



**Exercícios de fixação - tópico 05: Ajuste de curvas (método de mínimos quadrados)**

Nos exercícios 1 a 7 aplique o método dos mínimos quadrados para ajustar uma reta (função linear)  $f(x) = a_0 + a_1 x$  aos pontos  $(x_i, y_i)$  sem incertezas. Cheque sua resposta mediante comparação com os parâmetros obtidos para a equação da linha de tendência sugerida pelo MS Excel.

1. (2, 0), (3, 4), (4, 10), (5, 16)                      2. (4, -20), (15, -7), (30, -10), (100, 47), (200, 67)
3. (0, 0), (2, 1.8), (4, 3.4), (6, 4.6)                      4. (9.6, 1), (8.5, 2.3), (7.0, 2.0), (0, 7.7), (-100, 9.7)
5. (5, 8.0), (10, 6.9), (15, 6.2), (20, 5.0)                      6. (9.6, 1), (8.5, 2.3), (7.0, 2.0), (0, 7.7), (-100, 9.7)
7. (400, 580), (500, 1030), (600, 1420), (700, 1880), (750, 2100).

8. Se uma esteira se move com velocidade  $v$  constante, a posição  $s$  de objetos por ela transportados varia com o tempo  $t$  conforme:  $s(t) = s_0 + vt$ . Esta função é graficamente representada por uma reta e a tabela abaixo apresenta os valores medidos para instante  $t$  e posição  $s$ , acompanhados da incerteza  $\sigma_s$  estimada para a posição  $s$ . Ajuste uma reta (função linear) a estes dados e estime a velocidade  $v$  da esteira e a incerteza  $\sigma_v$  associada a este valor de velocidade.

Tempo $t$ (s)	0.0	3.0	5.0	8.0	10.0
Posição $s$ (m)	200.0	230.0	240.0	270.0	290.0
Incerteza $\sigma_s$ (m)	2.0	2.5	2.5	2.5	3.0

9. A tabela abaixo mostra os dados referentes à elongação  $x$  de uma mola sob a ação de uma força  $F$ , acompanhados da incerteza  $\sigma_F$  estimada à força. Por mínimos quadrados, ajuste uma reta aos dados e obtenha a constante da mola  $k$  e sua incerteza  $\sigma_k$  (com base nos parâmetros ajustados à reta). Sabendo que a lei de Hooke é expressa por  $F = kx$  (reta passando pela origem), analise os valores obtidos ao coeficiente linear da reta ajustada tendo em mente a respectiva incerteza.

Elongação $x$ (m)	0.5	0.9	1.6	2.1	2.5
Força $F$ (N)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0
Incerteza $\sigma_F$ (N)	0.45	0.32	0.26	0.22	0.20

Aplique o método dos mínimos quadrados para ajustar uma parábola  $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$  aos pontos  $(x_i, y_i)$  nos exercícios 10 a 12. Compare a resposta com os parâmetros obtidos via linha de tendência sugerida pelo MS Excel. Sugestão: escreva as expressões para os coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  em termos dos determinantes das matrizes e (no MS Excel) use a função MATRIZ.DETERM.

10. (-2, 6.5), (-1, 2.0), (0, 0.5), (1, 2.0)                      11. (-1, 0), (0, -1.5), (1, 0), (2, 4.5)
12. (1.4, 74), (1.8, 75), (2.3, 76), (3.0, 75), (4.0, 72)

Respostas de exercícios selecionados

1.  $a_0 = -11.4$ ,  $a_1 = 5.4$                       2.  $a_0 = -16.503$ ,  $a_1 = 0.4571$                       3.  $a_0 = 0.14$ ,  $a_1 = 0.77$
4.  $a_0 = 3.5731$ ,  $a_1 = -0.0645$                       5.  $a_0 = 8.95$ ,  $a_1 = -0.194$                       6.  $a_0 = 3.5731$ ,  $a_1 = -0.0645$
7.  $a_0 = -1145.8$ ,  $a_1 = 4.3183$                       8.  $v = 8.8 \pm 0.3$  m/s                      9.  $k = 9.7 \pm 0.2$  N/m
10.  $a_0 = 0.5$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 1.5$                       11.  $a_0 = -1.5$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 1.5$                       12.  $a_0 = 66.42$ ,  $a_1 = 7.623$ ,  $a_2 = -1.5606$