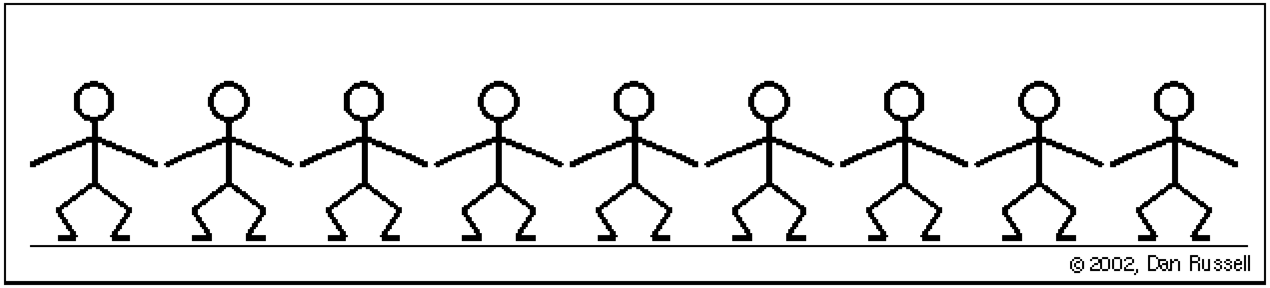
Ondas Mecânicas

Ondas

As perturbações num sistema em equilíbrio que provocam um movimento oscilatório podem propagar-se no espaço à sua volta sendo percebidas noutros pontos do espaço

movimentos ondulatórios → ondas progressivas



Tipos de ondas

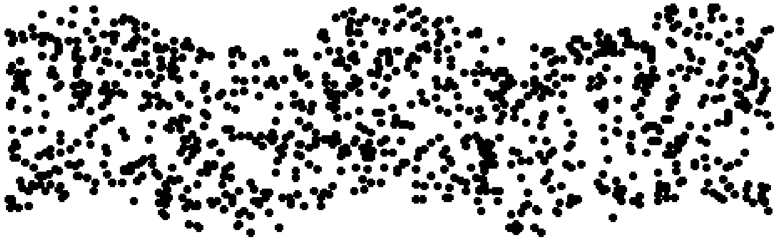
- Ondas Mecânicas – precisam de um meio físico para se propagarem e obedecem às Leis de Newton (ondas sonoras, da água, sísmicas)

- Ondas Electromagnéticas – não precisam de meio físico para se propagarem viajando no vácuo todas à mesma velocidade $c \approx 3 \times 10^8$ ms^{-1} (radiação electromagnética, eg luz)

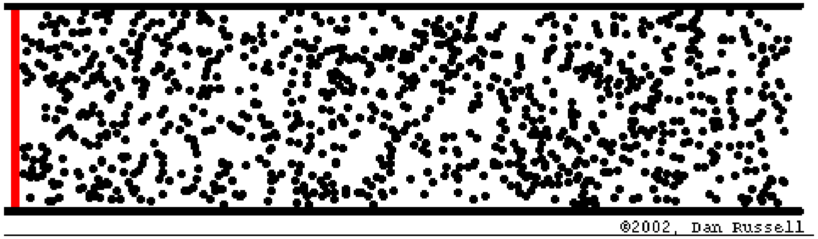
- Ondas de Matéria – ondas associadas a partículas fundamentais, como os electrões e protões

Tipos de propagação de ondas

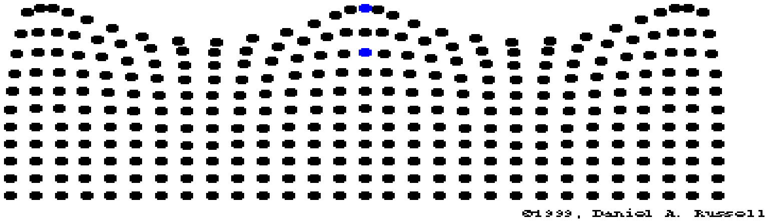
- Onda Transversal



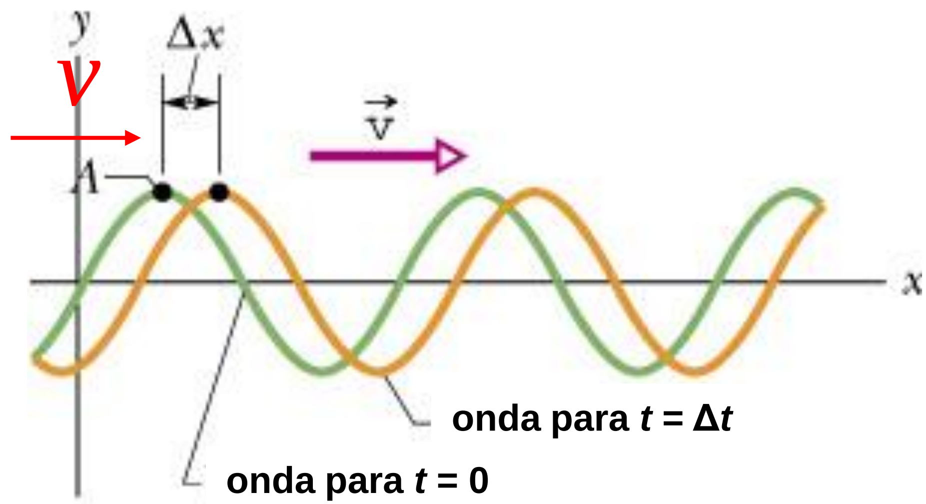
- Onda Longitudinal



- Ondas Mistas



Descrição do movimento ondulatório



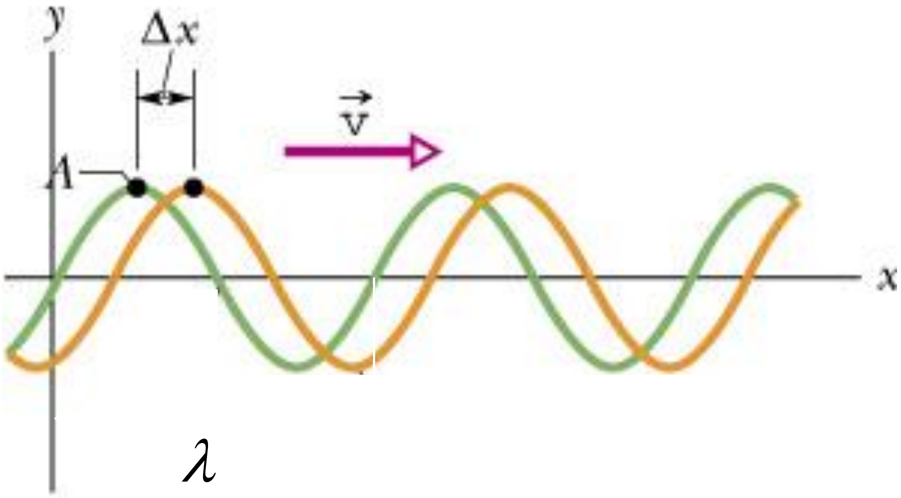
$$y = f(x) \qquad\qquad x' = x - vt$$

$$y = f(x') = f(x - vt)$$ função de onda

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\boxed{y(x,t) = y_m \sin k(x - vt)}$$

Descrição do movimento ondulatório



$$v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f=\frac{\omega}{k}$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}$$ número de onda

$$\boxed{y(x,t)=y_m \sin k(x-vt)}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi v}{\lambda}=kv$$

$$\boxed{y(x,t)=y_m \sin(kx-\omega t)}$$

Descrição do movimento ondulatório

- Velocidade de propagação

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

  - Para uma corda

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

μ – densidade linear da corda

  - Para o som

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

γ – constante dependente do tipo de gás (diatom. – 1.4)

M – massa molar do gás (M(ar) = 29×10^{-3} kg/mol)

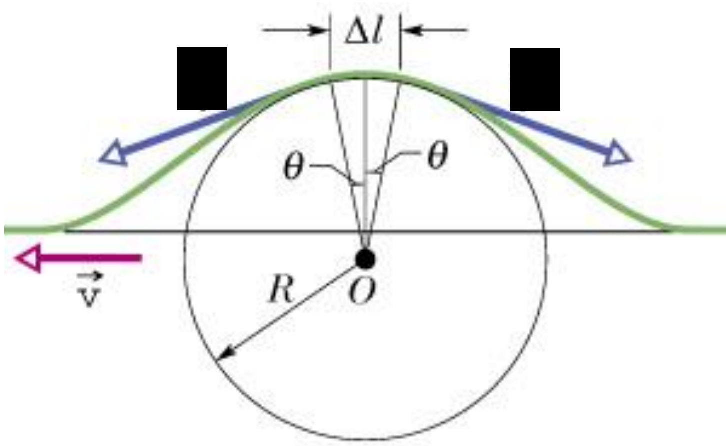
Descrição do movimento ondulatório

- Velocidade de propagação
  - Para uma corda

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

μ – densidade linear da corda

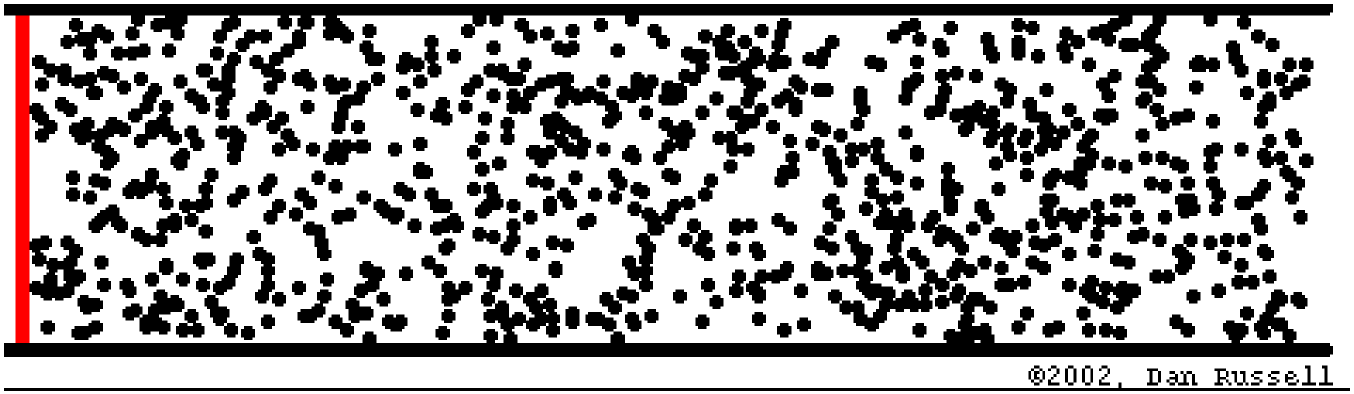
$$F = 2(F_T \sin\theta) \approx F_T(2\theta) = F_T\frac{\Delta l}{R}$$



$$\Delta m = \mu\Delta l \qquad a = \frac{v^2}{R}$$

$$F_T\frac{\Delta l}{R} = (\mu\Delta l)\frac{v^2}{R}$$

O que se propaga?



- Estado de movimento

No movimento ondulatório propaga-se ou transmite-se energia e momento

Energia de uma onda

- A energia cinética de cada elemento $dE_C = \frac{1}{2} dm.v^2$

$$v = \frac{\partial y}{dt} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t) \qquad dm = \mu dx$$

$$dE_C = \frac{1}{2}\mu dx(-\omega y_m \cos(kx-\omega t))^2 \Leftrightarrow \frac{dE_C}{dt} = \frac{1}{2}\mu \frac{dx}{dt}\omega^2 y_m^2 \cos^2(kx-\omega t)$$

$$\left(\frac{dE_C}{dt}\right)_{médio} = \frac{1}{2}\mu v_{onda}\omega^2 y_m^2 \left[\cos^2(kx-\omega t)\right]_{médio} \Leftrightarrow \left(\frac{dE_C}{dt}\right)_{médio} = \frac{1}{4}\mu v_{onda}\omega^2 y_m^2$$

$$\text{como} \left(\frac{dE_P}{dt}\right)_{médio} = \left(\frac{dE_C}{dt}\right)_{médio}$$

$$\boxed{P_{médio} = \frac{1}{2}\mu v_{onda}\omega^2 y_m^2}$$

Sobreposição de ondas

- Para duas ondas com a mesma amplitude e a mesma frequência angular

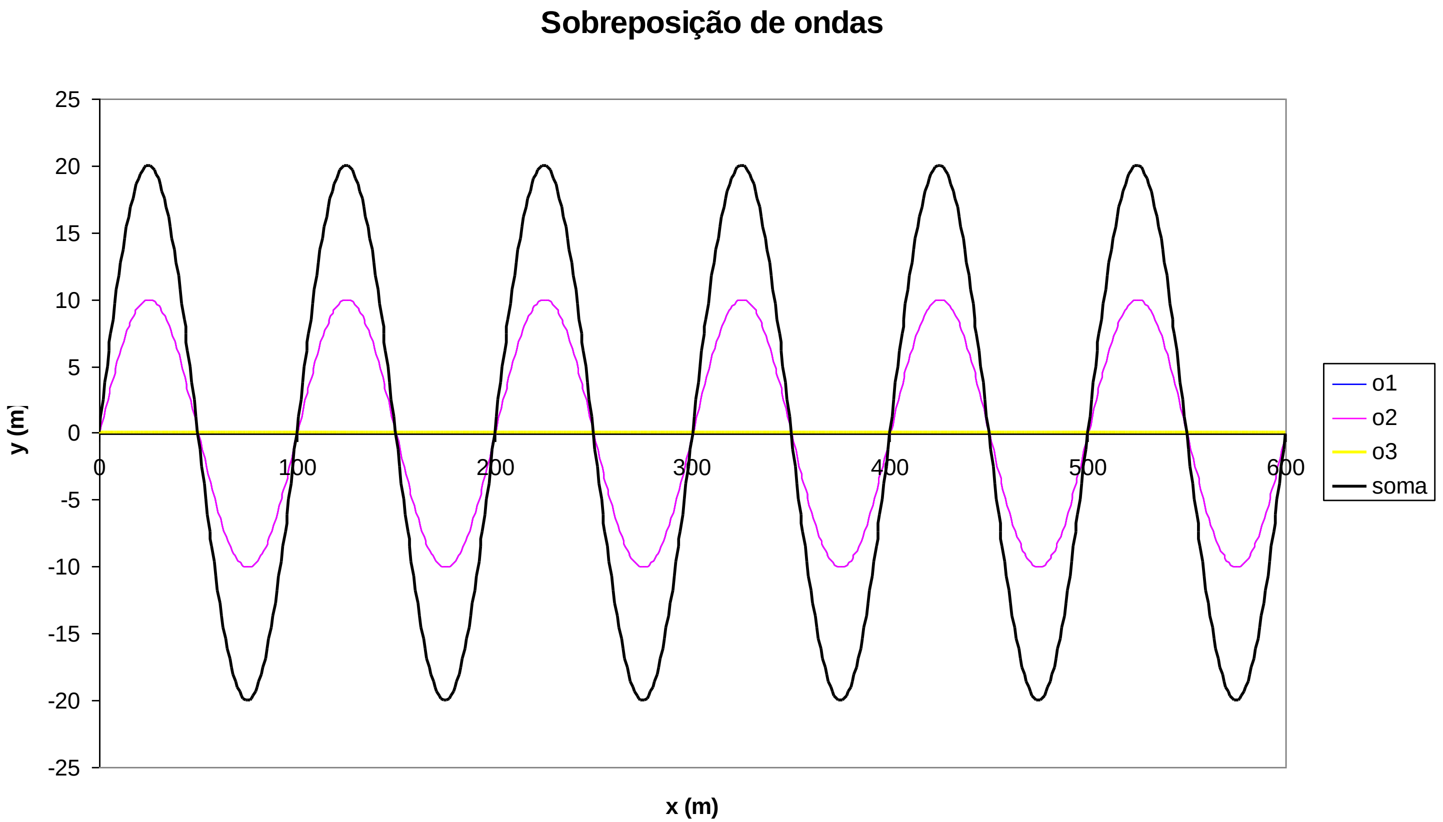
$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t) \qquad y_2(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$$

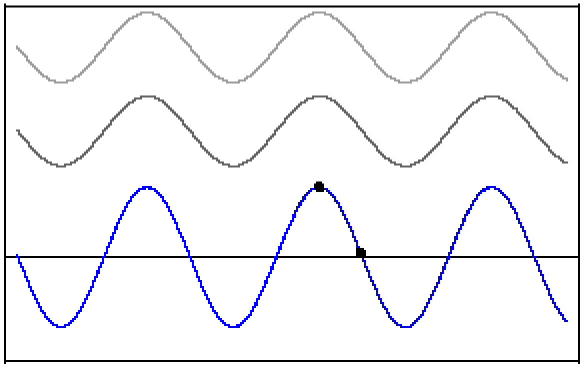
$$\boxed{y'(x,t) = \underbrace{\left[2y_m \cos\frac{1}{2}\phi\right]}_{\text{amplitude}} \underbrace{\sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi\right)}_{\text{termo oscilante}}}$$

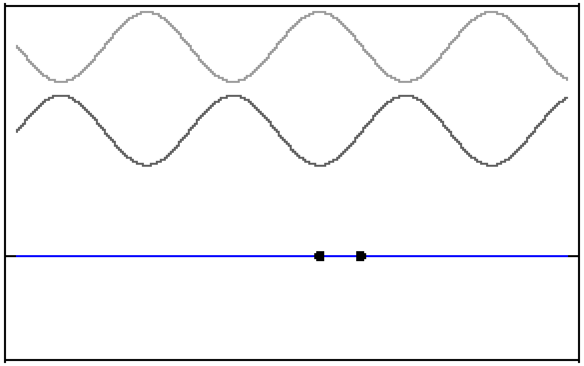
Sobreposição de ondas

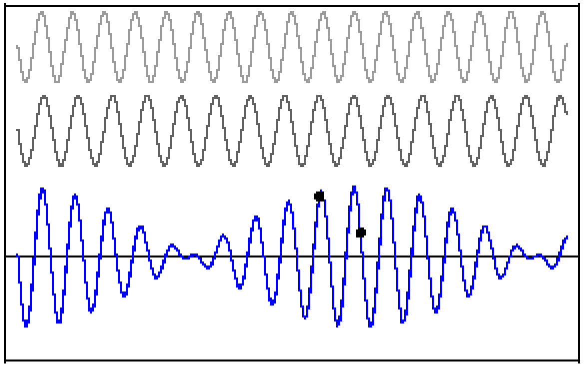
A sobreposição de ondas resulta numa onda que corresponde à soma algébrica das ondas sobrepostas



A sobreposição de ondas não afecta de nenhum modo a progressão de cada uma







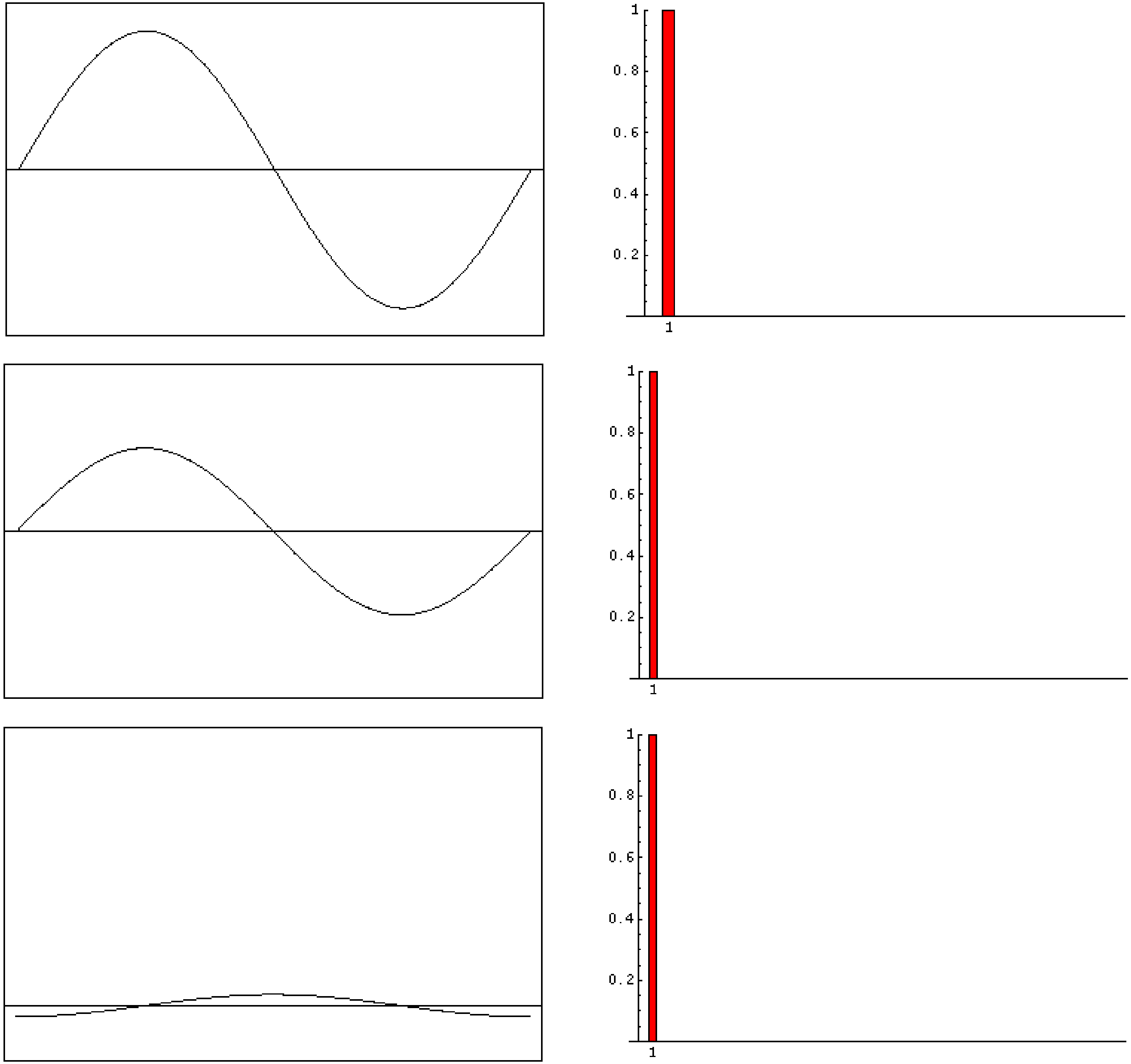
Análise de movimentos periódicos

- Análise de Fourier

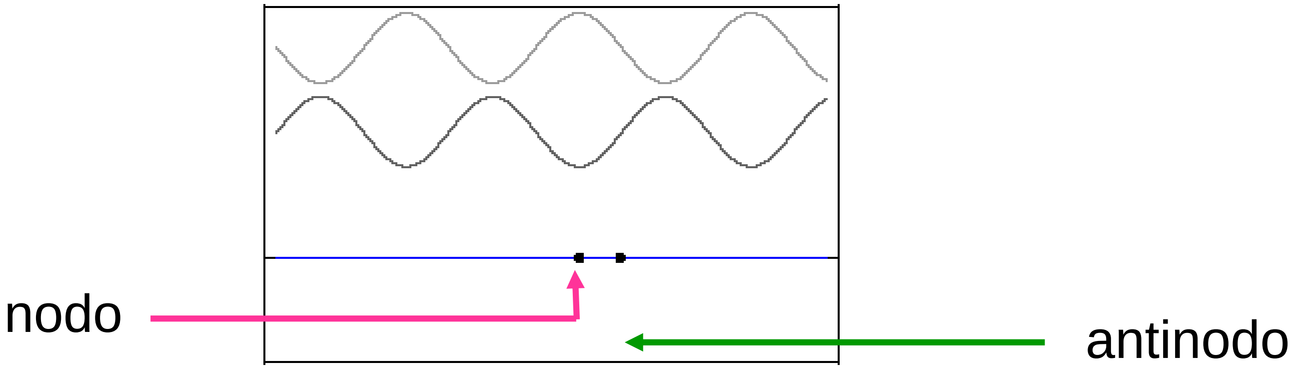
Teorema de Fourier – uma função periódica *f(t)* de período *T=2π/ω* pode ser expressa como uma sobreposição de termos harmónicos simples

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \ldots + a_n \cos n\omega t + \ldots$$
$$+ b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + \ldots + b_n \sin n\omega t + \ldots$$

Qualquer movimento periódico pode ser considerado como a sobreposição de movimentos harmónicos simples

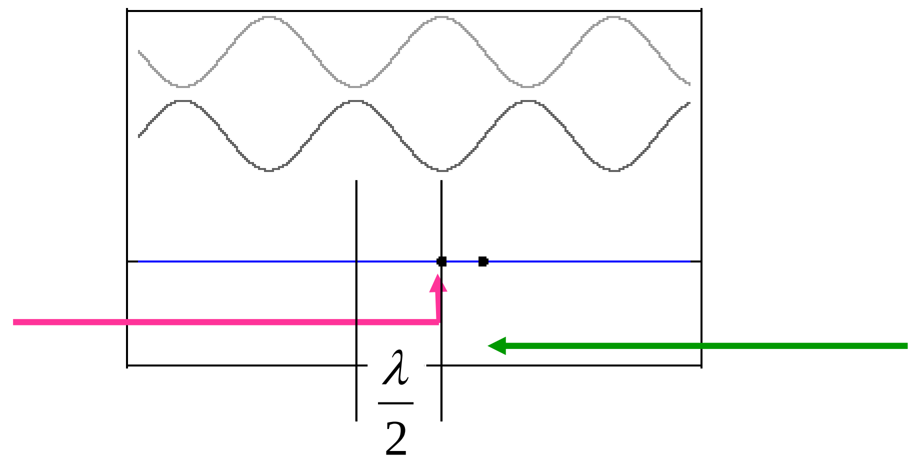

1
0.8
0.6
0.4
0.2
1
1
0.8
0.6
0.4
0.2
1
1
0.8
0.6
0.4
0.2
1

Ondas Estacionárias



Se duas ondas com a mesma amplitude e comprimento de onda, se deslocarem em sentidos opostos ao longo da mesma direcção, a sua interferência produzirá um onda estacionária

Ondas Estacionárias

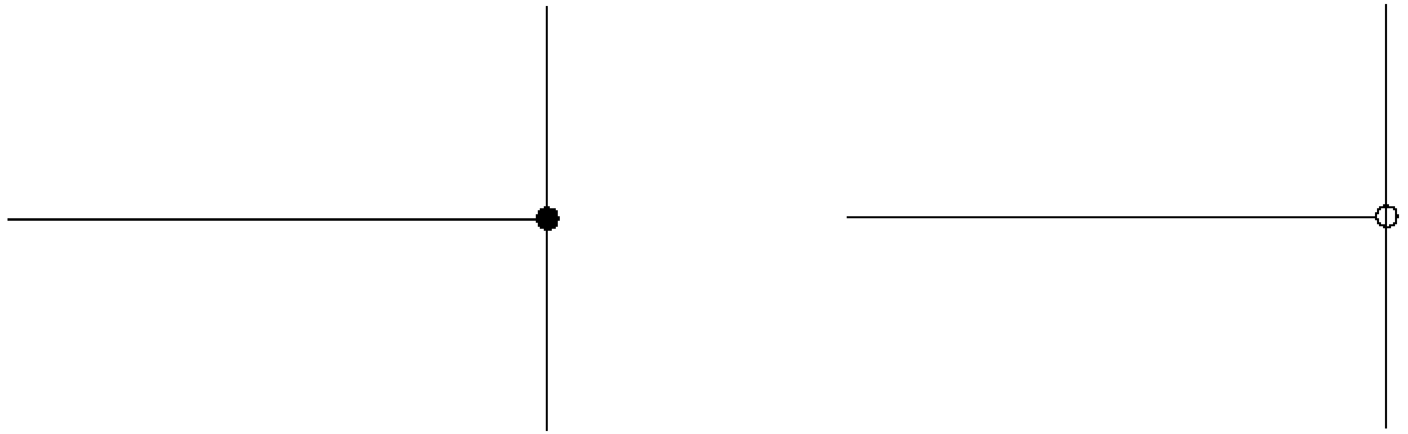


$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t) \qquad y_2(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t)$$

$$\boxed{y'(x,t) = \underbrace{\left[2y_m \sin kx\right]}_{\text{amplitude na posição x}} \underbrace{\cos \omega t}_{\text{termo oscilante}}}$$

Ondas Estacionárias

- Reflecção de uma onda numa corda nas suas fronteiras



Ondas Estacionárias

- Numa corda presa por ambas as extremidades para certas frequências (de ressonância) formam-se ondas estacionárias. A cada uma corresponde um modo de vibração com os nodos situados nas extremidades.

  – Modo fundamental ou primeiro harmónico

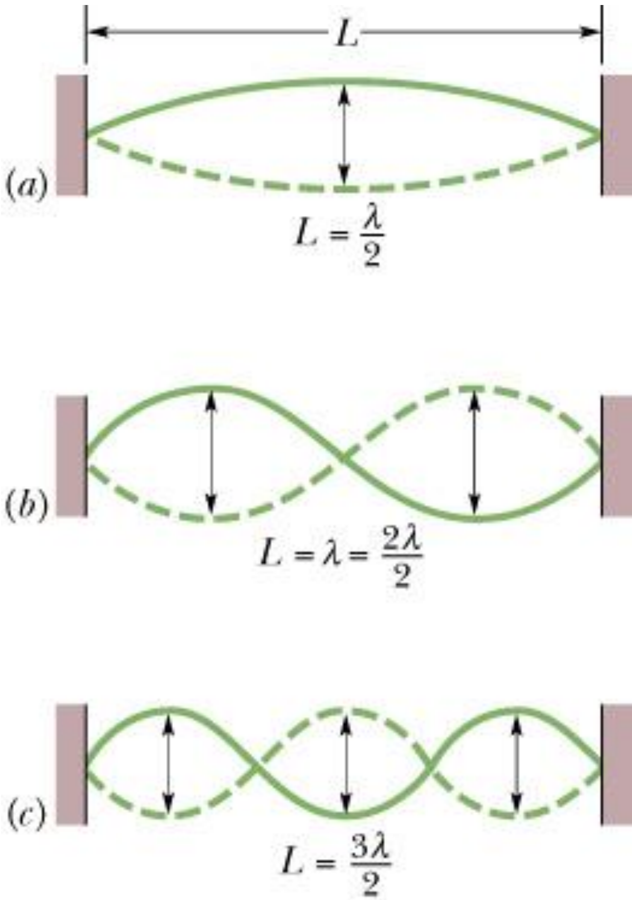
$$n = 1 \rightarrow \lambda_1 = \frac{2L}{1} \rightarrow f_1 = 1\frac{v}{2L}$$

  – Segundo harmónico

$$n = 2 \rightarrow \lambda_2 = \frac{2L}{2} \rightarrow f_2 = 2\frac{v}{2L}$$

  – Terceiro harmónico

$$n = 3 \rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3} \rightarrow f_3 = 3\frac{v}{2L}$$



Ondas Estacionárias

- Numa corda presa por ambas as extremidades para certas frequências (de ressonância) formam-se ondas estacionárias. A cada uma corresponde um modo de vibração com os nodos situados nas extremidades.

  – Genericamente um harmónico de ordem ***n*** ocorre para:

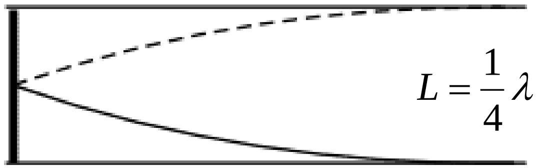
$$\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad\qquad f_n = n\frac{v}{2L} = nf_1}$$

com n = 1, 2, 3, …

Ondas Estacionárias

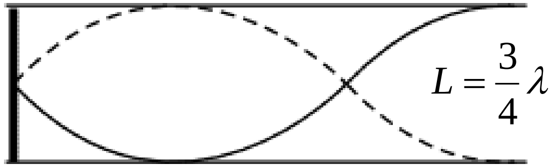
- Numa corda presa por uma das extremidades também se formam ondas estacionárias para certas frequências. A cada uma corresponde um modo de vibração com os nodos situados na extremidade presa e o antinodo na extremidade livre.
  - Modo fundamental ou primeiro harmónico

$$n=1 \rightarrow \lambda_1 = \frac{4L}{1} \rightarrow f_1 = 1\frac{v}{4L}$$



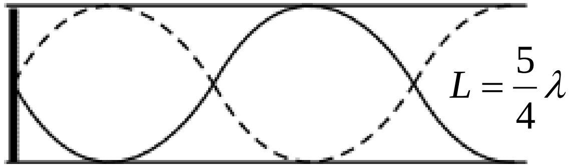
  - Terceiro harmónico

$$n=3 \rightarrow \lambda_3 = \frac{4L}{3} \rightarrow f_3 = 3\frac{v}{4L}$$



  - Quinto harmónico

$$n=5 \rightarrow \lambda_5 = \frac{4L}{5} \rightarrow f_5 = 5\frac{v}{4L}$$



Ondas Estacionárias

- Numa corda presa por uma das extremidades também se formam ondas estacionárias para certas frequências. A cada uma corresponde um modo de vibração com os nodos situados na extremidade presa e o antinodo na extremidade livre.

  – Genericamente um harmónico de ordem ***n*** ocorre para:

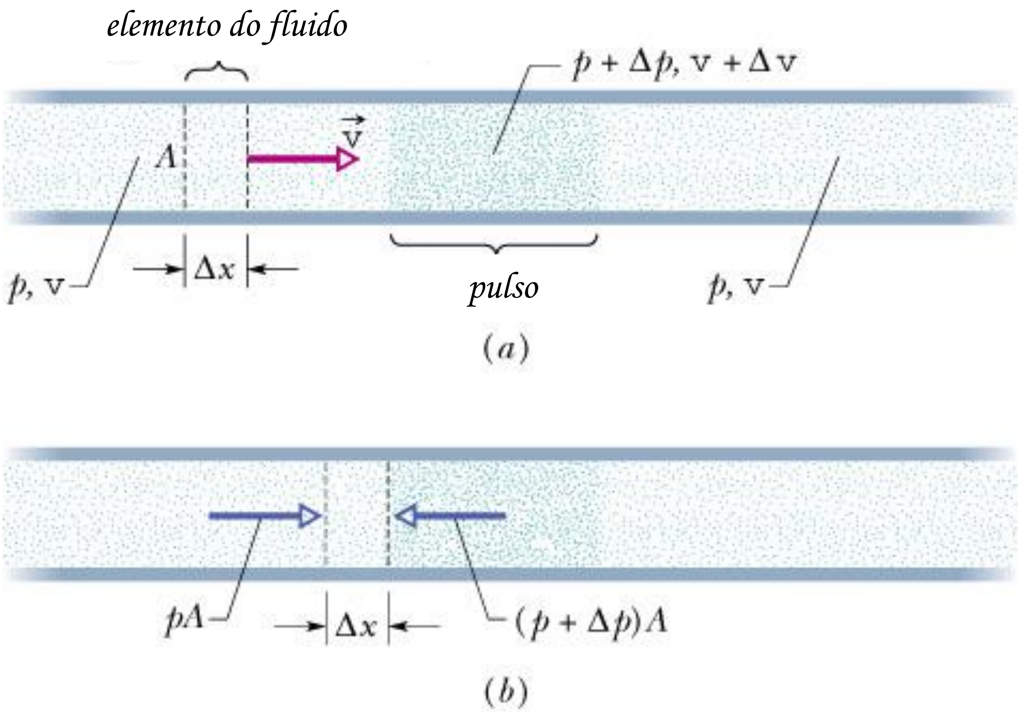
$$\boxed{\lambda_n = \frac{4L}{n} \qquad f_n = n\frac{v}{4L} = nf_1}$$

com n = 1, 3, 5, …

Descrição do movimento ondulatório

- Velocidade de propagação
  - Para o som

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$



$$F = ma = pA - (p + \Delta p)A = -\Delta pA$$

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho A \Delta x \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta x = v\Delta t$$

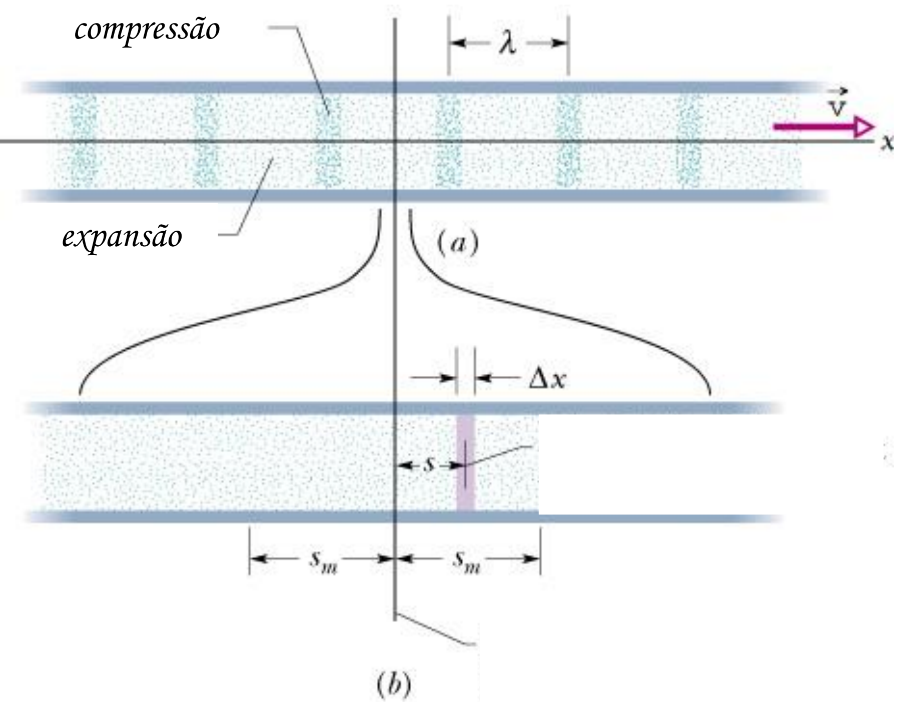
$$(\rho A v \Delta t)\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\Delta pA \Leftrightarrow \rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v / v}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{A\Delta v \Delta t}{A v \Delta t} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} = B$$

Ondas Sonoras

- Equação do movimento ondulatório das ondas sonoras



$$\boxed{s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)}$$

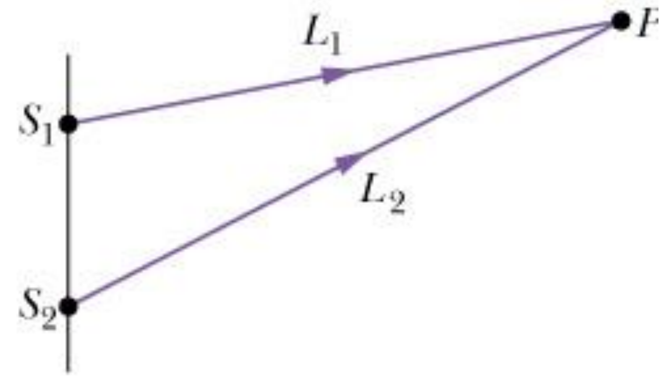
$$\boxed{\Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)}$$

$$\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m$$

Ondas Sonoras

- Interferência

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{|L_2 - L_1|}{\lambda} \quad \Rightarrow \phi = 2\pi \frac{\Delta L}{\lambda}$$



  - <u>Construtiva</u>

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = 0, 1, 2, \ldots$$

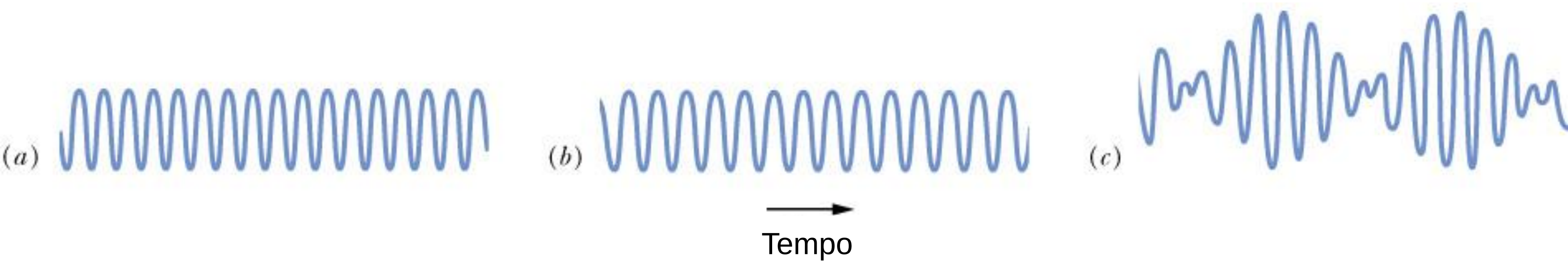
  - <u>Destrutiva</u>

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = 0.5, 1.5, 2.5, \ldots$$

Ondas Sonoras

- Interferência
  - Batimentos

$$s_1(t) = s_m \cos \omega_1 t \qquad s_2(t) = s_m \cos \omega_2 t$$



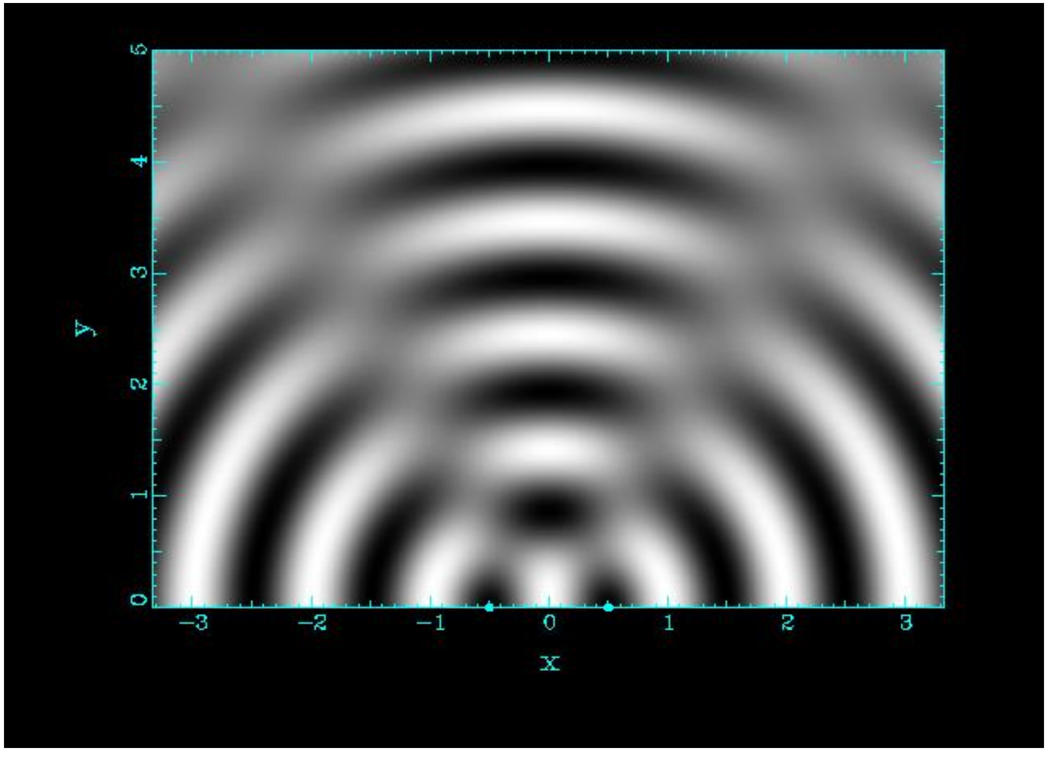
$$s(t) = \left[2 s_m \cos \omega' t\right] \cos \omega t$$

$$f_{bat} = f_1 - f_2$$

$$\omega' = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \qquad \omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$$

Fontes coerentes

- Duas fontes de ondas dizem-se coerentes se a diferença de fase entre as duas se mantém constante



- Caso contrário designam-se por incorentes

Ondas Sonoras

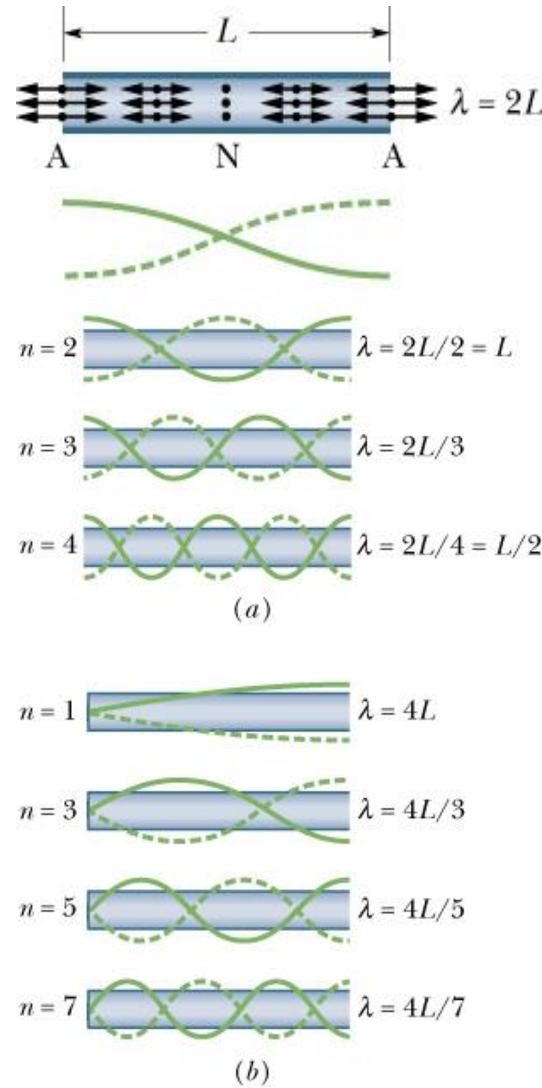
- Ondas sonoras estacionárias (ressonância)

  - Tubo aberto dos dois lados

$$f_n = n\frac{v}{2L} = nf_1$$ com n = 1, 2, 3, …

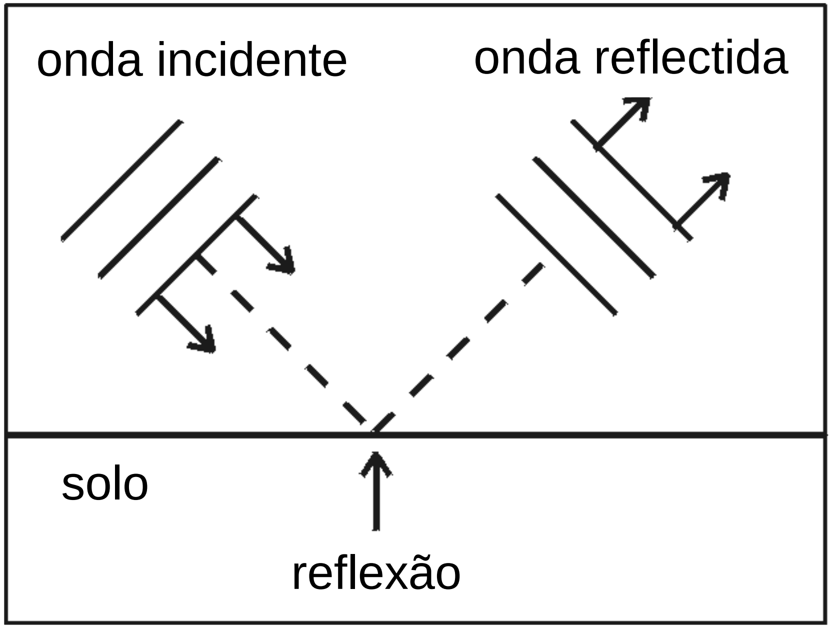
  - Tubo aberto num dos lados

$$f_n = n\frac{v}{4L} = nf_1$$ com n = 1, 3, 5, …

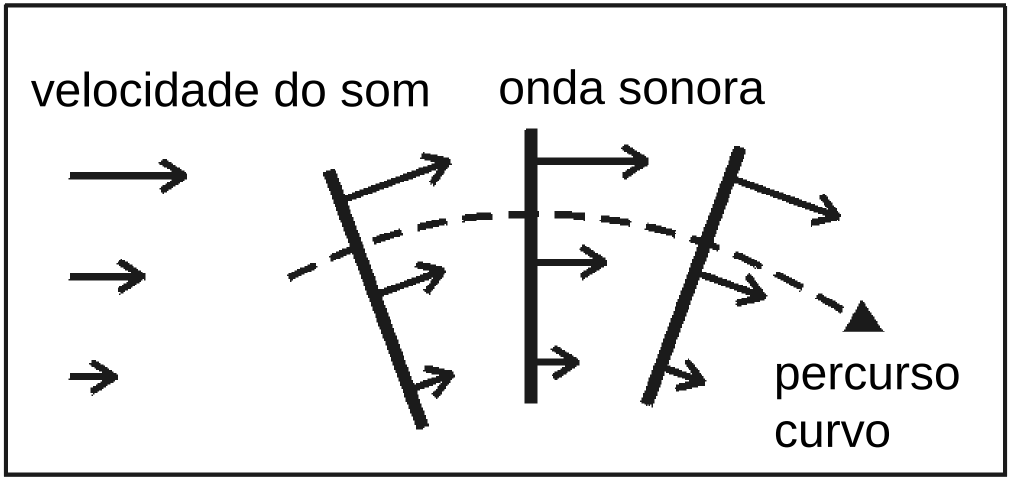


Ondas Sonoras

- Reflexão

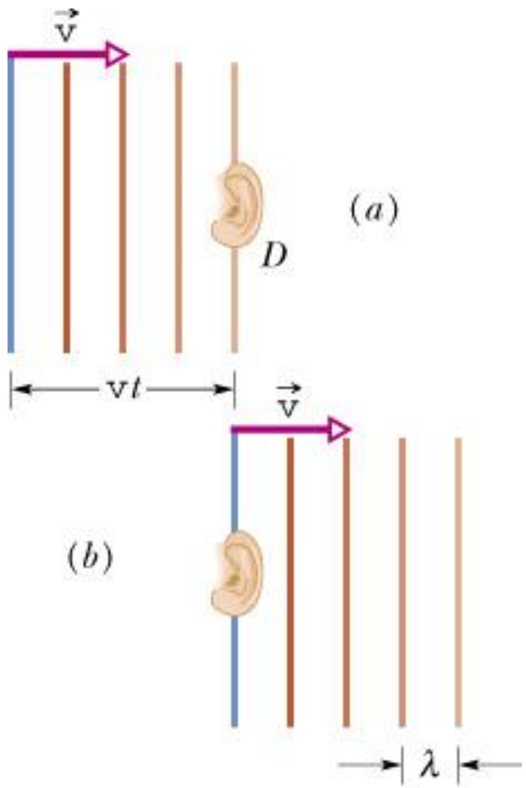


- Refracção



Ondas Sonoras

- Efeito Doppler
  - Imóveis



Num intervalo Δt

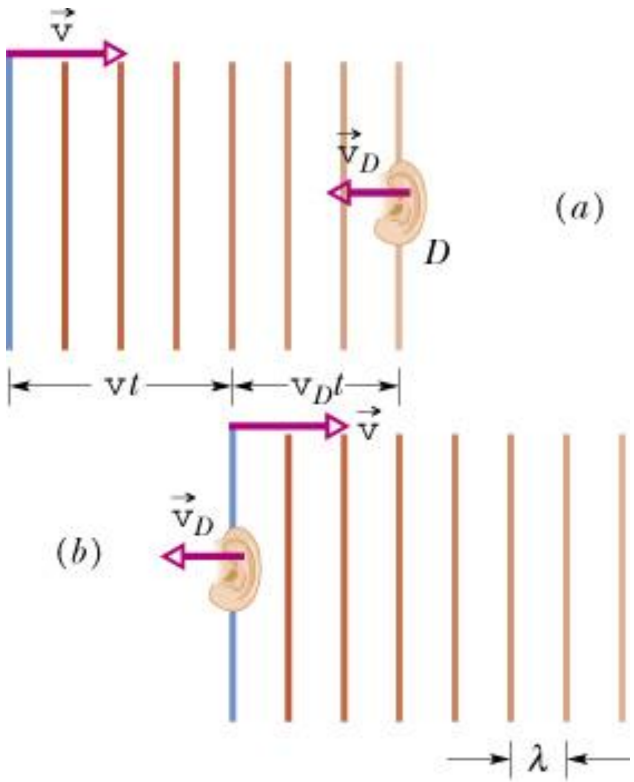
$$n' = \frac{v\Delta t}{\lambda}$$

$$\Rightarrow f' = \frac{v\Delta t/\lambda}{\Delta t} = \frac{v}{\lambda} = f$$

<u>Não há efeito Doppler</u>

Ondas Sonoras

- Efeito Doppler
  - Detector em movimento



Num intervalo Δt

$$n' = \frac{(v + v_D)\Delta t}{\lambda}$$

$$\Rightarrow f' = \frac{(v + v_D)\Delta t / \lambda}{\Delta t} = \frac{v + v_D}{\lambda}$$

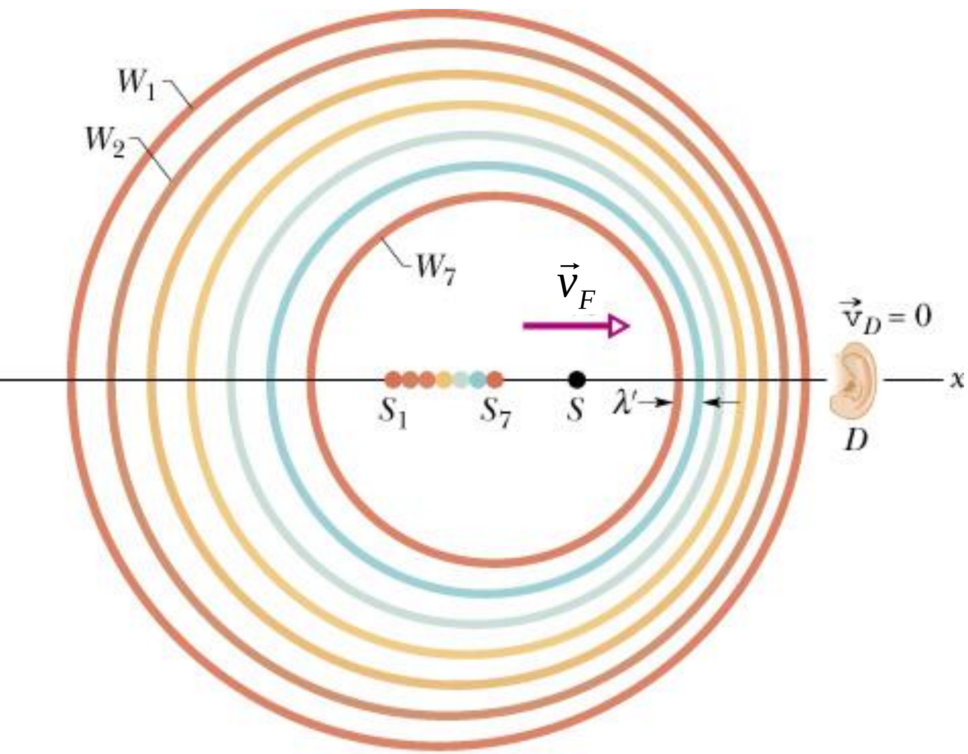
$$f' = f\,\frac{(v + v_D)}{v}$$

<u>Temos efeito Doppler</u>

Ondas Sonoras

- Efeito Doppler
  - Fonte em movimento

Num intervalo de tempo *T*



$$\lambda' = vT - v_F T$$

$$\Rightarrow f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{vT - v_F T}$$

$$f' = f\,\frac{v}{v - v_F}$$

<u>Temos efeito Doppler</u>

Ondas Sonoras

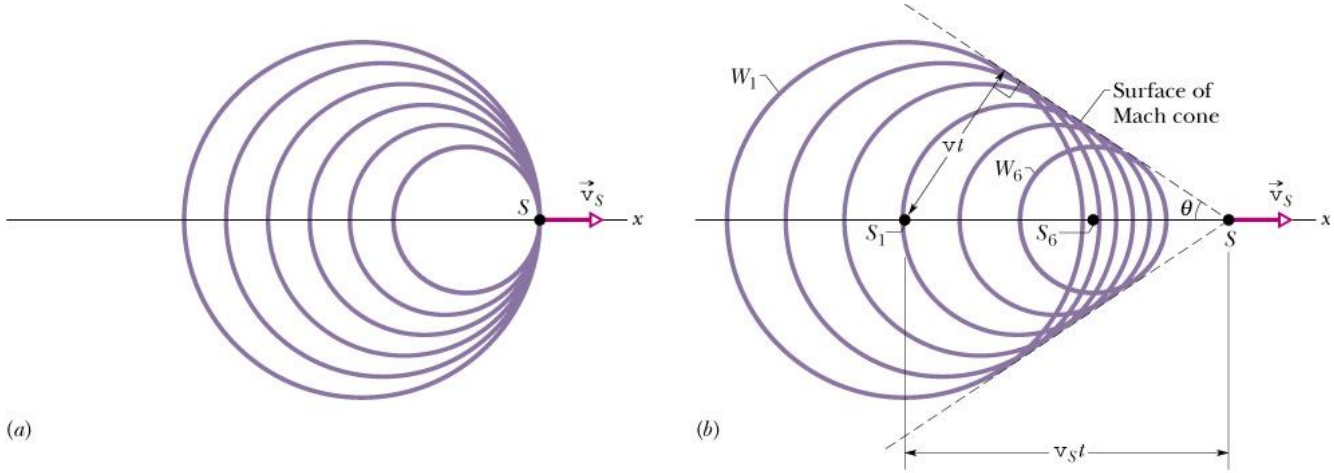
- Efeito Doppler

$$\boxed{f' = f\,\frac{v \pm v_D}{v \pm v_F}}$$

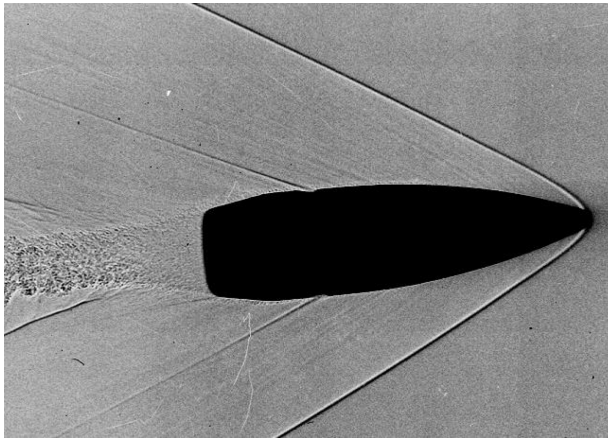
Regra: quando o movimento do detector e da fonte são de aproximação o sinal nas suas velocidades deve resultar num aumento da frequência. Caso se afastem, o sinal das suas velocidades deverá dar uma diminuição da frequência

Ondas Sonoras

- Ondas de choque



$$\sin\theta = \frac{vt}{v_s t} = \frac{v}{v_s}$$



Ondas Sonoras

- Intensidade e nível sonoro

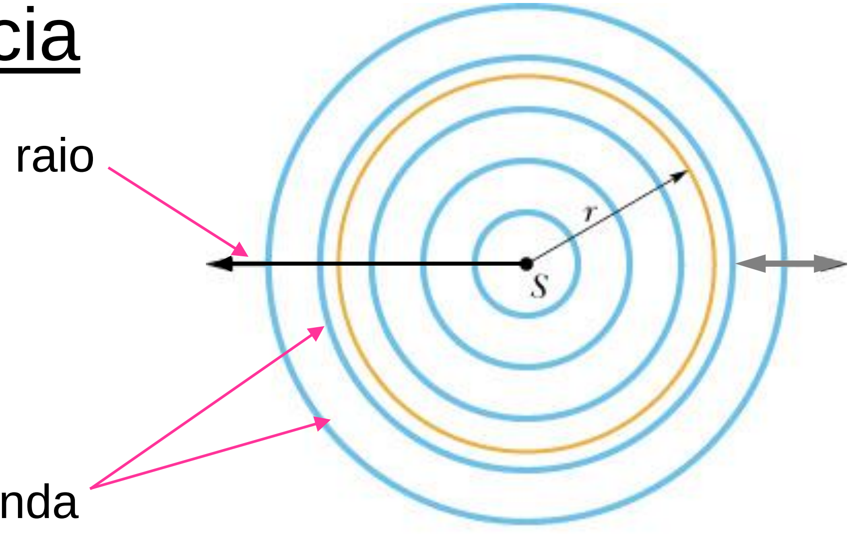
$$P_{médio} = \frac{1}{2}\mu v_{onda}\omega^2 y_m^2$$

– Intensidade

$$I = \frac{P}{A} \quad \Rightarrow I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2$$

– Variação com a distância

$$I = \frac{P_F}{4\pi r^2}$$



Ondas Sonoras

- Intensidade e nível sonoro
  - A escala de Decibéis

$$\beta = (10dB)\log\frac{I}{I_0}$$

Ondas Sonoras

Fonte	**I/Io**	**dB**	**Descrição**
Respiração normal	10^0	0	Limite de audição
Biblioteca	10^3	30	Muito silencioso
Conversação normal	10^5	50	Calmo
Camião pesado	10^9	90	Exposição prolongada provoca danos no ouvido
Concerto rock (a 2 m)	10^{12}	120	Limite de dor
Jacto na descolagem	10^{15}	150	
Motor de foguetão	10^{18}	180	

Exercício resolvido

Uma onda que se desloca ao longo de uma corda é descrita pela equação:

$$y(x,t) = 0.00327 \sin\left(72.1x - 7.1t\right)$$

em que todos os valores se encontram em unidades SI.

1. Qual é a amplitude, comprimento de onda, o período e velocidade de propagação desta onda?

2. Qual será a força de tensão aplicada na corda se esta tiver uma massa de 0.500 kg e um comprimento de 0.5 m?

3. Determine a frequência do terceiro harmónico desta onda considerando que ambas as extremidades estão fixas.

4. Se a deslocação do ar (ρ= 1.21 kg/m^3) provocada pela corda fosse igual à amplitude da oscilação da corda na ressonância, qual seria a amplitude da variação da pressão da onda sonora produzida? (v_s= 340 ms^{-1})

Uma onda que se desloca ao longo de uma corda é descrita pela equação:

$$y(x,t) = 0.00327\sin(72.1x - 7.1t)$$

em que todos os valores se encontram em unidades SI.

1. Qual é a amplitude, comprimento de onda, o período e velocidade de propagação desta onda?

$$y(x,t) = y_{máx}\sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$\sin(72.1x - 7.1t) = 1 \Rightarrow y(x,t) = y_{máx} = 0.00327\ \mathrm{m}$$

$$k = 72.1 \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 0.0871\ \mathrm{m}$$

$$\omega = 7.1 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.885\ \mathrm{s}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = 0.0985\ \mathrm{ms}^{-1}$$

Uma onda que se desloca ao longo de uma corda é descrita pela equação:

$$y(x,t) = 0.00327\sin(72.1x - 7.1t)$$

em que todos os valores se encontram em unidades SI.

2. Qual será a força de tensão aplicada na corda se esta tiver uma massa de 0.500 kg e um comprimento de 0.5 m?

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow F_T = \mu v^2 = \frac{m}{L} v^2$$

$$v = 0.0985\ \mathrm{ms}^{-1}$$

$$F_T = \frac{0.500}{0.5} 0.0985^2 = 0.0097\ \mathrm{N}$$

Uma onda que se desloca ao longo de uma corda é descrita pela equação:

$$y(x,t) = 0.00327 \sin(72.1x - 7.1t)$$

em que todos os valores se encontram em unidades SI.

3. Determine a frequência do terceiro harmónico desta onda considerando que ambas as extremidades estão fixas.

$$n = 3 \rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3} \rightarrow f_3 = 3\frac{v}{2L}$$

$$f_3 = 3 \times \frac{0.0985}{2 \times 0.5} = 0.296 \text{ Hz}$$

Uma onda que se desloca ao longo de uma corda é descrita pela equação:

$$y(x,t) = 0.00327 \sin(72.1x - 7.1t)$$

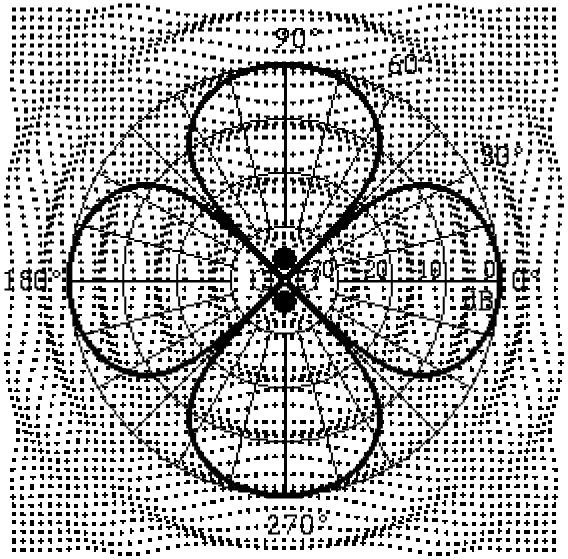
em que todos os valores se encontram em unidades SI.

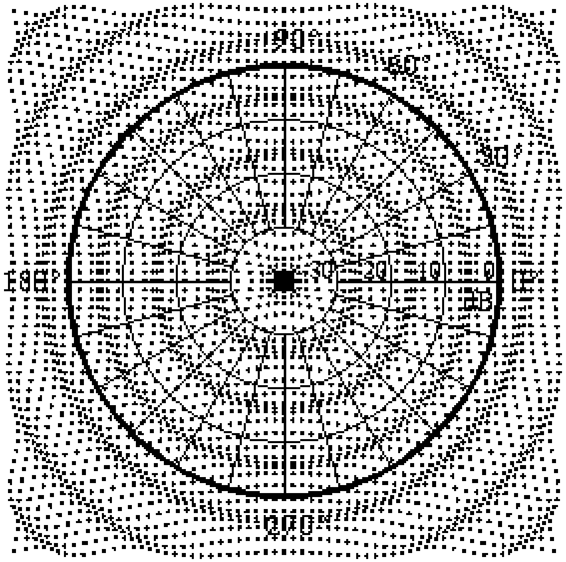
4. Se a deslocação do ar (ρ= 1.21 kg/m^3) provocada pela corda fosse igual à amplitude da oscilação da corda na ressonância, qual seria a amplitude da variação da pressão da onda sonora produzida? (v_s= 340 ms^{-1})

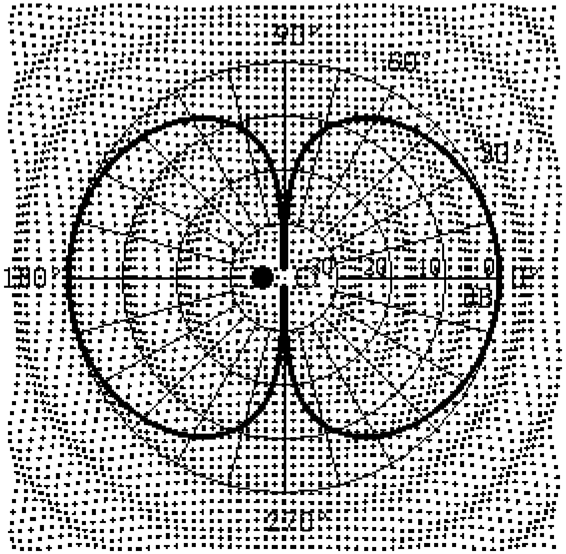
$$\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m$$

$$\Delta p_m = (340 \times 1.21 \times 2 \times \pi \times 0.3) \times 0.00327 \times 2 = 5.6\ \mathrm{Pa}$$

FIM


90°
60°
30°
180°
0°
30
20
10
0
dB
270°


90°
60°
30°
180°
30
20
10
0
dB
270°


90°
60°
30°
180°
30
20
10
0
dB
270°