

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – PIRASSUNUNGA**

**ZEB0562**  
**CÁLCULO NUMÉRICO**



**PROF. DR. JOSÉ A. RABI**  
**DEPTO. ENGENHARIA DE BIOSISTEMAS**

# PVI – EDO ORDEM 2: MÉT. RUNGE-KUTTA-NYSTRÖM



- SOLUÇÃO NUMÉRICA DE PVI-EDO ORDEM 2
- MÉTODO DE RUNGE-KUTTA-NYSTRÖM
- IMPLEMENTAÇÃO VIA PLANILHAS MS EXCEL

# PVI regido por EDO de 2ª ordem

- Método de Runge-Kutta-Nyström

- Implementação → valores auxiliares:  $k_1, k_2, k_3, k_4, K, L$

$$k_1 = \frac{1}{2} \Delta x f(x_i, y_i, y'_i)$$

$$k_2 = \frac{1}{2} \Delta x f(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + K, y'_i + k_1) \quad , \quad K = \frac{1}{2} \Delta x (y'_i + \frac{1}{2} k_1)$$

$$k_3 = \frac{1}{2} \Delta x f(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + K, y'_i + k_2)$$

$$k_4 = \frac{1}{2} \Delta x f(x_i + \Delta x, y_i + L, y'_i + 2k_3) \quad , \quad L = \Delta x (y'_i + k_3)$$

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x \quad \text{e} \quad \begin{cases} y_{i+1} = y_i + \Delta x \left[ y'_i + \frac{1}{3} (k_1 + k_2 + k_3) \right] \\ y'_{i+1} = y'_i + \frac{1}{3} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{cases}$$

- Ex.: resolver  $y'' = 1 + x + (y + y')/2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$   
p/ os pontos  $x_i = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$  ( $\Delta x = 0.2$ )

