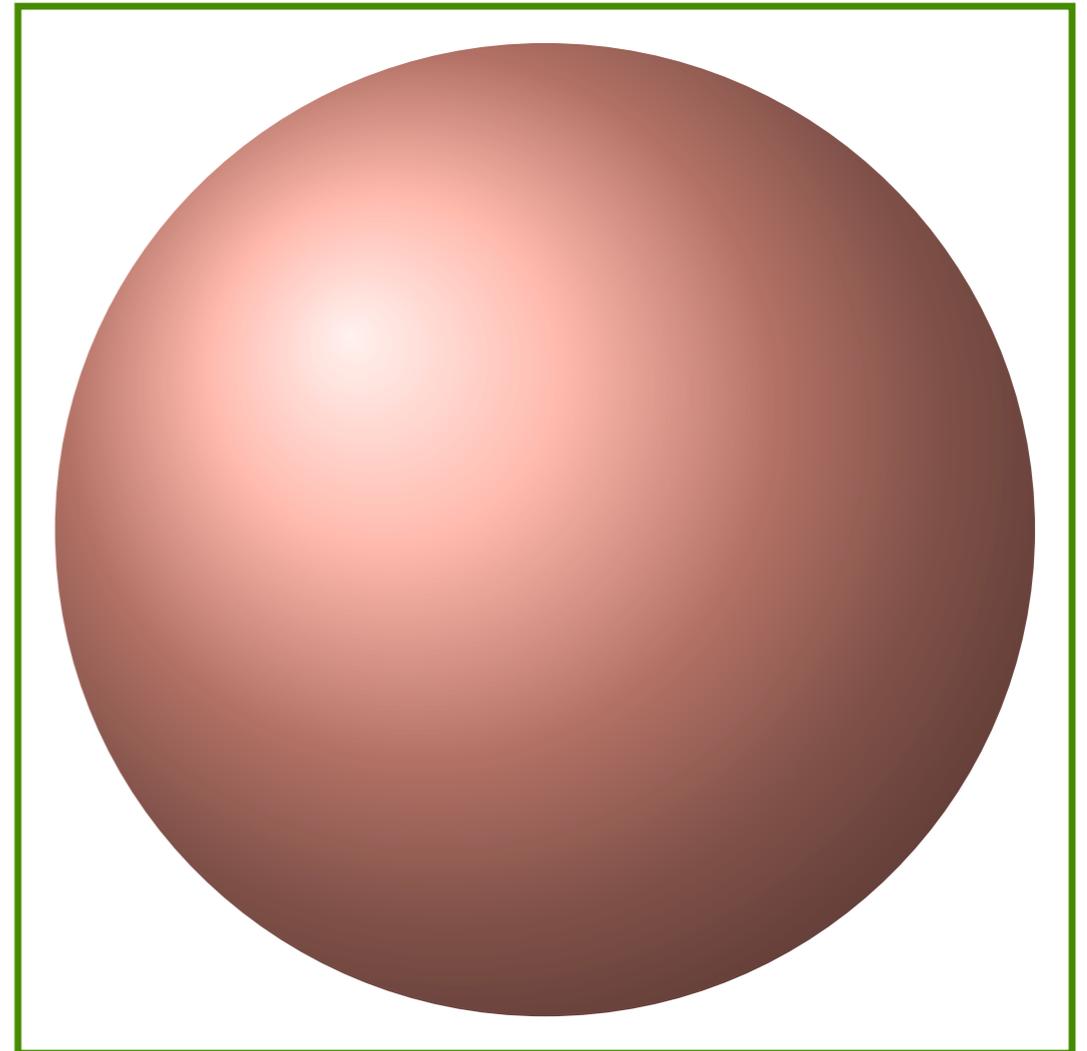
$$\frac{dQ}{dt} = \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial \rho}{\partial t} \, d\tau$$

$$\frac{dQ}{dt} = -I(t)$$

$$I = \int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot \hat{n} \, da$$

$$I = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \, d\tau$$

TEOREMA DE GAUSS



# Leis de conservação

## 1. Carga elétrica

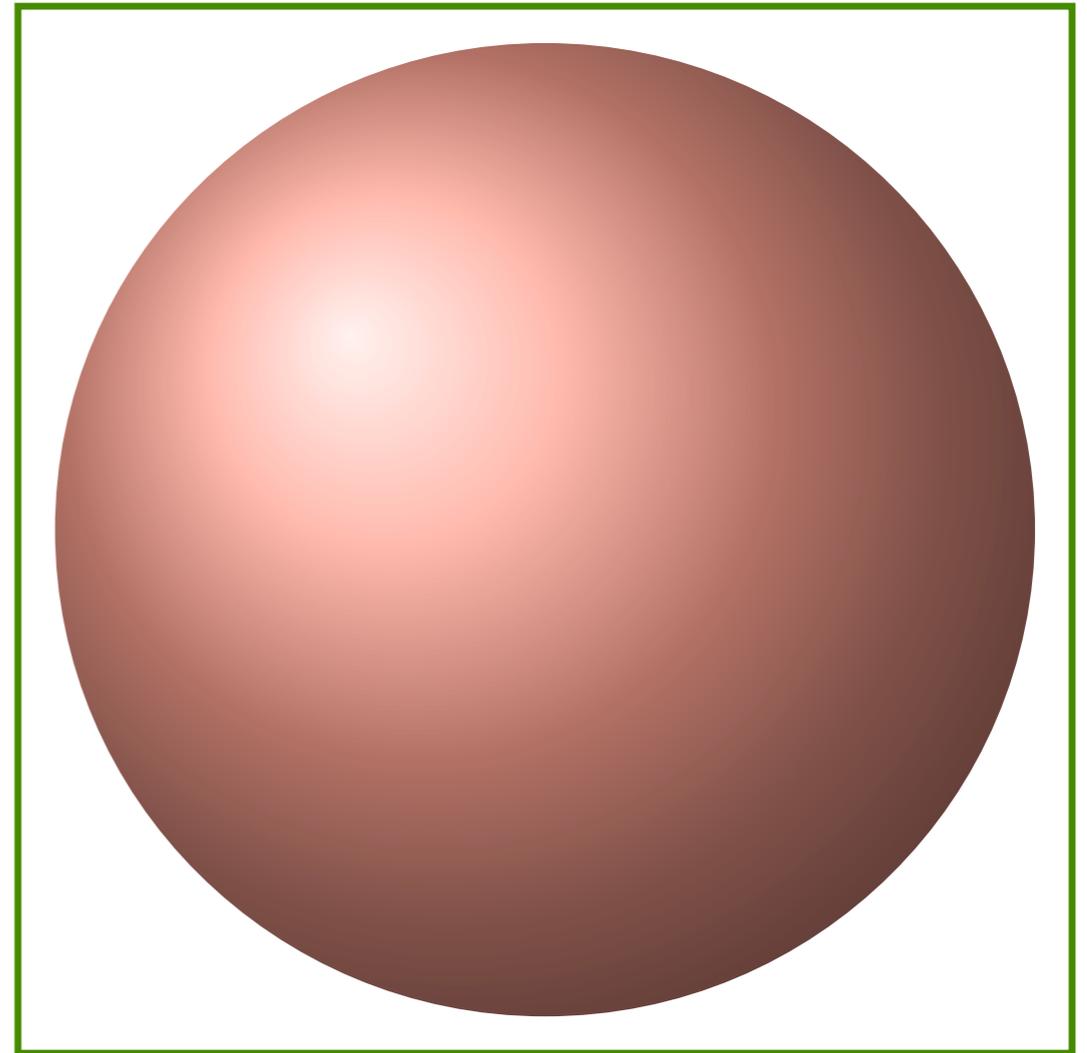
$$Q(t) = \int_V \rho \, d\tau$$

$$\frac{dQ}{dt} = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \, d\tau$$

$$\frac{dQ}{dt} = -I(t)$$

$$I = \int_A \vec{J} \cdot \hat{n} \, da$$

$$I = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \, d\tau$$



$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

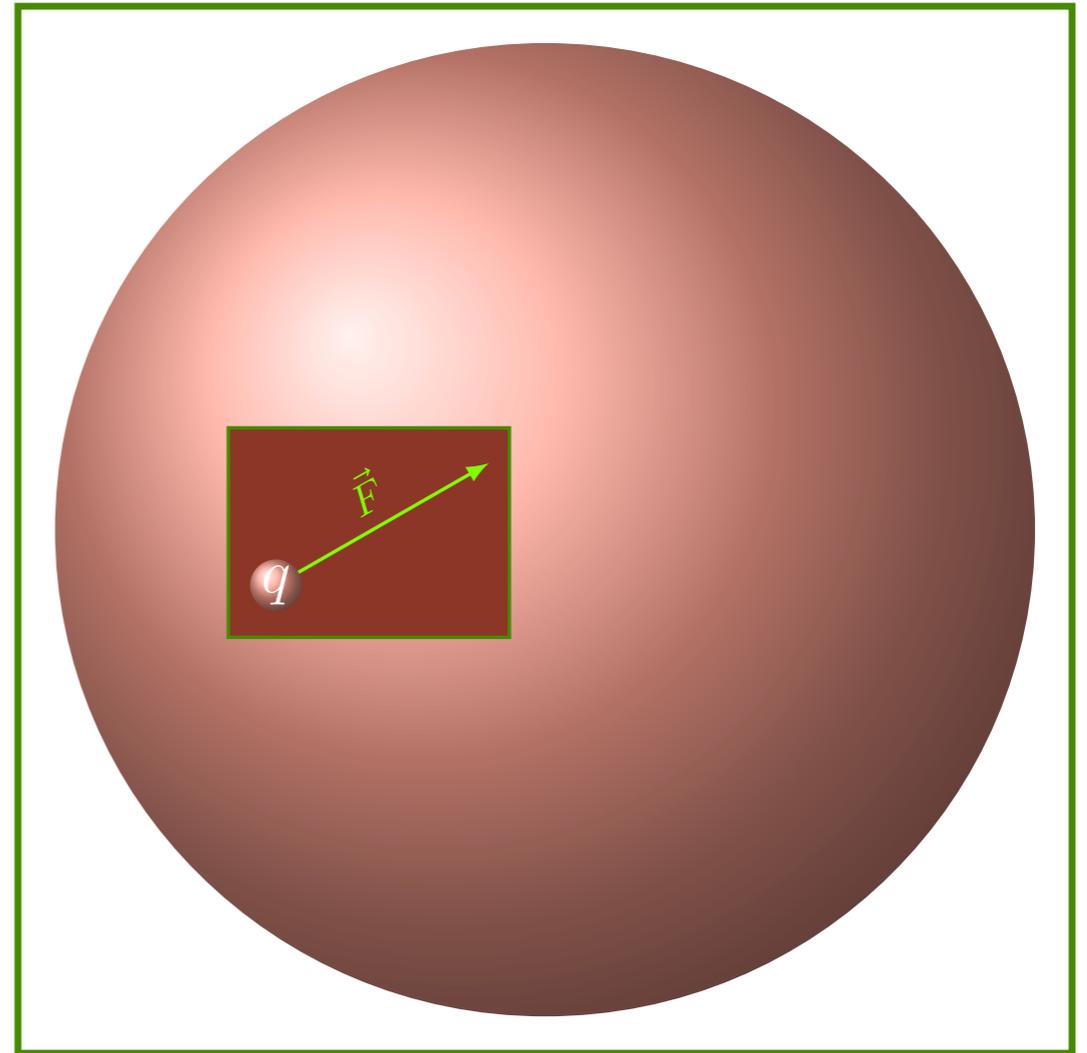
↳ EQ. DA CONTINUIDADE

↳  $\rho$  AUMENTA

# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\text{LORENTZ} \Rightarrow \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

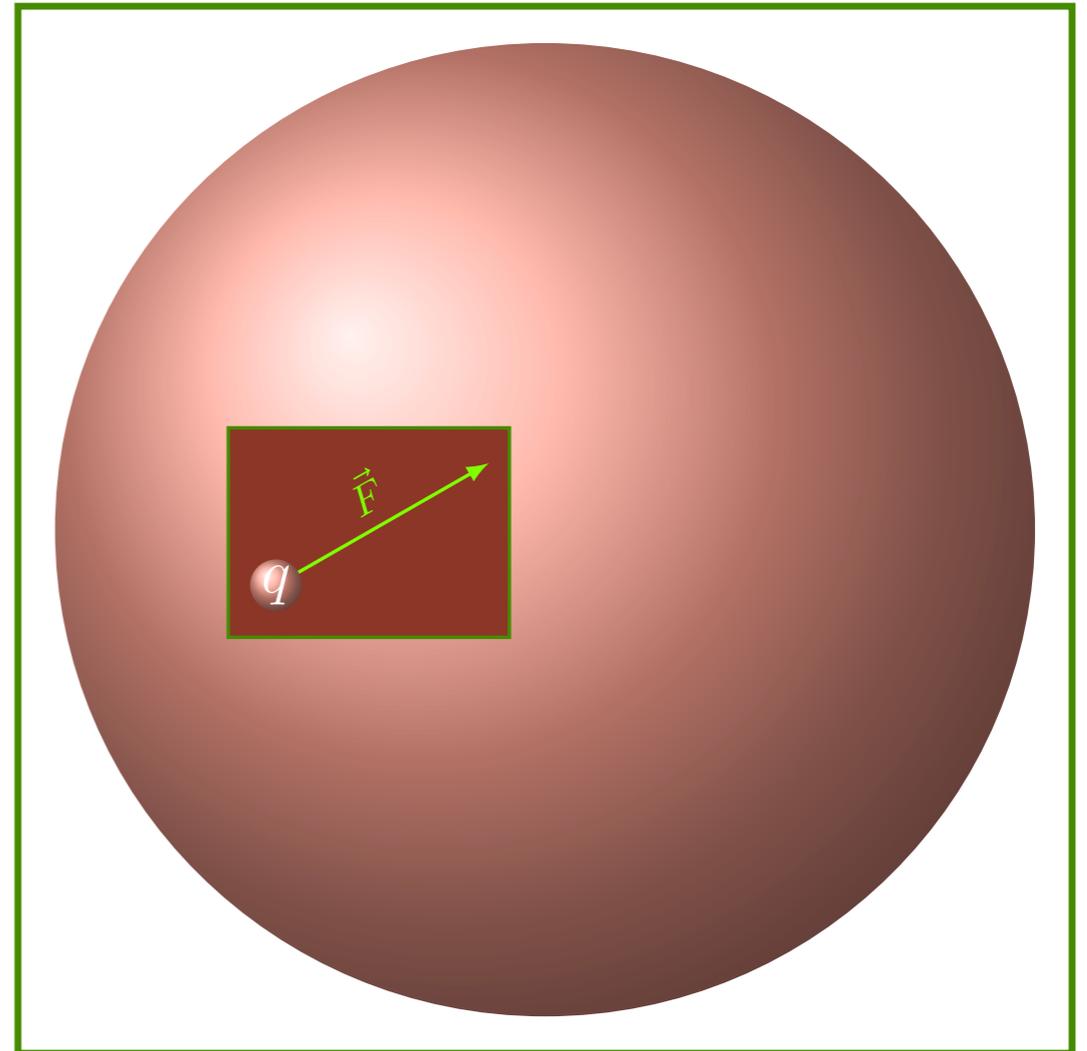


# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

POTÊNCIA  $\Rightarrow \vec{F} \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$



# Leis de conservação

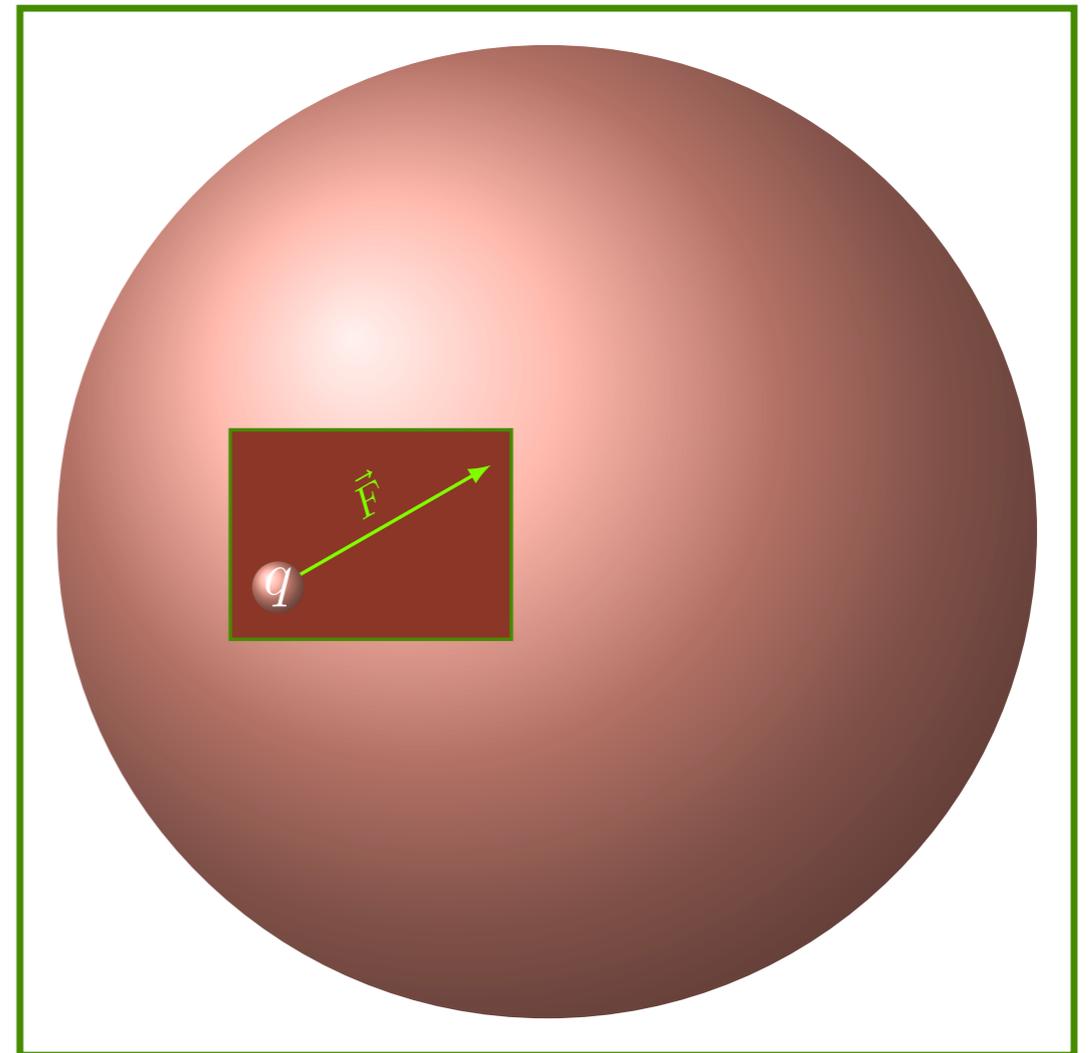
## 2. Energia

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

$$\frac{dW}{dt} = \int dq \vec{E} \cdot \vec{v}$$

POTÊNCIA DISPENDIDA PELA FORÇA ELÉTRICA



# Leis de conservação

## 2. Energia

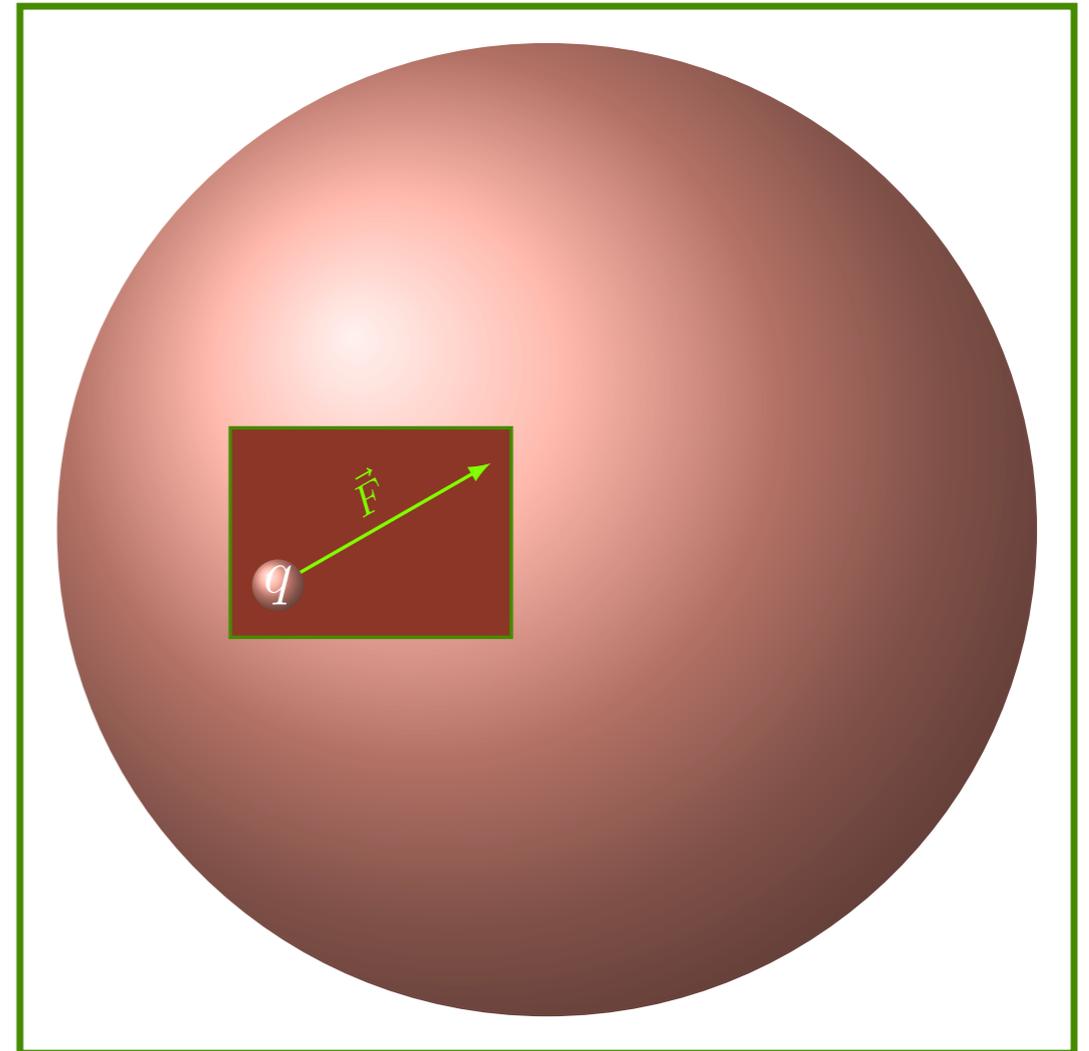
$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

$$\frac{dW}{dt} = \int dq \vec{E} \cdot \vec{v}$$

↳  $\rho d\tau$

$$\Rightarrow \frac{dW}{dt} = \int \rho \vec{E} \cdot \vec{v} d\tau$$



# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

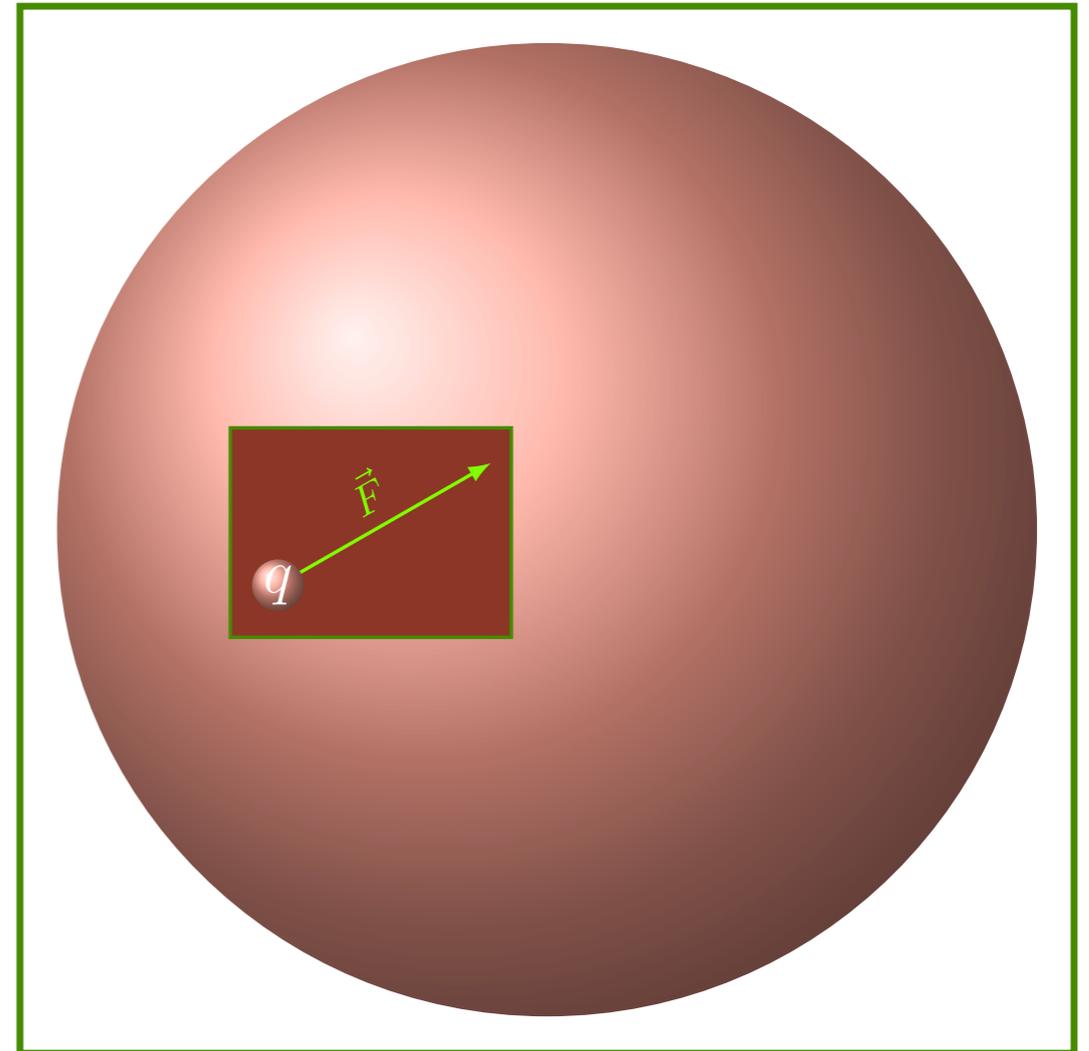
$$\vec{F} \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

$$\frac{dW}{dt} = \int dq \vec{E} \cdot \vec{v}$$

$$\frac{dW}{dt} = \int \rho \vec{E} \cdot \vec{v} d\tau$$

$\rho \vec{v} = \vec{J}$

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} d\tau$$



# Leis de conservação

## 2. Energia

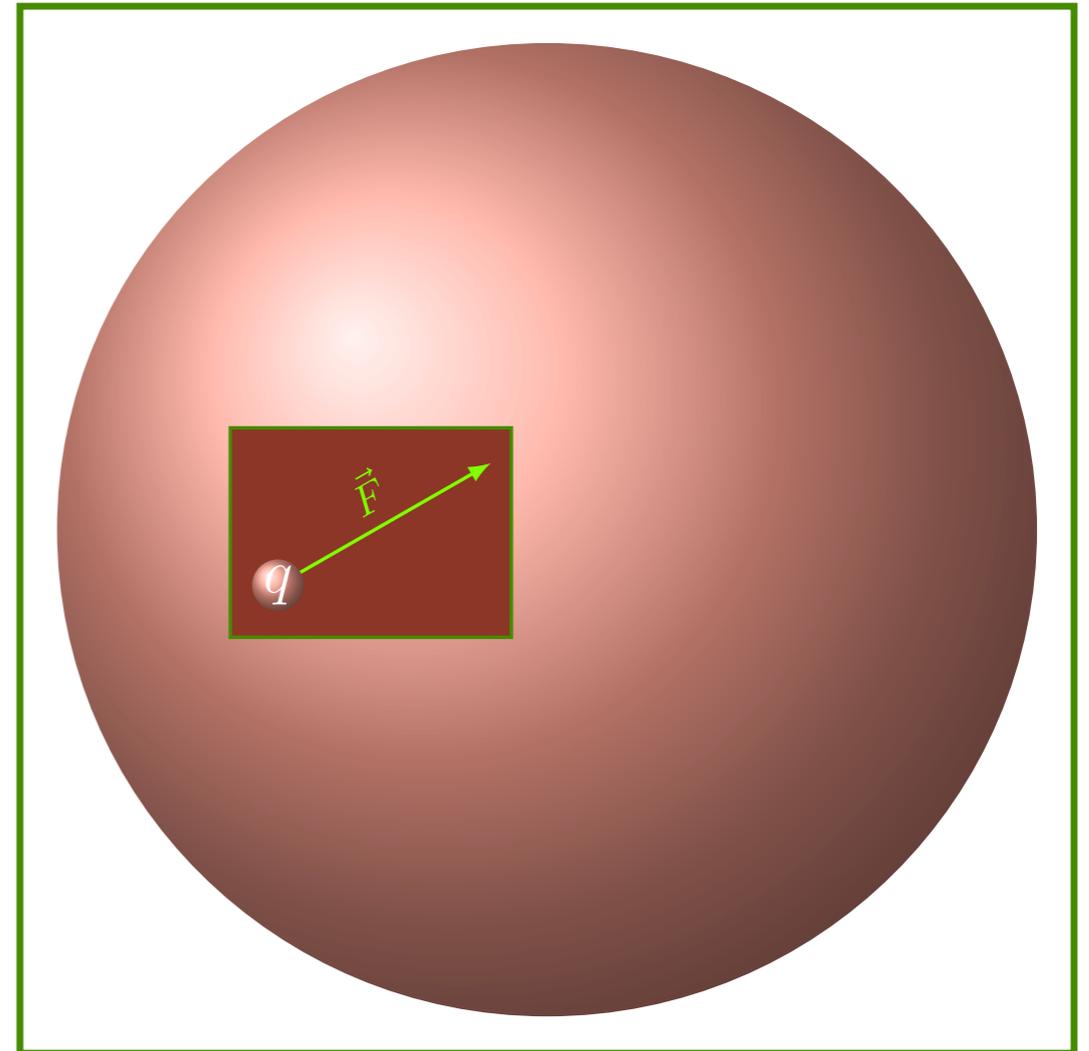
$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

$$\frac{dW}{dt} = \int dq \vec{E} \cdot \vec{v}$$

$$\frac{dW}{dt} = \int \rho \vec{E} \cdot \vec{v} d\tau$$

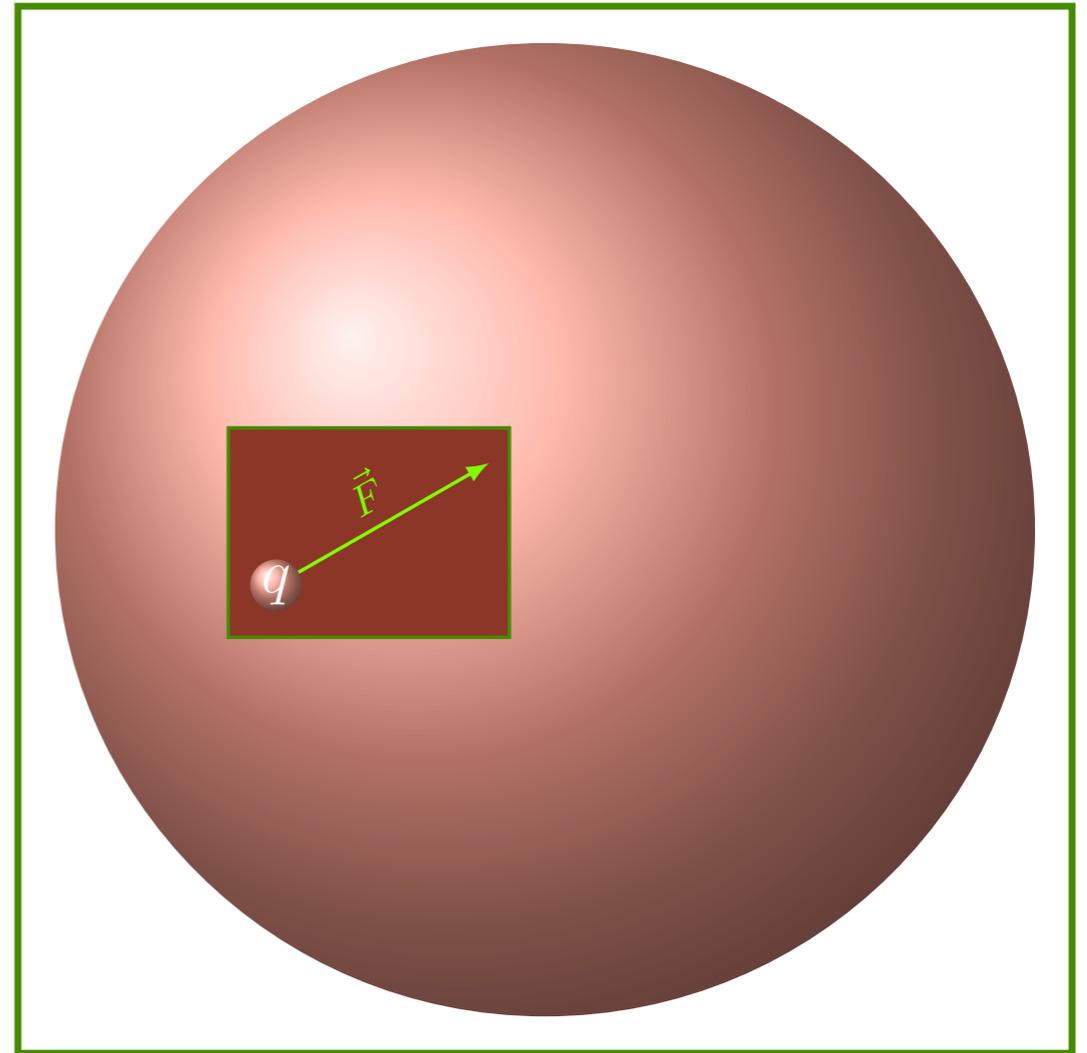
$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} d\tau$$



# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} d\tau$$

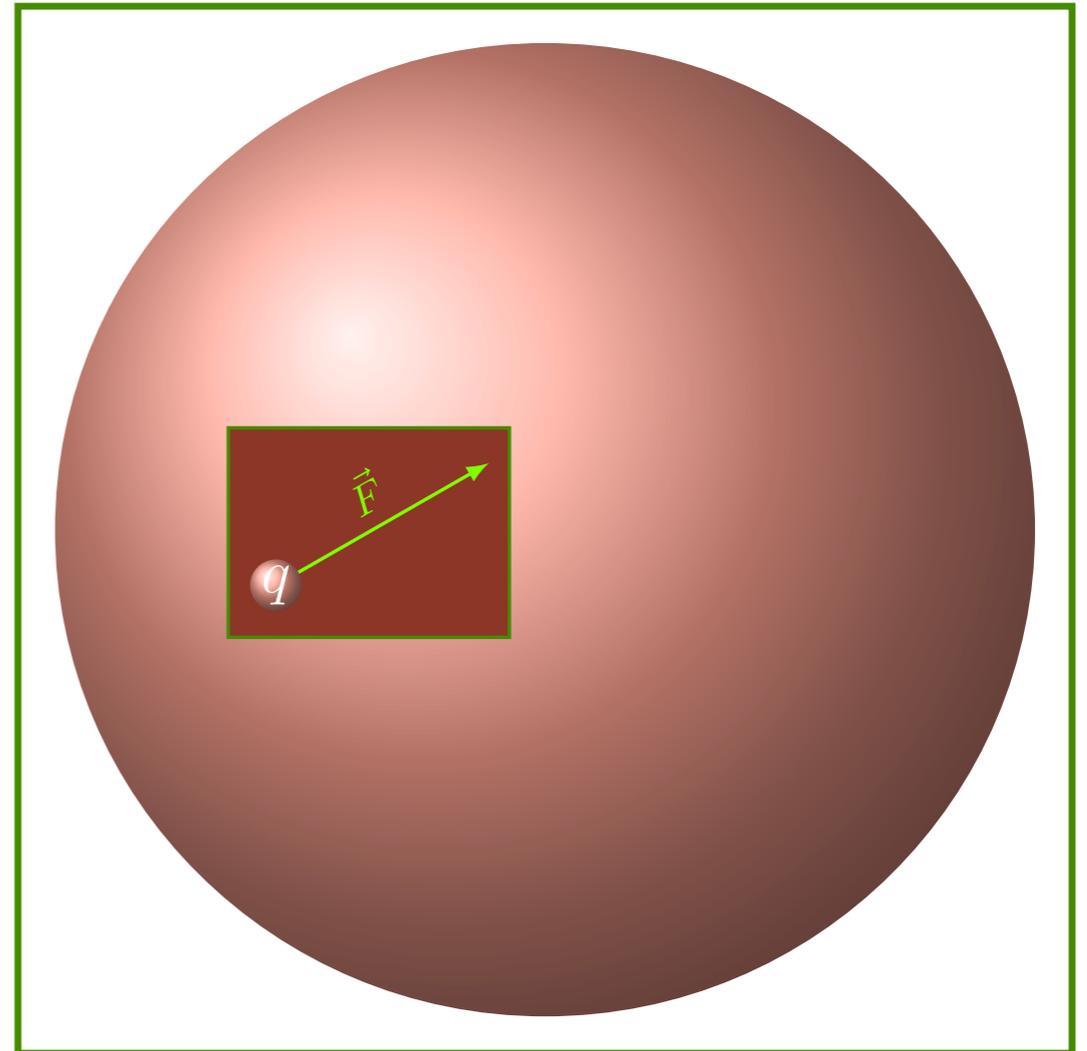


# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$



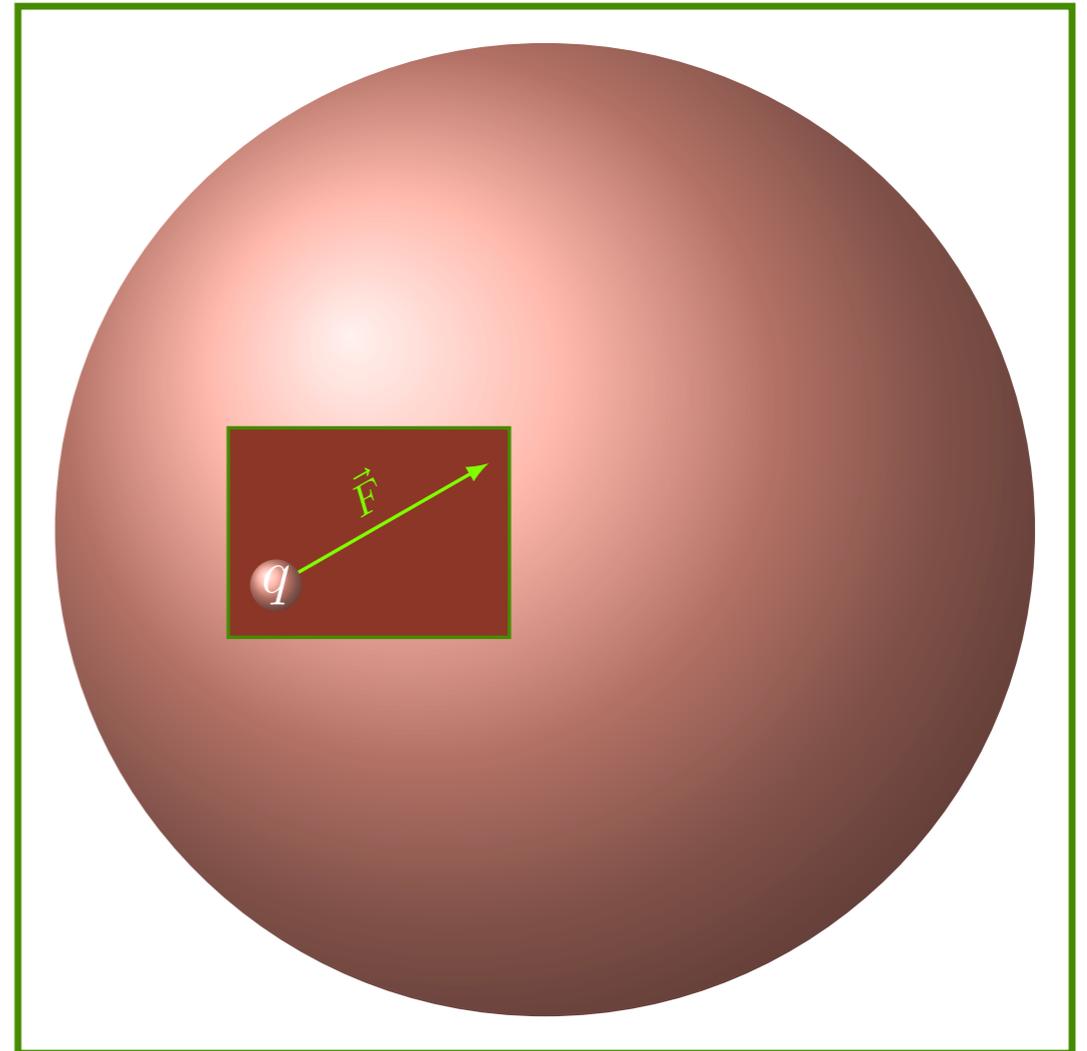
# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



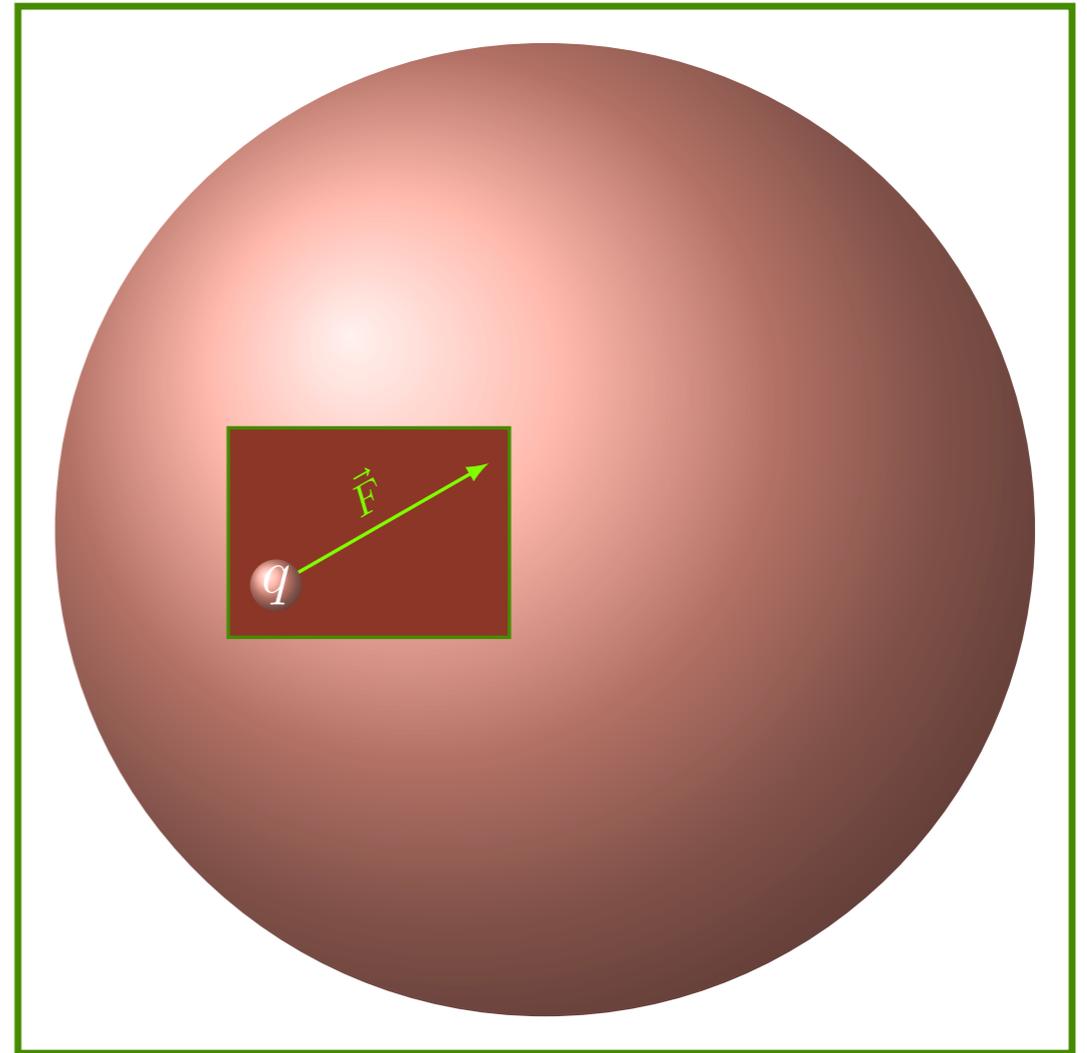
# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



*DERIVADA DO PRODUTO*  $\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} - \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B}$

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{u} \times \vec{w} &= \vec{w} \cdot \vec{v} \times \vec{u} \\ &= \vec{u} \cdot \vec{w} \times \vec{v} = -\vec{u} \cdot \vec{v} \times \vec{w} \end{aligned}$$

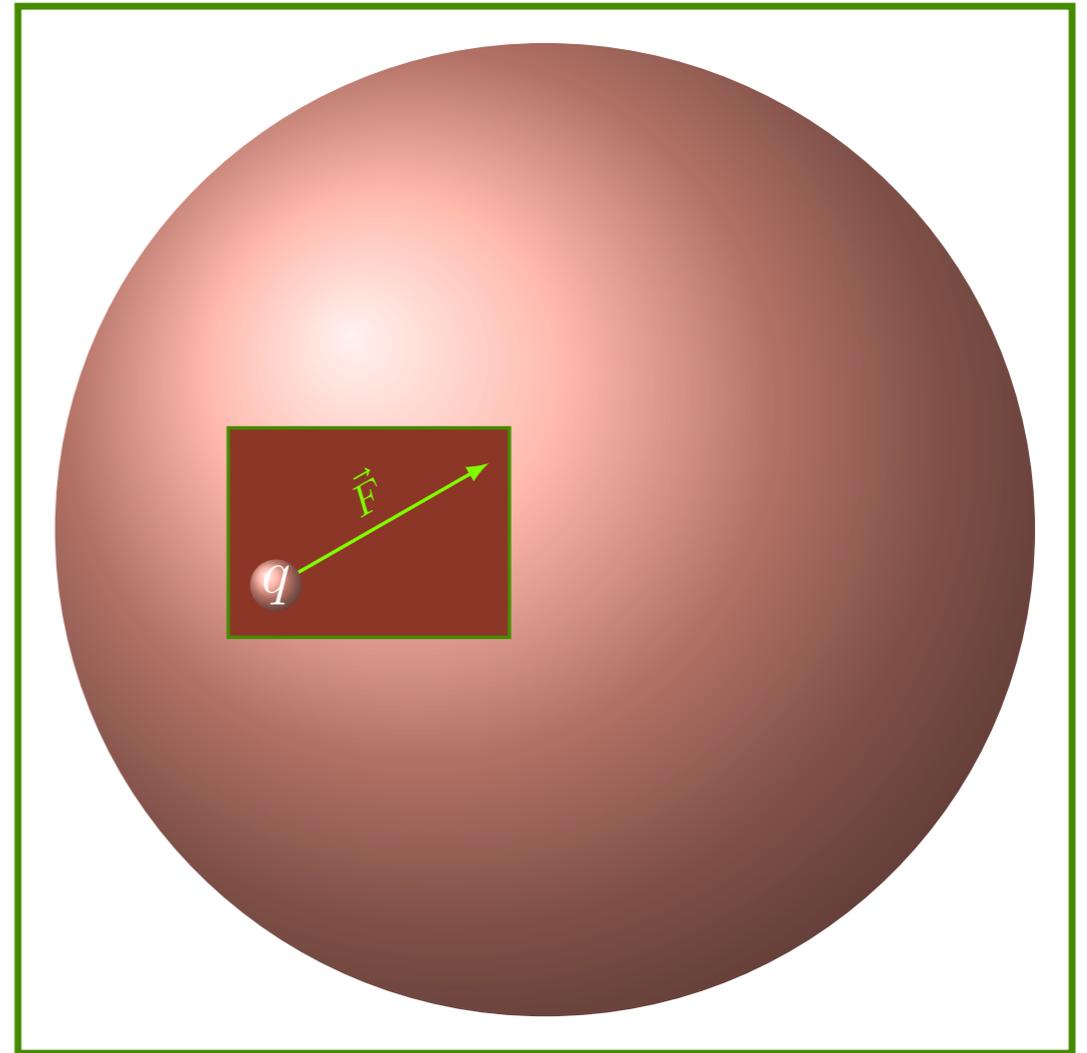
# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} - \underbrace{\vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B}}_{\text{FARADAY}}$$

$$\vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} - \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

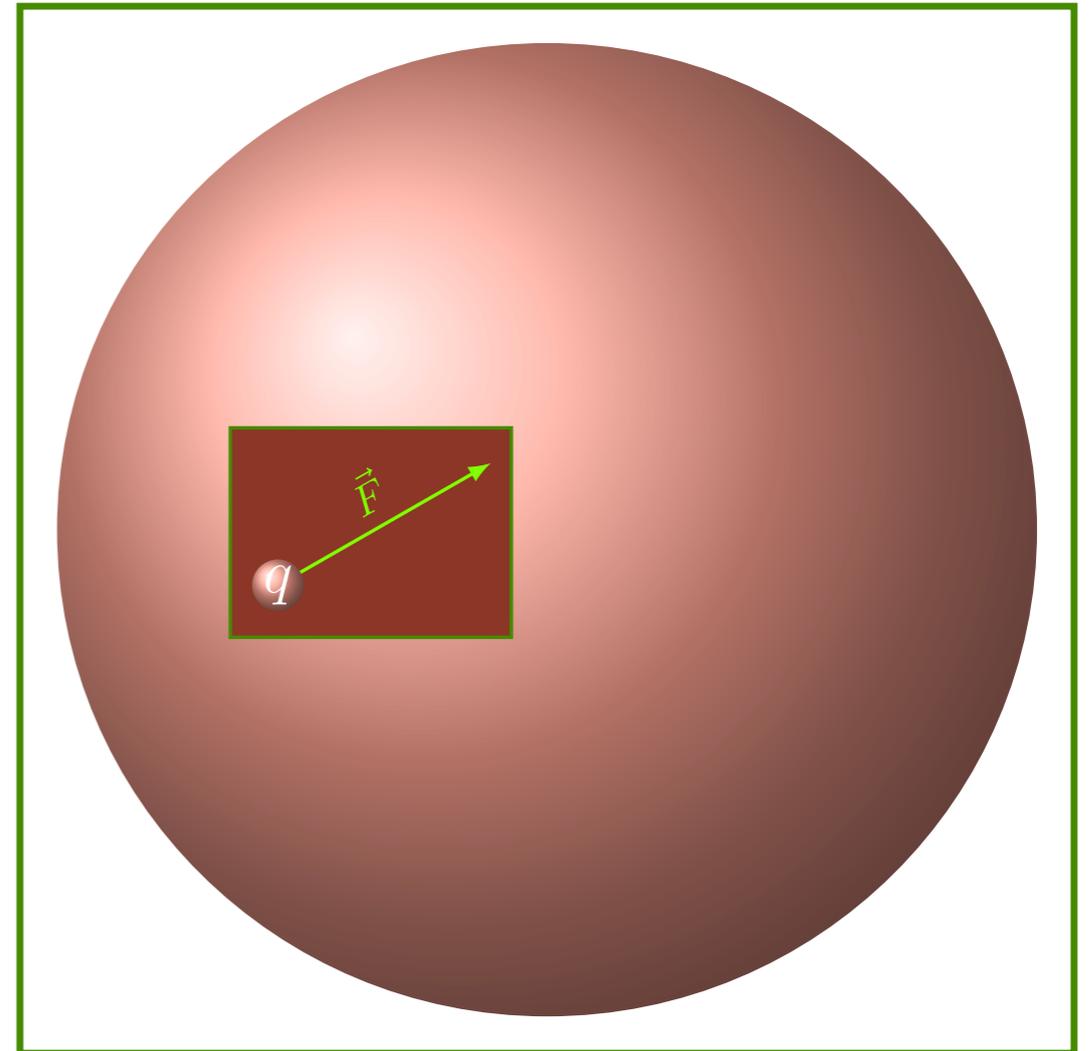
# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



$$\vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} - \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

# Leis de conservação

## 2. Energia

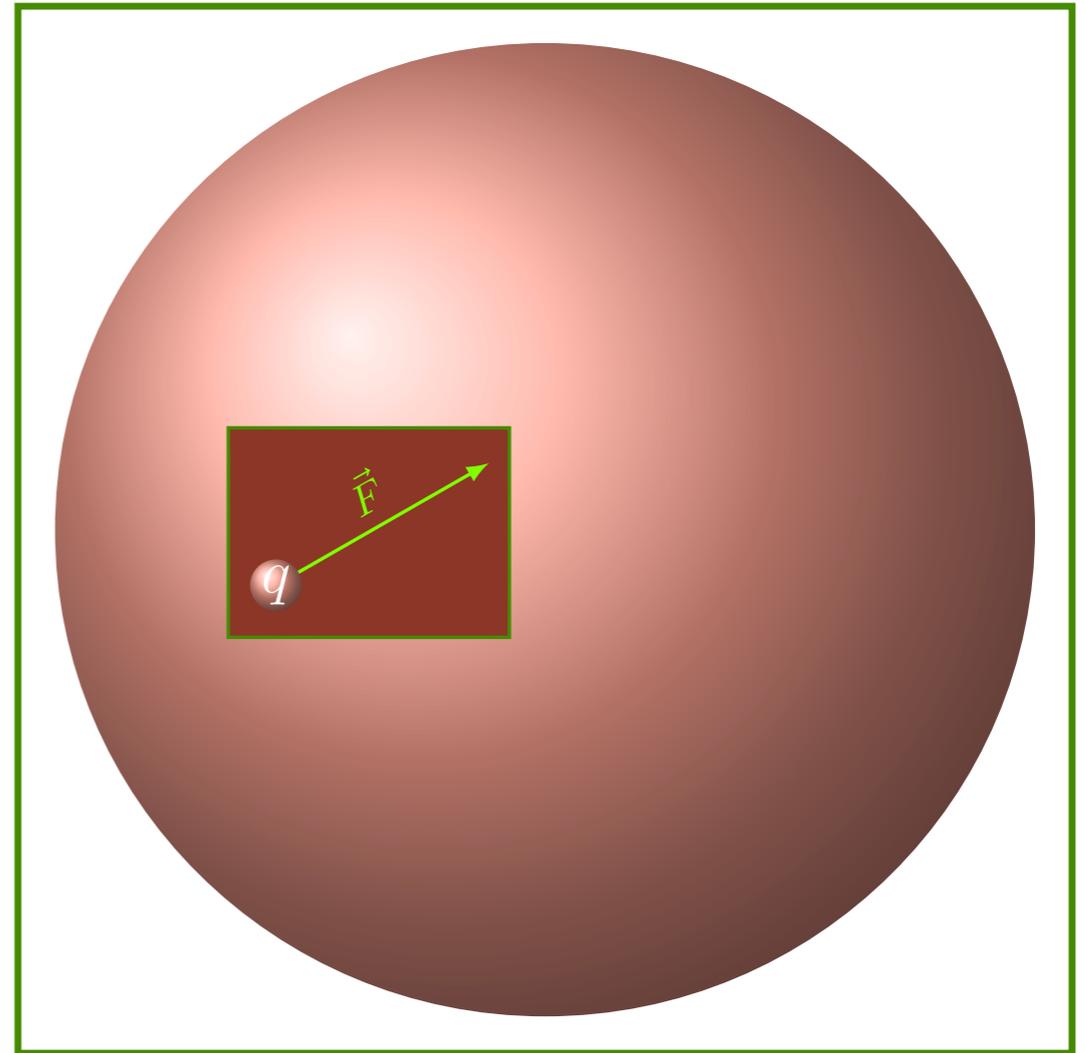
$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{-1}{\mu_0} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} + \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} - \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



# Leis de conservação

## 2. Energia

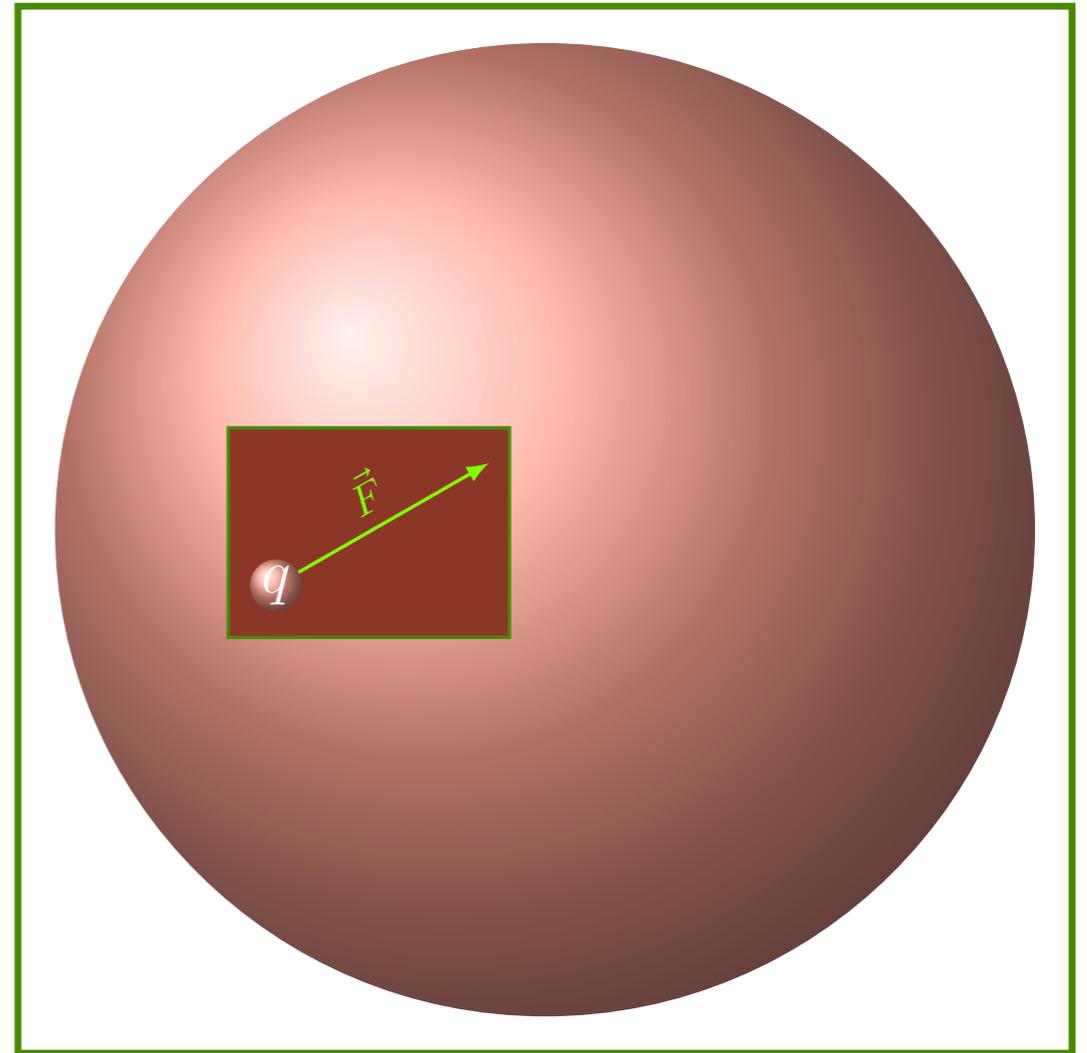
$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{-1}{\mu_0} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} + \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} - \frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial B^2}{\partial t} - \frac{\epsilon_0}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t}$$



# Leis de conservação

## 2. Energia

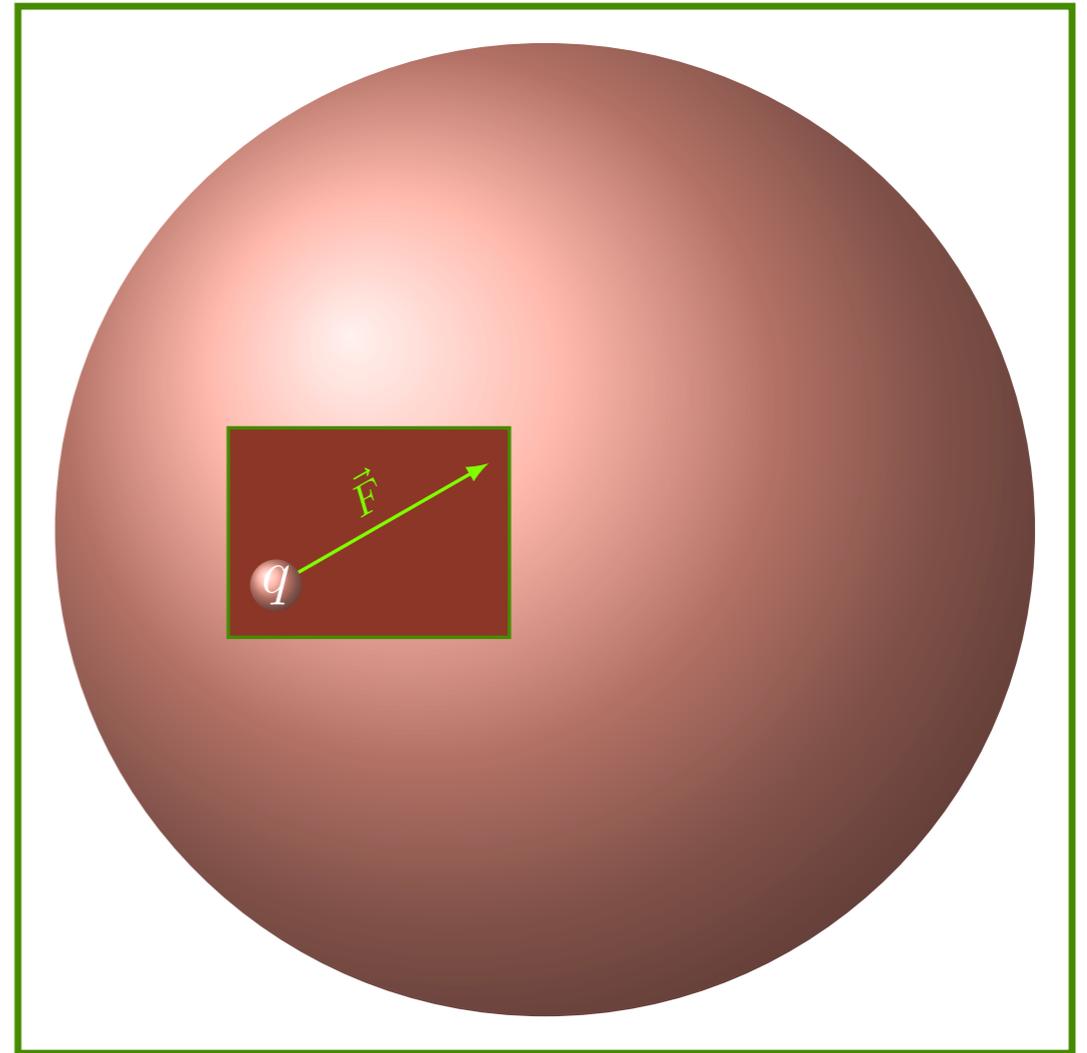
$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{-1}{\mu_0} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} + \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} - \frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial B^2}{\partial t} - \frac{\epsilon_0}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t}$$

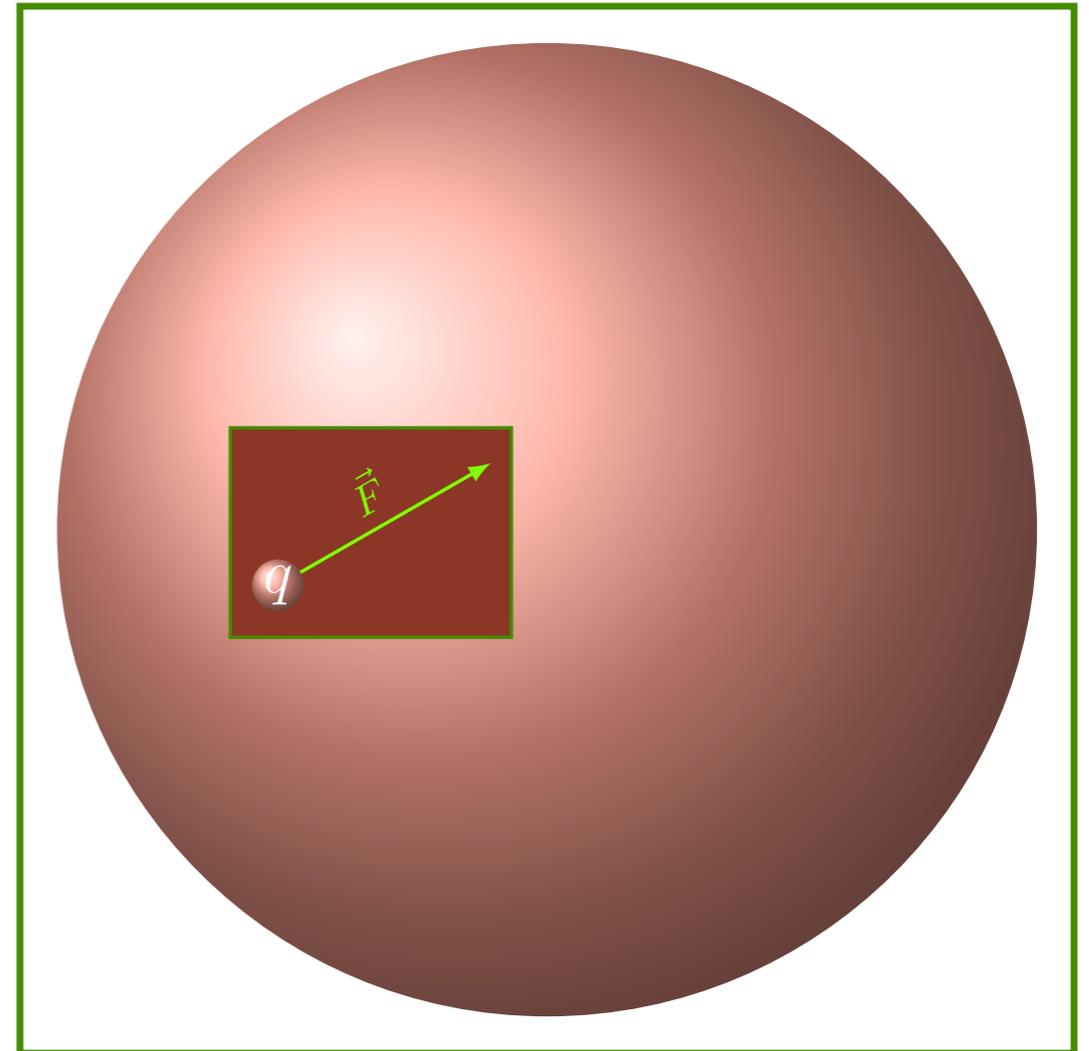


# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} - \frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial B^2}{\partial t} - \frac{\epsilon_0}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t}$$



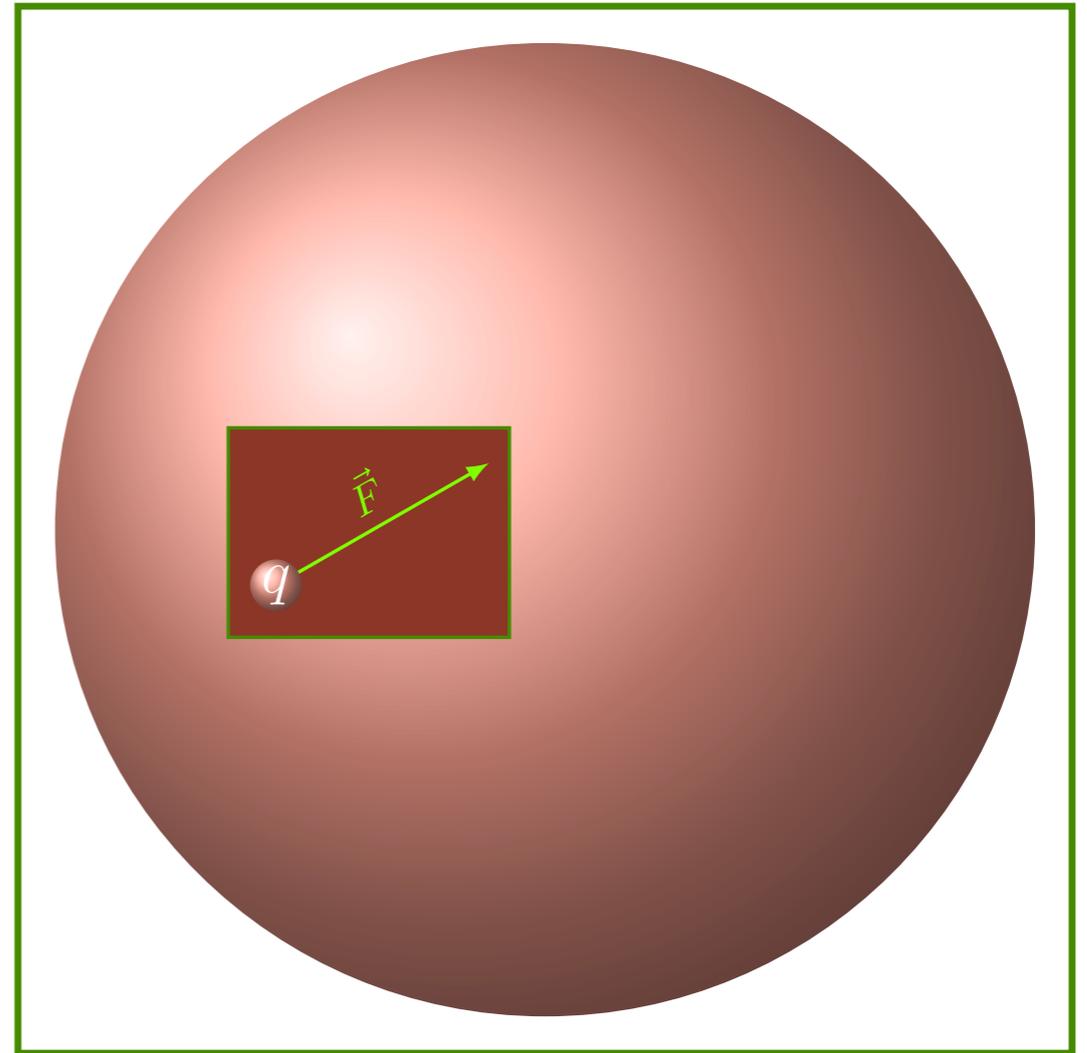
# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} - \frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial B^2}{\partial t} - \frac{\epsilon_0}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t}$$

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{1}{\mu_0} \int_{\mathcal{A}} \vec{E} \times \vec{B} \cdot \hat{n} \, da - \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2 \right) d\tau$$

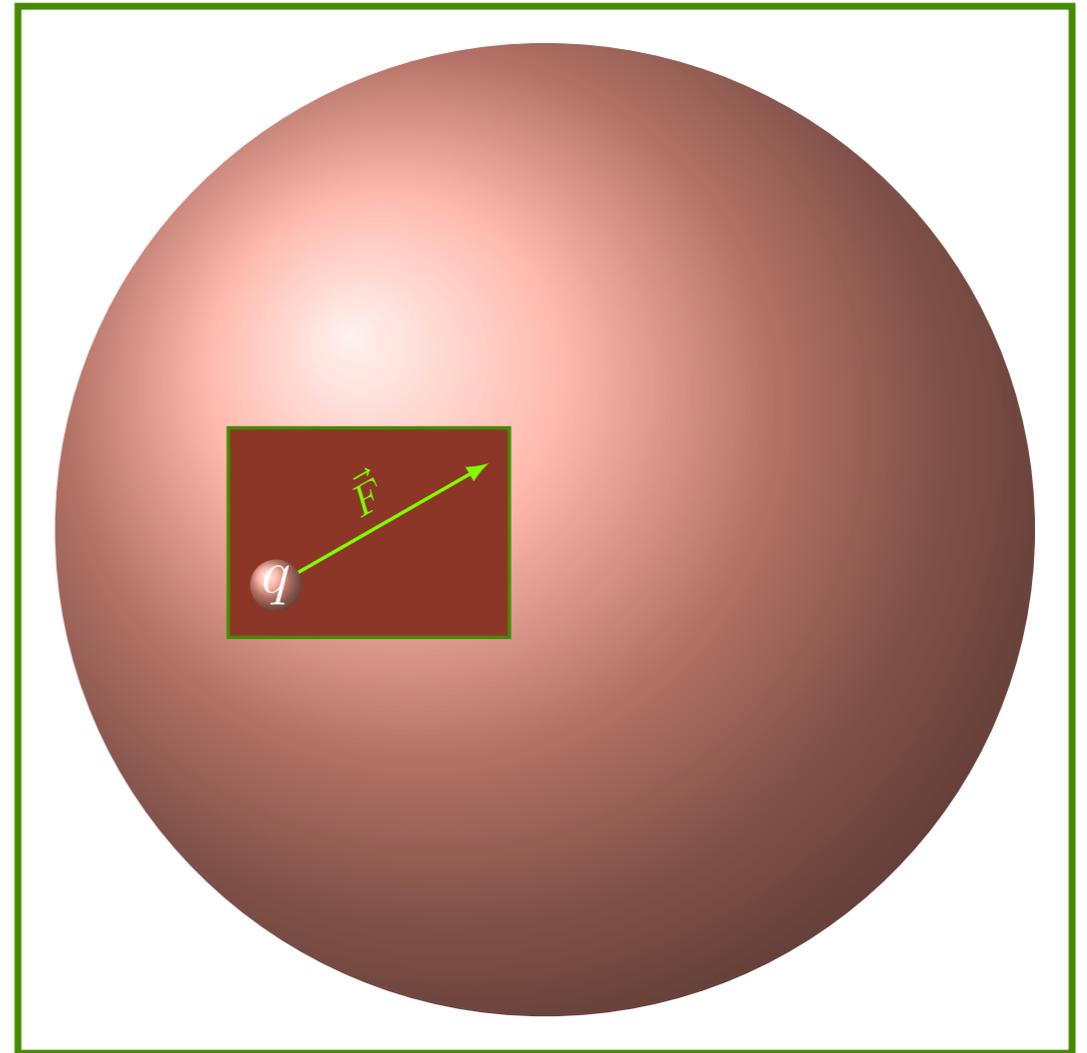


# Leis de conservação

## 2. Energia

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{J} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{B} - \frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial B^2}{\partial t} - \frac{\epsilon_0}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t}$$



$$\frac{dW}{dt} = -\frac{1}{\mu_0} \int_{\mathcal{A}} \vec{E} \times \vec{B} \cdot \hat{n} \, da - \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2 \right) d\tau$$