

Física Experimental IV

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=90535>

2º Semestre 2021

Exp. 3 – Polarização

Atividade 4 – Placas de Onda

Semana 12 - 2/Dezembro

Prof. Henrique Barbosa

hbarbosa@if.usp.br

<http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa>

Exp. 3 – Polarização

- Objetivos
 - Estudar a polarização linear, circular, e elíptica
 - A reflexão e a polarização: reflexão na interface com dielétricos e com superfícies metálicas
 - Dielétricos que mudam o estado de polarização: as placas $\frac{1}{2}$ onda e $\frac{1}{4}$ de onda

Cronograma

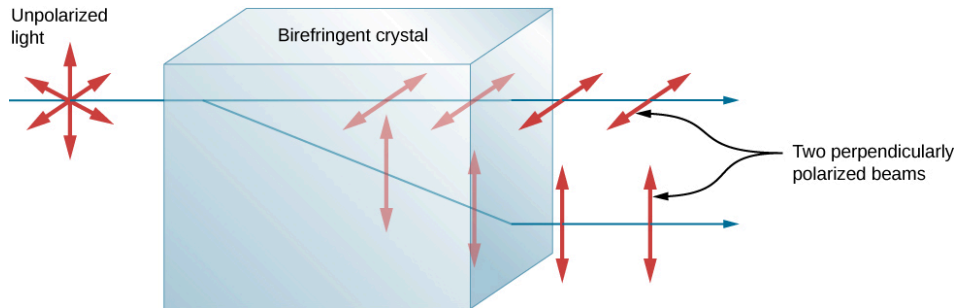
- 4 atividades:
 - **Atividade 1:** Fenômenos de polarização da luz - Lei de Malus
 - **Atividade 2:** Polarização após reflexão em dielétrico
 - **Atividade 3:** Polarização após reflexão em espelho
 - **Atividade 4:** Alteração da polarização por placa de onda

Tipos de polarizador

- **Absorção:** absorvem a componente dos campos EM em uma dada direção
- **Birrefringentes:** o índice de refração pode depender da polarização da luz
- **Reflexão:** a luz refletida, dependente do ângulo, favorece a polarização em uma direção.

Polarizador birrefringente

- Alguns materiais, principalmente cristais, possuem índices de refração que dependem da polarização da luz
- Assim, uma luz não-polarizada tem o seu feixe dividido em dois, um para cada componente de polarização



Birrefringência

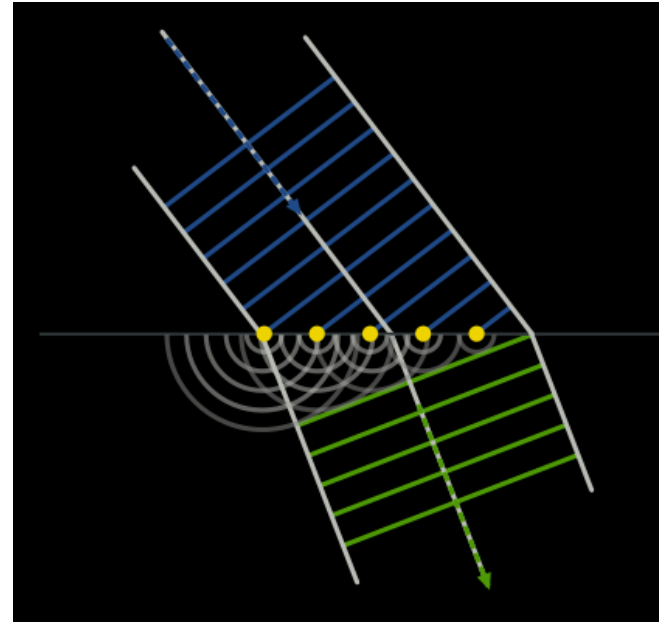
- **Birrefringência**, ou refração dupla, é a decomposição de um raio de luz em dois raios (o raio **ordinário** e o **extraordinário**), dependendo da sua **polarização**, quando ele passa por certos tipos de materiais.
- Este efeito só pode acontecer se o material for **anisotrópico**, isto é, o índice de refração não for o mesmo em todas as direções e polarizações.

Birrefringência

- Se o material tiver apenas um **eixo de anisotropia** (eixo óptico), a birrefringência pode ser tratada associando dois **índices de refração** diferentes para as duas polarizações possíveis.
- Se o material tiver dois eixos ópticos, falamos de birrefringência **biaxial**. Neste caso o índice de refração em geral é um **tensor** complexo com três autovalores distintos $n_\alpha, n_\beta, n_\gamma$.

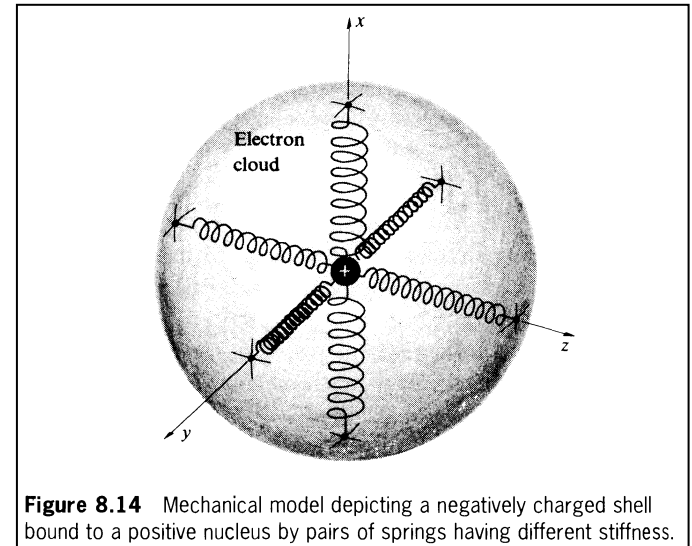
Birrefringência: Modelo Simples

- A luz se propaga numa substância transparente excitando os elétrons do meio.
- Os elétrons oscilam forçados pelo campo elétrico e reemitem a radiação absorvida.
- Estas ondas secundárias se combinam e interferem, resultando na onda refratada.



Birrefringência: Modelo Simples

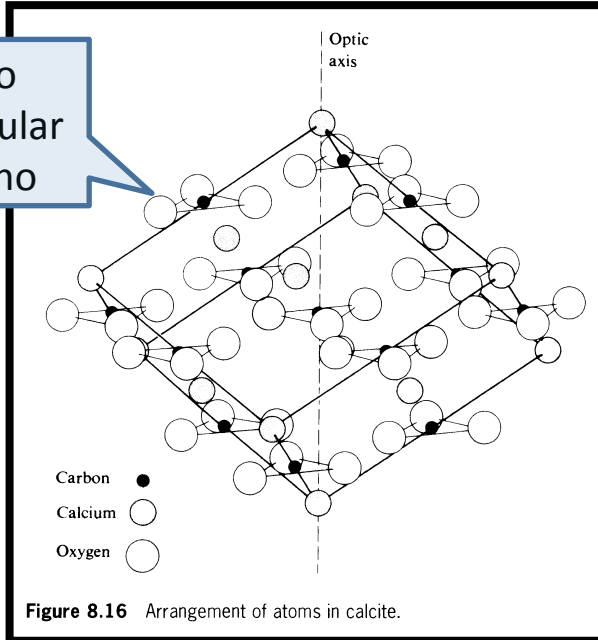
- O material será opticamente anisotrópico se a força de ligação da nuvem de elétrons ao núcleo for diferente para direções diferentes (é como se tivéssemos 3 constantes de mola diferentes).



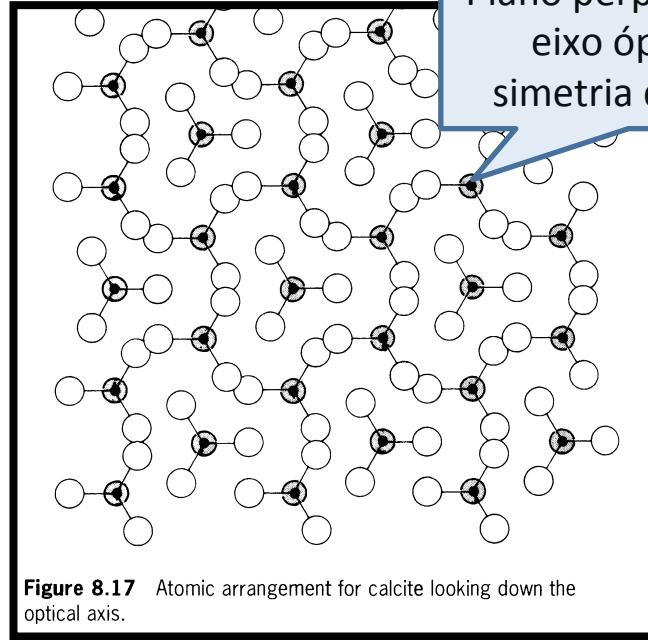
Calcite

- Um típico cristal birrefringente é a calcite (CaCO_3).

Ela tem um eixo óptico, perpendicular ao plano cristalino



Plano perpendicular ao eixo óptico tem simetria de rotação.



Calcite

- Este material tem um eixo óptico.
- Qualquer onda **EM** incidente pode ser decomposta em duas componentes:
 - uma **no plano** formado pela direção da onda e do eixo óptico (**e**, extraordinário),
 - e uma **perpendicular** a ele (**o**, ordinário)

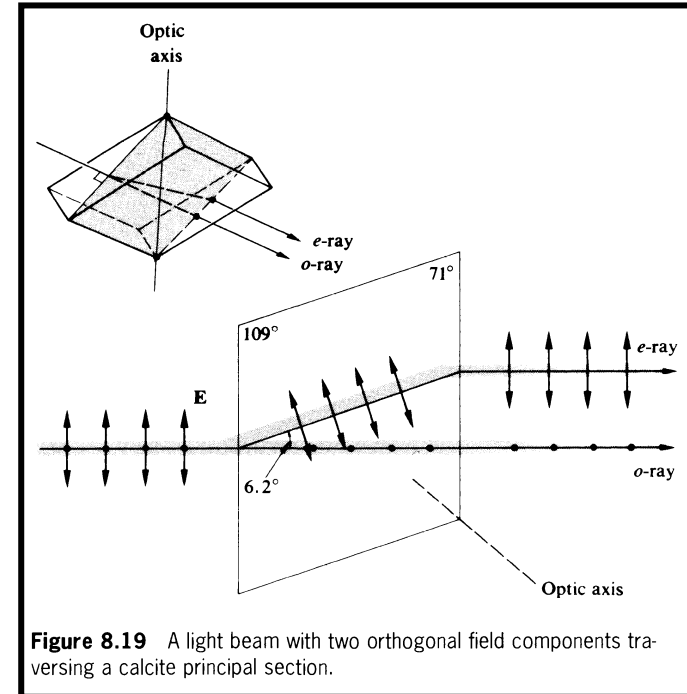
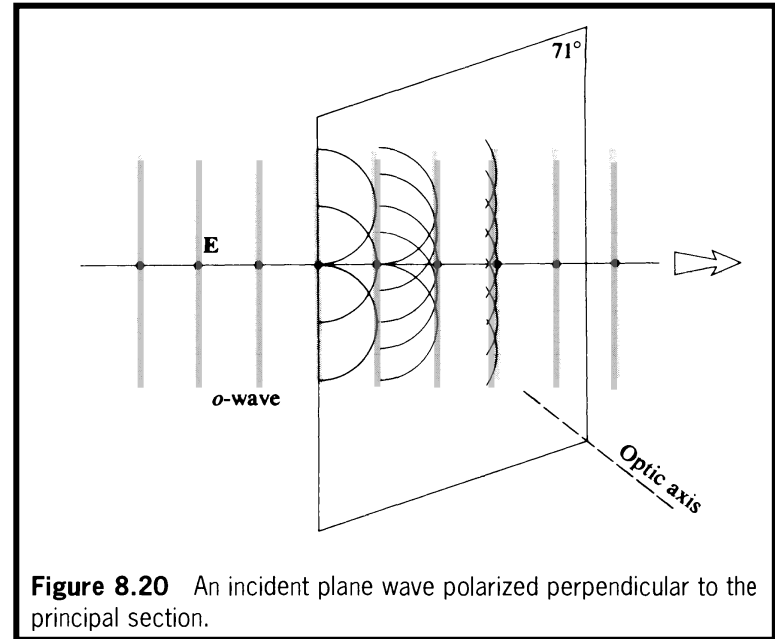


Figure 8.19 A light beam with two orthogonal field components traversing a calcite principal section.

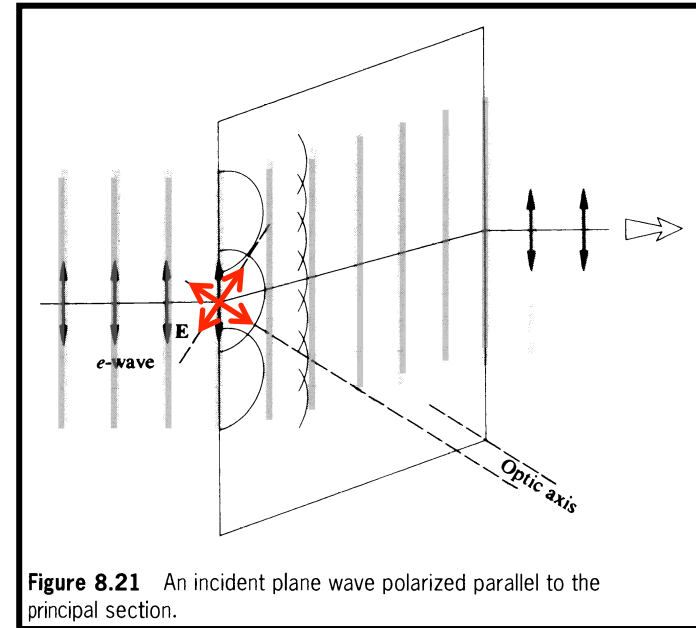
As Duas Direções

- No plano perpendicular ao eixo óptico, as duas molas são iguais e a velocidade de propagação é mesma para qualquer orientação de \mathbf{E} no plano. Por isso **raio-o** não sofre desvio.



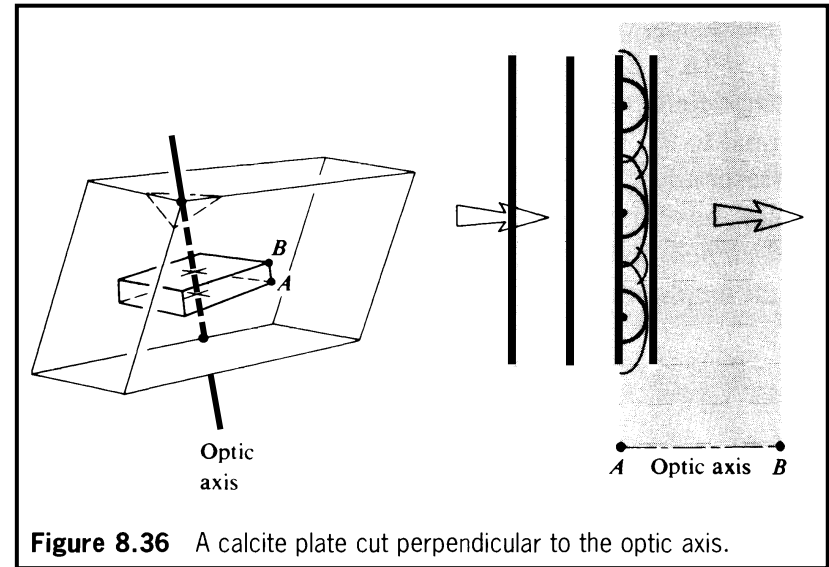
As Duas Direções

- O **raio-e** tem duas componentes: uma na direção do eixo e outra perpendicular.
- Cada uma tem uma velocidade diferente e por isso o **raio-e** muda de direção.



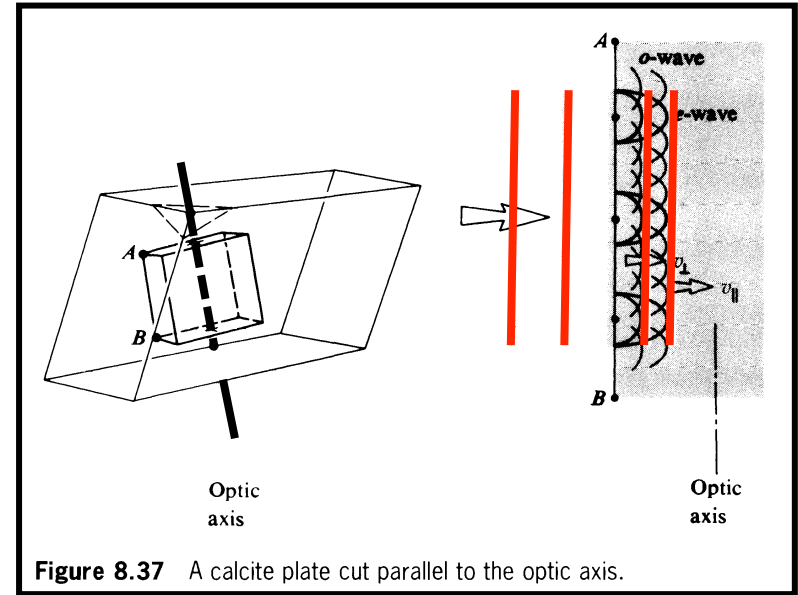
Placa de Onda

- Podemos cortar o material birrefringente com o eixo óptico **perpendicular** a face onde incidimos a luz.
- Neste caso, **E** será sempre perpendicular ao eixo óptico!
 - Mesma velocidade v_{\perp}
 - Não há defasagem!



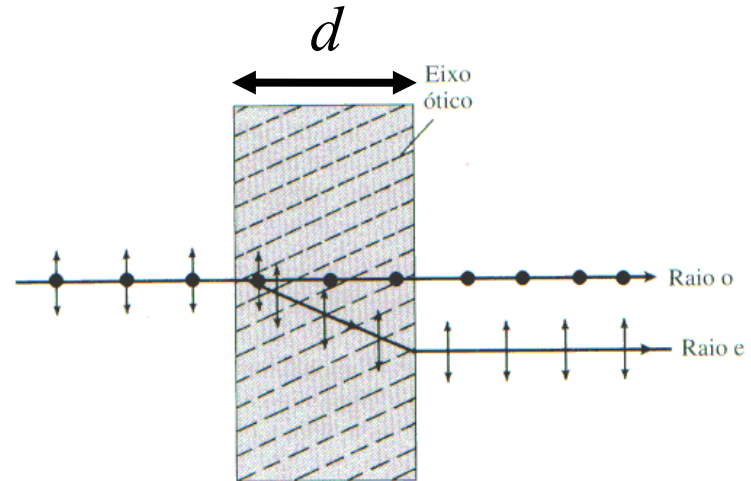
Placa de Onda

- Podemos cortar de tal forma que o eixo óptico seja **paralelo** a face onde incidimos a luz.
- Neste caso, cada componente de \mathbf{E} percebe um índice de refração diferente!
 - Velocidades $v_{//}$ e v_{\perp} diferentes
 - Aparece uma defasagem (que depende da espessura do material)



Placas de onda

- São placas confeccionadas a partir de materiais birrefringentes cujo objetivo é alterar as fases entre as componentes o e e da luz incidente
- Seja uma placa de espessura d . Qual é a diferença de fase entre as duas componentes após sair da placa?



Placas de onda

- Índice de refração para cada componente:

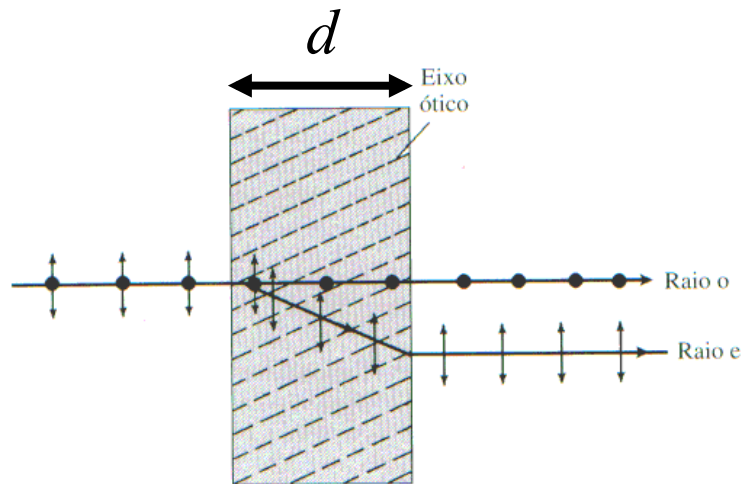
$$n_o = \frac{c}{v_o} \quad n_e = \frac{c}{v_e}$$

- Tempo que cada componente leva para atravessar a placa

$$t_o = \frac{d}{v_o} = d \frac{n_o}{c} \quad t_e = d \frac{n_e}{c}$$

- Diferença de tempo:

$$\Delta t = t_o - t_e = \frac{d}{c} (n_o - n_e)$$



Placas de onda

- Se a diferença de tempo entre as duas ondas é

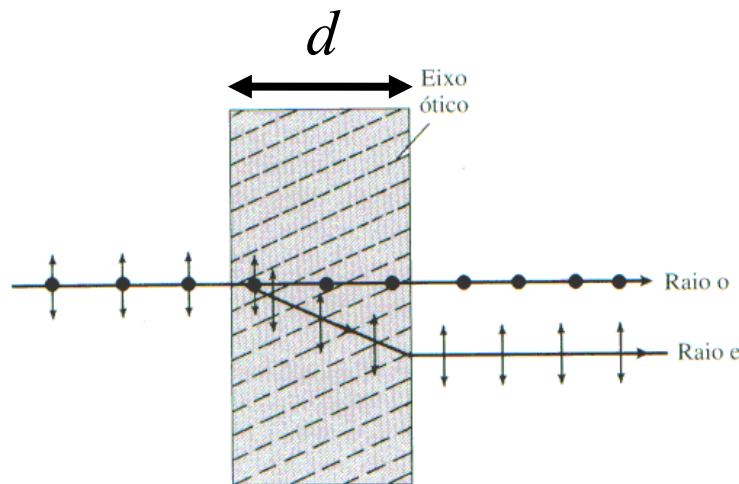
$$\Delta t = t_o - t_e = \frac{d}{c}(n_o - n_e)$$

- Então a diferença de fase é

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}, \quad T = \frac{\lambda}{c}$$

- Substituindo:

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda}(n_o - n_e)$$



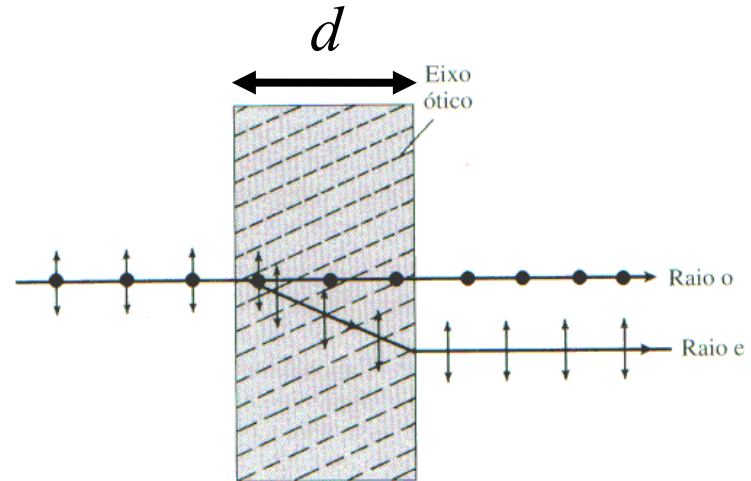
Placas de $\frac{1}{2}$ onda

- A placa de $\frac{1}{2}$ onda é aquela na qual a diferença de fase obtida entre as duas componentes é $\frac{1}{2}$ do período, ou seja, π .

$$\Delta\phi = (2m + 1)\pi$$

- Isto somente ocorre quando a espessura da placa está bem relacionada com o comprimento de onda, de tal forma que:

$$d = \frac{(2m + 1)}{2(n_o - n_e)} \lambda$$

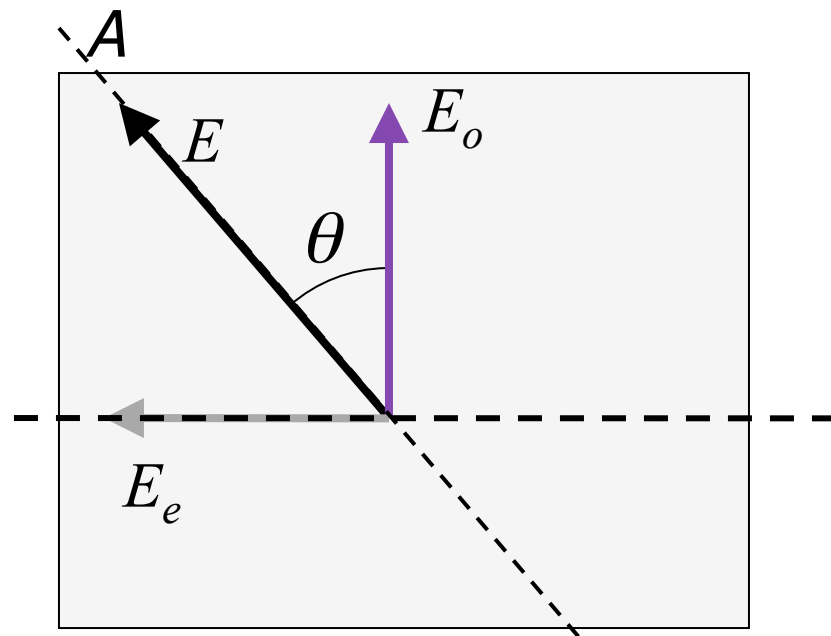


Placas de $\frac{1}{2}$ onda

- Componentes do campo elétrico na entrada da placa
 - O campo elétrico esta sempre oscilando ao longo da linha A
 - O campo elétrico pode, em qualquer instante de tempo, ser escrito como

$$\vec{E}_{in} = E_o \cos(kx - \omega t) \hat{o} + E_e \cos(kx - \omega t) \hat{e}$$

- A placa de $\frac{1}{2}$ onda introduz uma fase de π na componente e

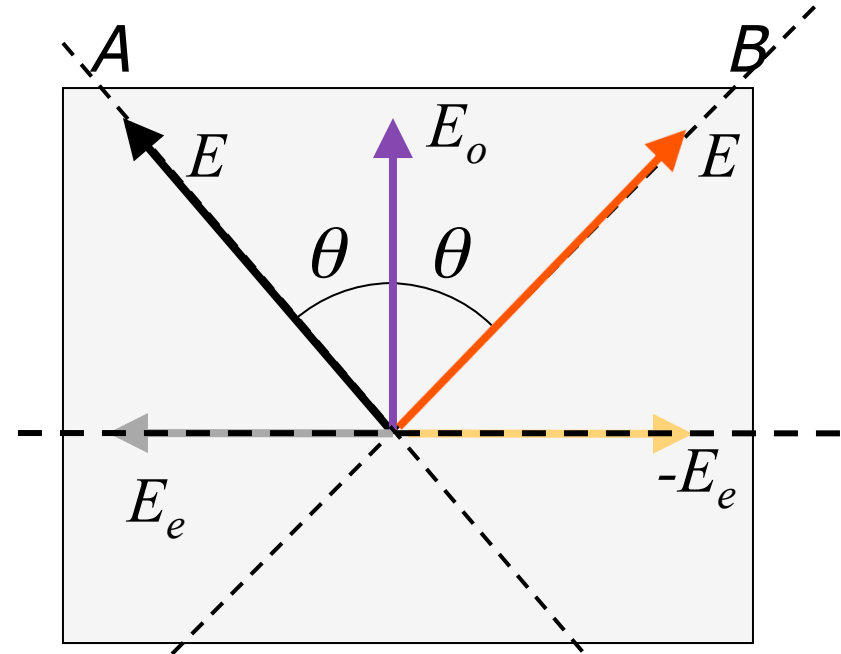


Placas de $\frac{1}{2}$ onda

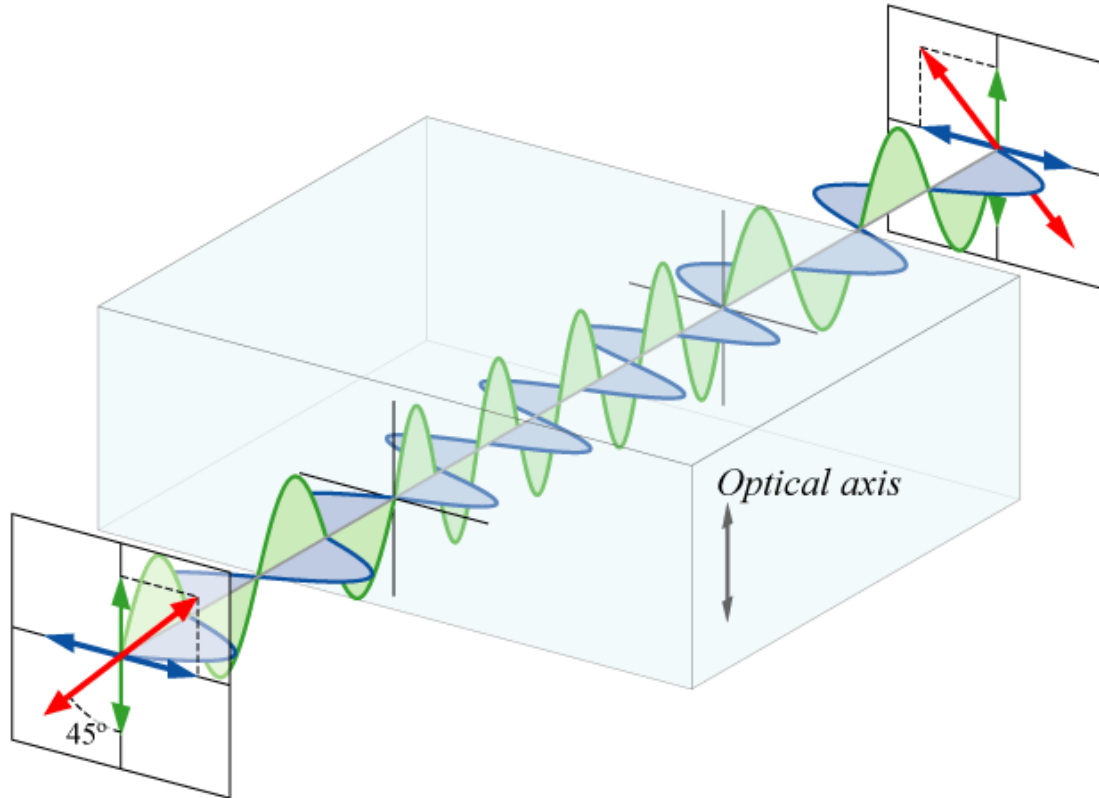
- O campo elétrico na saída da placa será

$$\vec{E}_{out} = E_o \cos(kx - \omega t) \hat{o} + E_e \cos(kx - \omega t + \pi) \hat{e}$$

- Na saída a componente e está defasada de $\frac{1}{2}$ onda relativo à componente o .
 - O campo elétrico vai oscilar na reta B
 - A placa de $\frac{1}{2}$ onda gira E de 2θ .



Placas de $\frac{1}{2}$ onda



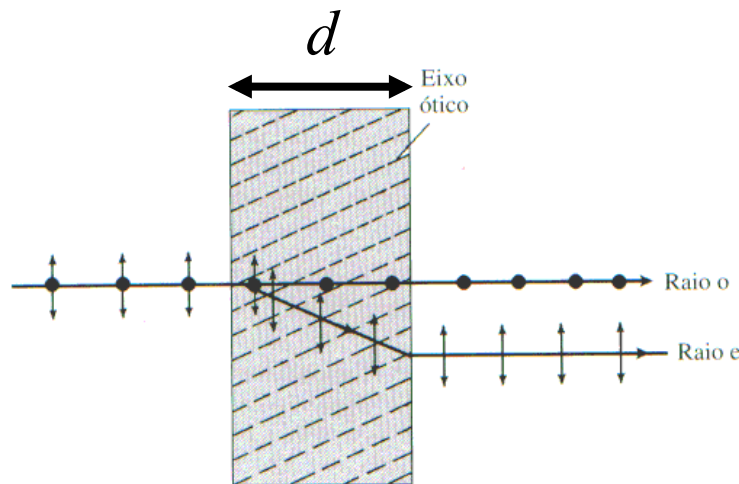
Placas de $\frac{1}{4}$ de onda

- A placa de $\frac{1}{4}$ de onda é aquela na qual a diferença de fase obtida entre as duas componentes é $\frac{1}{4}$ do período, ou seja, $\pi/2$.

$$\Delta\phi = (4m + 1)\frac{\pi}{2}$$

- Isto somente ocorre quando a espessura da placa está bem relacionada com o comprimento de onda, de tal forma que:

$$d = \frac{(4m + 1)}{4(n_o - n_e)} \lambda$$

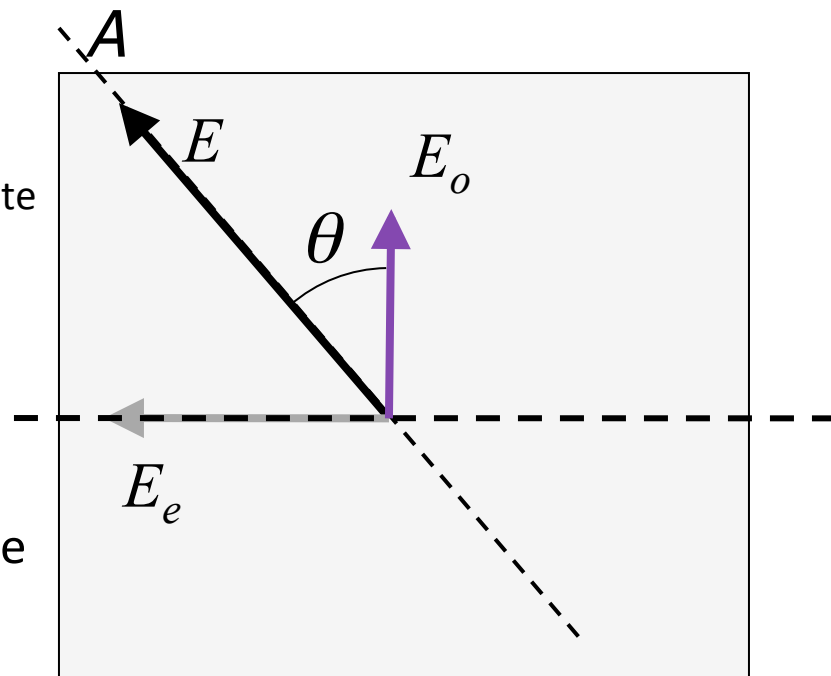


Placas de $\frac{1}{4}$ de onda

- Componentes do campo elétrico na entrada da placa
 - O campo elétrico está sempre oscilando ao longo da linha A
 - O campo elétrico pode, em qualquer instante de tempo, ser escrito como

$$\vec{E}_{in} = E_o \cos(kx - \omega t) \hat{o} + E_e \cos(kx - \omega t) \hat{e}$$

- A placa de $\frac{1}{4}$ onda introduz uma fase de $\pi/2$ na componente e



Placas de $\frac{1}{4}$ de onda

- Assim, o campo elétrico na saída da placa é

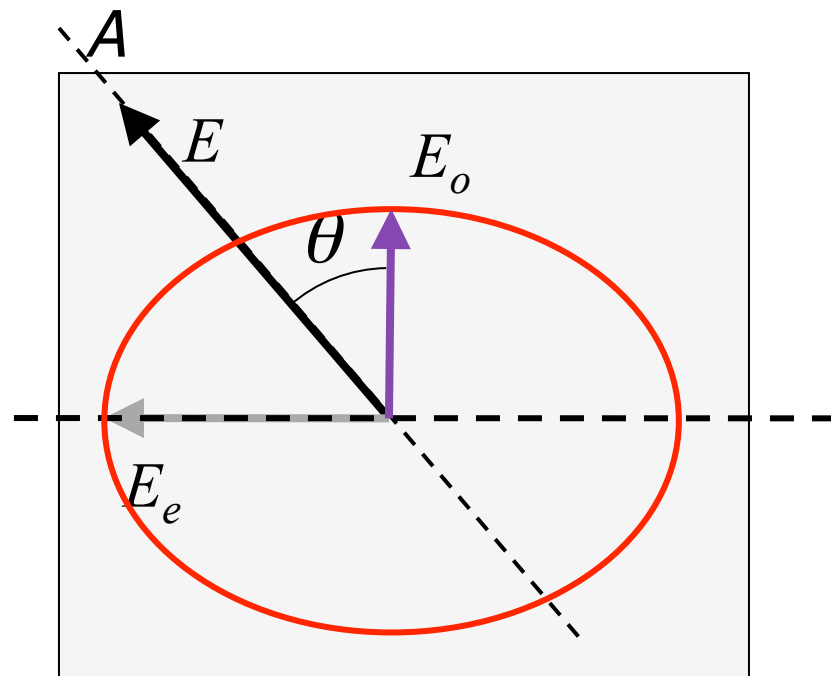
$$\vec{E}_{out} = E_o \cos(kx - \omega t) \hat{o}$$

- Ou seja $+E_e \cos(kx - \omega t + \pi / 2) \hat{e}$

$$\vec{E}_{out} = E_o \cos(kx - \omega t) \hat{o}$$

$$-E_e \sin(kx - \omega t) \hat{e}$$

- A onda que era inicialmente linearmente polarizada torna-se elipticamente polarizada



Matrizes de Jones

- Uma placa de $\frac{1}{2}$ onda: se o eixo ordinário é alinhado com o eixo x , o efeito da placa de $\frac{1}{2}$ onda é inverter a componente y .

$$\mathbf{WP}\left(\frac{\lambda}{2}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi} \end{pmatrix}$$

- Uma placa de $\frac{1}{4}$ de onda: Se o eixo 'rápido' é alinhado com o eixo x , o efeito da placa de $\frac{1}{4}$ de onda é descrito por:

$$\mathbf{WP}\left(\frac{\lambda}{4}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/2} \end{pmatrix}$$

Placa rotacionada

- Se a placa não é de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$ de onda, ela defasa a componente extraordinária de Γ

$$\mathbf{WP}(\Gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{pmatrix}$$

- Para uma placa birrefringente, com o eixo ordinário rotacionado de um ângulo α com relação ao eixo x do sistema, devemos aplicar uma rotação

$$\mathbf{WP}(\Gamma, \alpha) = \mathbf{R}(\alpha) \mathbf{WP}(\Gamma, 0^\circ) \mathbf{R}(-\alpha)$$

Placa rotacionada

- Das aulas passadas:

$$\mathbf{WP}(\Gamma, \alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

- Que resulta em:

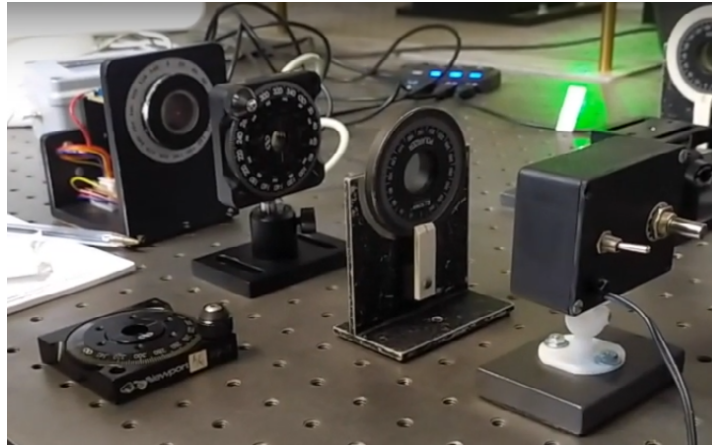
$$\mathbf{WP}(\Gamma, \alpha) = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha + e^{-i\Gamma} \sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha (1 - e^{-i\Gamma}) \\ \sin \alpha \cos \alpha (1 - e^{-i\Gamma}) & \sin^2 \alpha + e^{-i\Gamma} \cos^2 \alpha \end{pmatrix}$$

Objetivos da semana

- Verificar se, com uma placa de $\frac{1}{2}$ onda conseguimos girar o eixo de polarização da onda incidente (que faz um ângulo α com o eixo ótico da placa) em 2α
- Verificar se, com uma placa de $\frac{1}{4}$ de onda conseguimos transformar uma onda linearmente polarizada em elipticamente (circularmente) polarizada

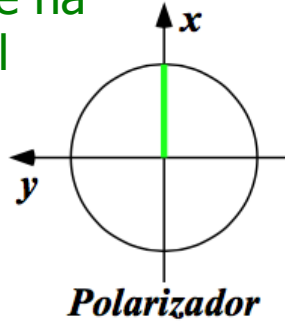
Montagem

- O sistema consiste de um laser, o primeiro polarizador que define o ângulo de polarização linear da luz incidente, a placa de onda e o polarizador de análise

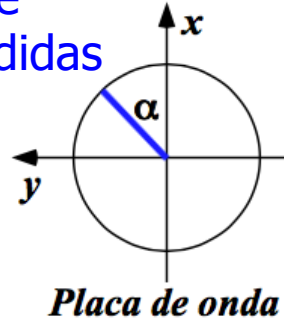


Análise

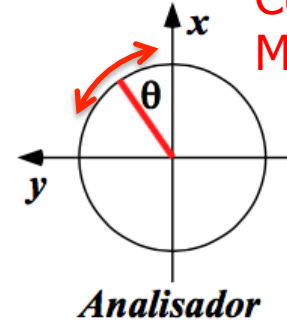
Sempre na vertical



Sete medidas



Curva de Malus



- Considerando a configuração da medida, a matriz que descreve o sistema será dada por:

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \mathbf{WP}(\Gamma, \alpha) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Análise

- Temos que fazer o produto

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha + e^{-i\Gamma} \sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha (1 - e^{-i\Gamma}) \\ \sin \alpha \cos \alpha (1 - e^{-i\Gamma}) & \sin^2 \alpha + e^{-i\Gamma} \cos^2 \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- E calcular a intensidade (ver Artigo sobre placas de onda no site), obtendo:

$$I = \frac{I_0}{2} \left[1 + (\cos^2 2\alpha + \cos \Gamma \sin^2 2\alpha) \cos 2\theta + \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \sin 4\alpha \sin 2\theta \right]$$

Atividade placa de $\frac{1}{2}$ onda

- O arranjo montado com uma placa de $\frac{1}{2}$ onda.
- Foram realizada sete medidas, com o eixo da placa em diferentes ângulos α com relação ao eixo de polarização do polarizador inicial.
- Faça o ajuste de cada curva utilizando a expressão para a intensidade apresentada acima.
 - Como apresentar os resultados na síntese?
- Verifique, para essas medidas, se a polarização inicial foi girada de 2α
 - A placa é de fato de $\frac{1}{2}$ onda (Γ compatível com π)?
 - Qual o tipo de polarização observada?
- Discutir os resultados.

Atividade placa de $\frac{1}{4}$ onda

- O arranjo foi modificado trocando-se a placa de $\frac{1}{2}$ onda por uma placa de $\frac{1}{4}$ onda.
- Foram realizada novamente sete medidas, com o eixo da placa em diferentes ângulos α com relação ao eixo de polarização do polarizador inicial.
- Faça o ajuste de cada curva utilizando a expressão para a intensidade apresentada acima.
 - Como apresentar os resultados na síntese?
 - A placa é de fato de $\frac{1}{4}$ onda (Γ compatível com $\pi/2$)?
 - Qual o tipo de polarização observada?
- Discutir os resultados.

<https://www.compadre.org/osp/items/detail.cfm?ID=7176>

- Cuidado na interpretação dos resultados quando a placa está paralela ou perpendicular ao polarizador inicial

