Universidade de São Paulo - USP

Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos - FZEA

ZEB0562 Cálculo Numérico

Exercícios de fixação - tópico 09: *Problemas de valor inicial (PVI) - EDO de ordem 2*

Resolva os problemas de valor inicial a seguir aplicando o(s) método(s) numérico(s) sugerido(s) no enunciado. Compare os resultados numéricos com a solução exata nos pontos correspondentes.

1. Considere o problema de valor inicial regido por $y'' = -10x^3y\cdot(2y + xy')$, sujeito às condições iniciais $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. No intervalo $0 \le x \le 1$, aplique o método de Euler com $\Delta x = 0.1$ e o método de Runge-Kutta-Nyström com $\Delta x = 0.2$.

2. Considere o problema de valor inicial regido por $y'' = 2\cos(2x) - y'\cdot\tan(x) - y\cdot[\sec(x)]^2$, sujeito às condições iniciais $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. No intervalo $0 \le x \le 1$, aplique o método de Euler com $\Delta x = 0.1$ e o método de Runge-Kutta-Nyström com $\Delta x = 0.2$.

3. Considere o problema de valor inicial regido por $y'' = y + xy'$, sujeito às condições iniciais $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. No intervalo $0 \le x \le 1$, aplique o método de Euler com $\Delta x = 0.1$ e o método de Runge-Kutta-Nyström com $\Delta x = 0.2$.

4. Considere o problema de valor inicial regido por $y'' = y'(1 + x^{-1}) - yx^{-2}$ sujeito às condições iniciais(*) $y(1) = e$, $y'(1) = 2e$. No intervalo $1 \le x \le 2$, aplique o método de Euler com $\Delta x = 0.1$ e o método de Runge-Kutta-Nyström com $\Delta x = 0.2$.

   (*) Por que não é possível impor condições iniciais do tipo $y(0) = y_0$ e $y'(0) = y'_0$?

5. Considere o problema de valor inicial regido por $y'' = xy' - 4y$ sujeito às condições $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$. No intervalo $0 \le x \le 1$, aplique o método de Euler com $\Delta x = 0.1$ e o método de Runge-Kutta-Nyström com $\Delta x = 0.2$.

Respostas de exercícios selecionados

1. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica): $y(x) = 1/(x^5 + 1)$
2. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica): $y(x) = \cos(x)\cdot[3 - 2\cos(x)]$
3. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica): $y(x) = \exp(0.5x^2)$
4. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica): $y(x) = x\cdot\exp(x)$
5. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica): $y(x) = x^4 - 6x^2 + 3$