

# Física Experimental IV

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=90535>

2º Semestre 2021

Exp. 3 – Polarização

Atividade 2 – Reflexão em espelho

**Semana 11 - 25/Novembro**

Prof. Henrique Barbosa

[hbarbosa@if.usp.br](mailto:hbarbosa@if.usp.br)

<http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa>

# Exp. 3 – Polarização

- Objetivos
  - Estudar a polarização linear, circular, e elíptica
  - A reflexão e a polarização: reflexão na interface com dielétricos e com superfícies metálicas
  - Dielétricos que mudam o estado de polarização: as placas  $\frac{1}{2}$  onda e  $\frac{1}{4}$  de onda

# Cronograma

- 4 atividades:
  - **Atividade 1:** Fenômenos de polarização da luz - Lei de Malus
  - **Atividade 2:** Polarização após reflexão em dielétrico
  - **Atividade 3:** Polarização após reflexão em espelho
  - **Atividade 4:** Alteração da polarização por placa de onda

# Estados possíveis de polarização

Há vários estados possíveis de polarização:

1. **Plano polarizada** ou **linearmente polarizada** quando o campo elétrico é sempre paralelo a um plano definido, chamado plano de polarização da onda
2. **Circularmente polarizada** quando o campo elétrico da onda gira em torno da direção de propagação, tendo módulo constante. Nesse caso, pode-se dizer que, numa dada posição o vetor campo elétrico realiza um movimento circular uniforme.
3. **Elípticamente polarizada** quando o vetor campo elétrico descreve uma elipse

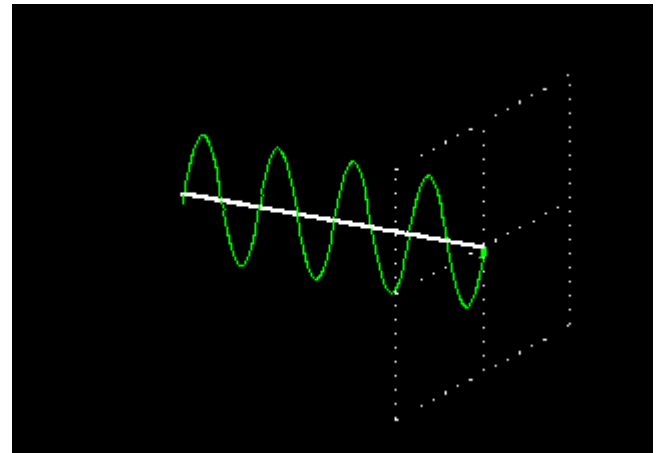
# Polarização descrita por um vetor

- Onda linearmente polarizada

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t) [\cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}]$$

- Ou mais genericamente:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$$



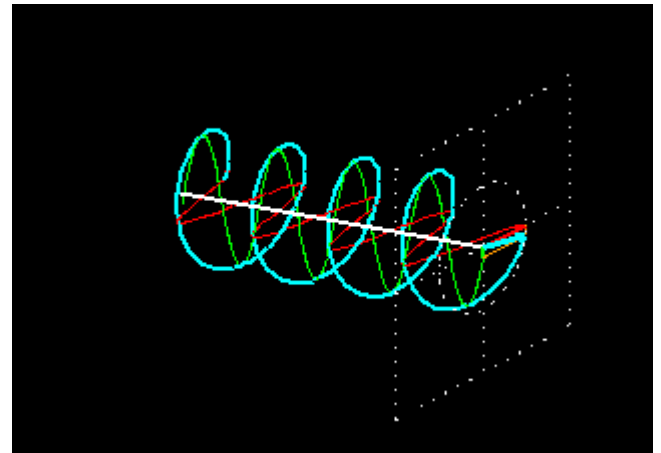
# Polarização descrita por um vetor

- Onda circularmente polarizada

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \left[ \cos(kz - \omega t) \hat{i} + \sin(kz - \omega t) \hat{j} \right]$$

- Ou mais genericamente:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$



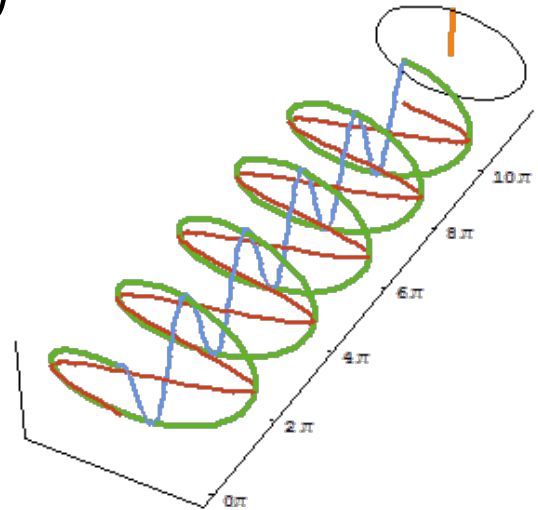
# Polarização descrita por um vetor

- Onda elipticamente polarizada (superposição de 2 campos linearmente polarizados, defasados de  $90^\circ$ )

$$\vec{E}(z,t) = E_{0i} \cos(kz - \omega t) \hat{i} + E_{0j} \sin(kz - \omega t) \hat{j}$$

- Ou mais genericamente:

$$\vec{E}(z,t) = e^{i(kz - \omega t)} \begin{bmatrix} E_{0i} \\ -iE_{0j} \end{bmatrix}$$



# Polarização por reflexão

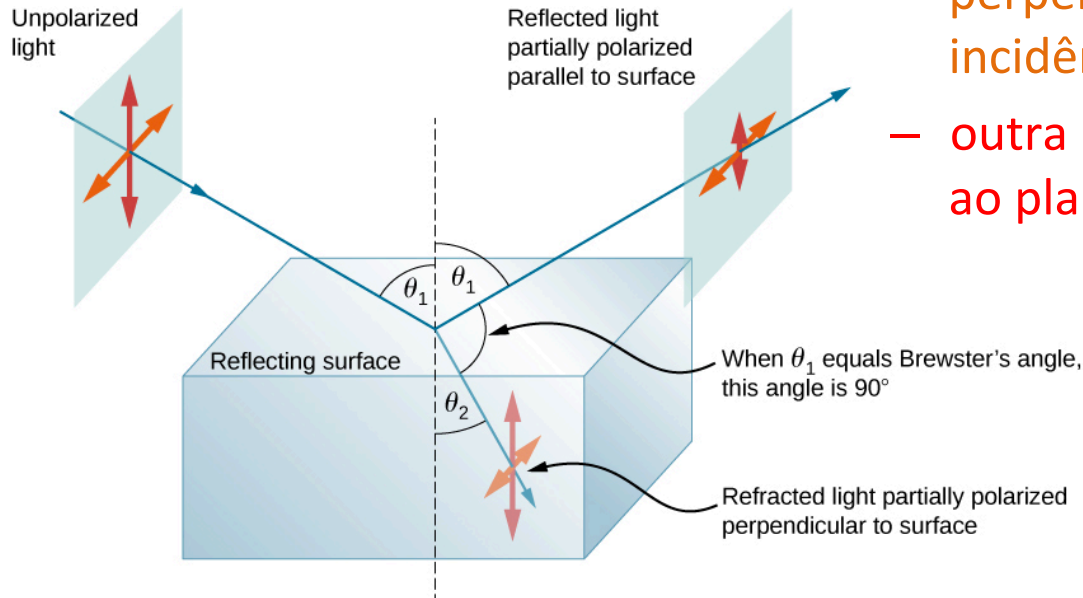
- O método mais direto de obter luz polarizada a partir de fontes luminosas comuns é por meio de reflexão em meios dielétricos.
- A luz refletida em janelas de vidro, na superfície polida de objetos plásticos, em bolas de bilhar, folhas de papel com um pouco de brilho e até no asfalto, é sempre parcialmente polarizada.





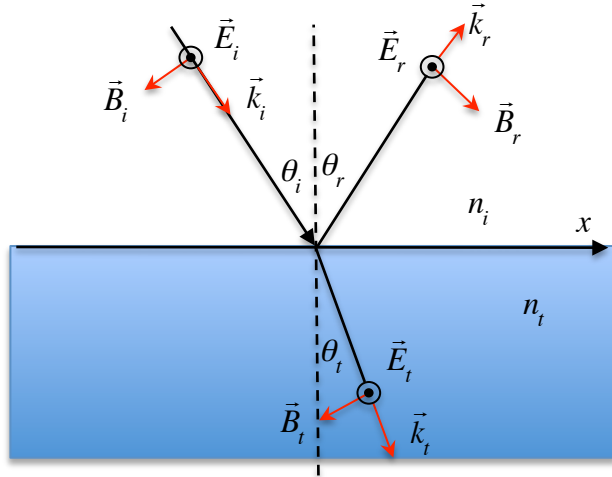
# Modelo dos elétrons osciladores

- A onda que incide no material tem 2 componentes:
  - uma linearmente polarizada perpendicularmente ao plano de incidência
  - outra linearmente polarizada paralela ao plano de incidência.



# Componente perpendicular (s)

- Condições de contorno na superfície
  - Continuidade dos campos E e B tangenciais à superfície
  - Ver capítulo 3 do livro: *Physics of Light and Optics* – Peatross & Ware
  - Devido a estas condições, temos que



- Quando o raio muda de meio, muda o  $\lambda$
- Lei de Snell
- Ângulo de incidência = reflexão

$$E_{\text{tan}}^1 = E_{\text{tan}}^2 \qquad B_{\text{tan}}^1 = B_{\text{tan}}^2$$

$$E_i + E_r = E_t \qquad -B_i \cos\theta_i + B_r \cos\theta_r = -B_t \cos\theta_t$$

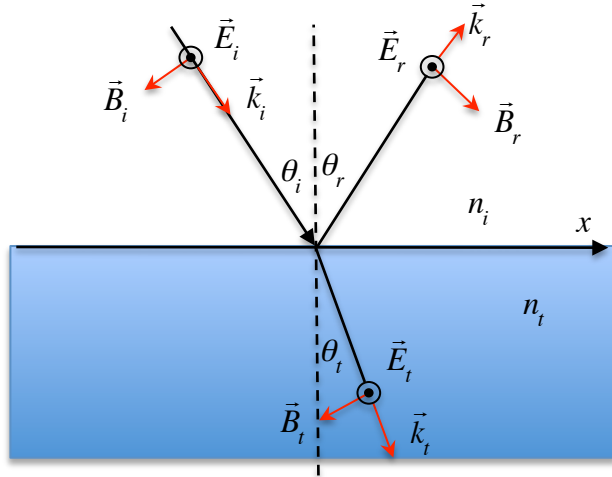
# Componente perpendicular (s)

- Define-se os coeficientes de Fresnel

$$r = \frac{E_r}{E_i} \quad n = \frac{c}{v} \quad B = \frac{E}{v}$$

- Portanto, para a perpendicular (s)

$$r_s = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$$

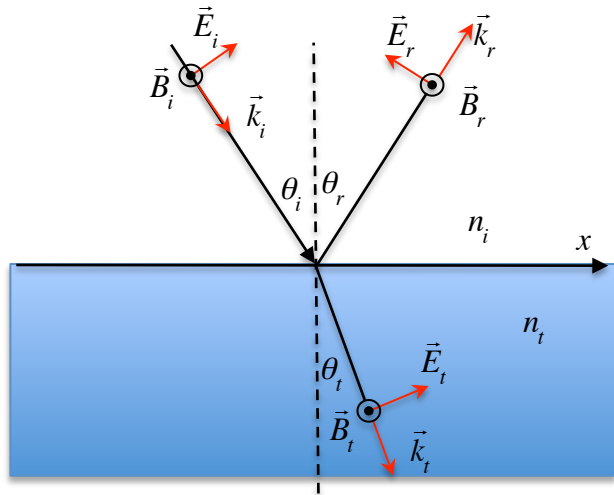


Usando a Lei de Snell, chegamos em:

$$r_s = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

# Componente paralela (p)

- Condições de contorno na superfície
  - Continuidade dos campos E e B tangenciais à superfície
  - Note a mudança na orientação de E e B



$$B_{\text{tan}}^1 = B_{\text{tan}}^2$$

$$B_i + B_r = B_t$$

$$E_{\text{tan}}^1 = E_{\text{tan}}^2$$

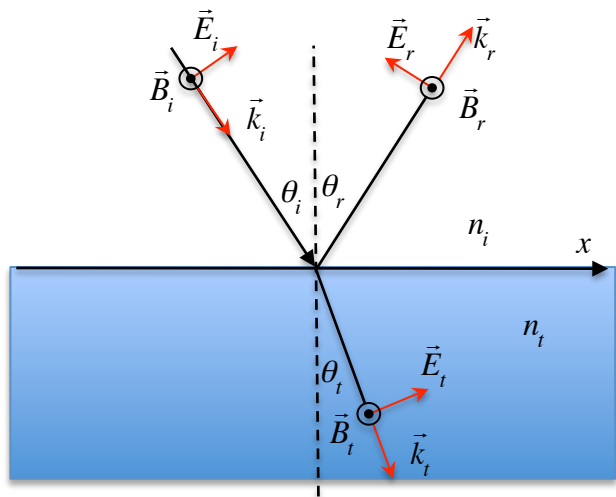
$$E_i \cos \theta_i - E_r \cos \theta_r = E_t \cos \theta_t$$

$$n = \frac{c}{v} \quad B = \frac{E}{v}$$

# Componente paralela (p)

- Podemos calcular o coeficiente de Fresnel para esta componente:

$$r_p = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t}$$

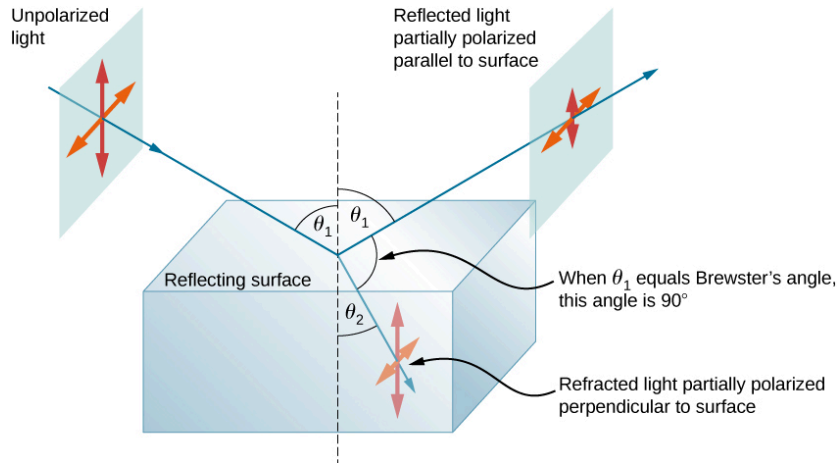


- Note que os índices de refração estão trocados em relação ao caso anterior
- Usando a Lei de Snell:

$$r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

# Coeficientes de Reflexão

- Os **coeficientes de reflexão** para polarização perpendicular ao plano de incidência (**p**) e paralela (**s**) são dados por:



Intensidade:

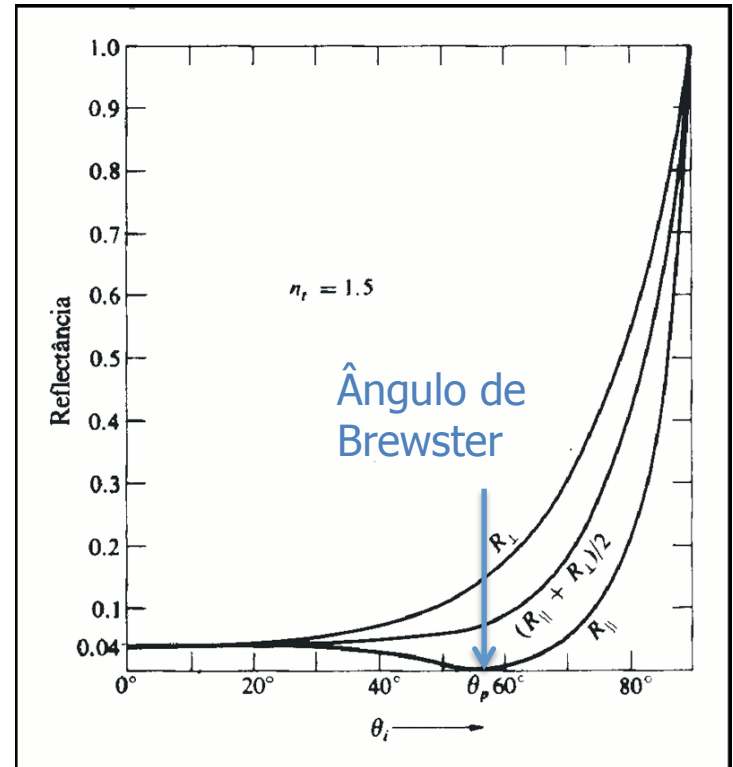
$$R_s = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$R_p = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

# Coeficientes de Reflexão

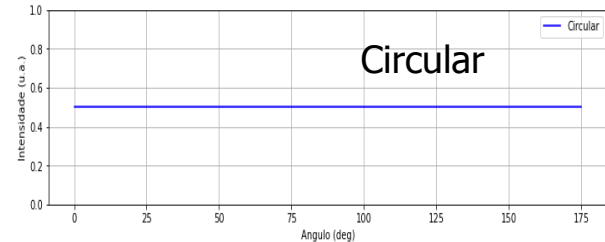
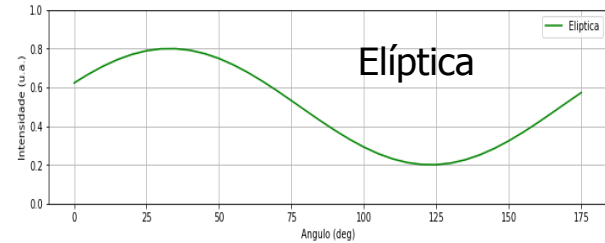
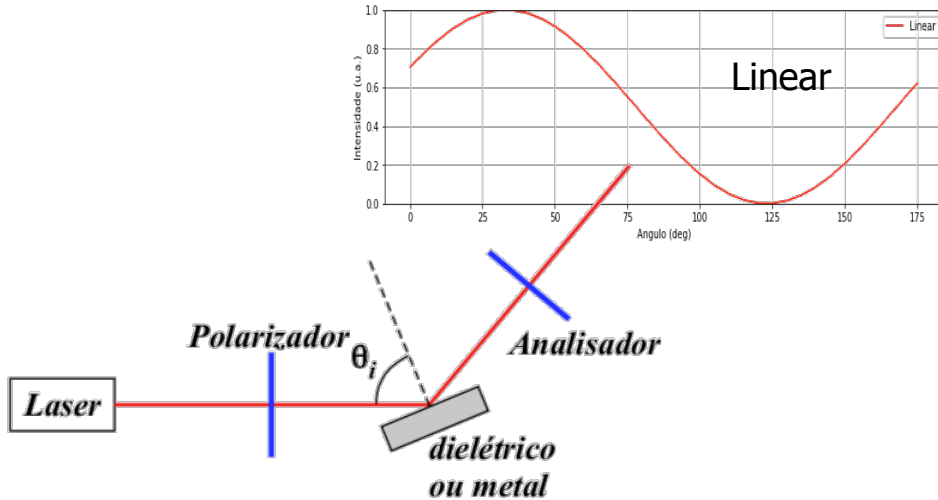
Se medirmos a refletância paralela e perpendicular (ao plano de incidência), em função do ângulo de incidência, vamos obter o gráfico ao lado.

- Poderíamos medir  $n$  medindo a curva toda, e encontrando o ângulo de Brewster.
- Ou podemos usar poucos ângulos, mas várias polarizações (Elipsometria)



# Elipsometria

- Podemos analisar a polarização da luz refletida por um material para estudar as suas propriedades ópticas.
- Qual o estado de polarização da luz após a reflexão?

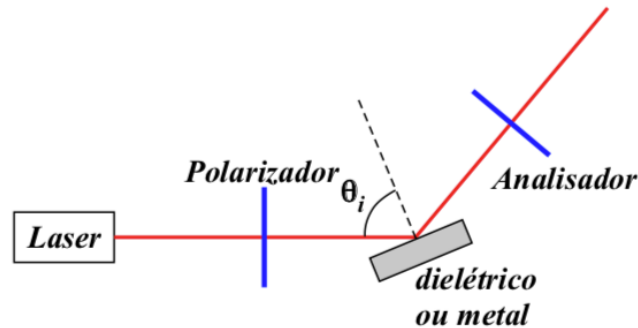




# Elipsometria

- Vetor de Jones para a luz que chega no detector

$$\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix}$$



# Intensidade medida

- Temos que multiplicar as matrizes:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -r_p \cos \alpha \\ r_s \sin \alpha \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} -r_p \cos \alpha \cos^2 \theta + r_s \sin \alpha \sin \theta \cos \theta \\ -r_p \cos \alpha \sin \theta \cos \theta + r_s \sin \alpha \sin^2 \theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

# Intensidade medida

- A intensidade é o campo elétrico ao quadrado, portanto:

$$I \propto \left| -r_p \cos \alpha \cos^2 \theta + r_s \sin \alpha \sin \theta \cos \theta \right|^2 + \left| -r_p \cos \alpha \sin \theta \cos \theta + r_s \sin \alpha \sin^2 \theta \right|^2$$

# Índice de refração

- Sabemos que:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda f} = \frac{kc}{2\pi f} = \frac{kc}{\omega}$$

- Um meio que atenua a luz tem  $\tilde{n} = \text{Re}(\tilde{n}) + i \text{Im}(\tilde{n})$ , portanto número de onda imaginário:

$$\vec{E} = E_0 e^{i(\tilde{k}x - \omega t)} = E_0 e^{i([k + i\kappa]x - \omega t)} = E_0 e^{i(kx - \omega t)} e^{-\kappa x}$$

- Portanto,  $r_s$  e  $r_p$  também são (podem ser) imaginários

# Intensidade medida

- A intensidade é o campo elétrico ao quadrado, portanto:

$$I \propto \left| -r_p \cos \alpha \cos^2 \theta + r_s \sin \alpha \sin \theta \cos \theta \right|^2 + \left| -r_p \cos \alpha \sin \theta \cos \theta + r_s \sin \alpha \sin^2 \theta \right|^2$$

- Como  $r_s$  e  $r_p$  podem ser imaginários:

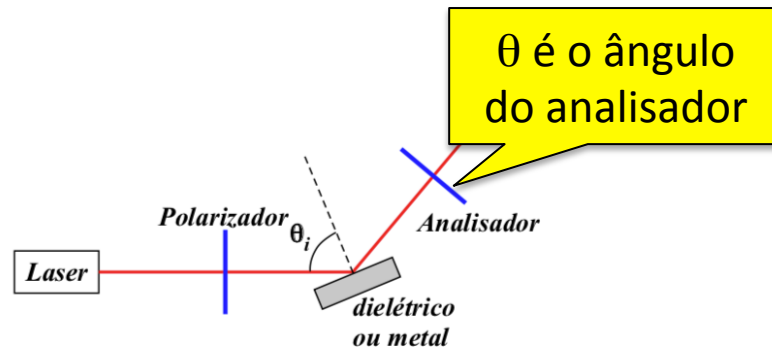
$$= |r_p|^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \theta - \frac{r_p r_s^* + r_s r_p^*}{4} \sin 2\alpha \sin 2\theta + |r_s|^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \theta$$

# Mudança de variável

- Para simplificar  $r_p = |r_p| e^{i\varphi_p}$   $\longrightarrow$   $\frac{r_p}{r_s} = \tan \psi e^{i\Delta}$   
 $r_s = |r_s| e^{i\varphi_s}$

- E podemos escrever que:

$$I = I_0 (1 - \eta \sin(2\theta) + \xi \cos(2\theta))$$



- Onde:  $\eta = 2 \frac{\tan \psi \cos \Delta \tan \alpha}{\tan^2 \psi + \tan^2 \alpha}$

$$\xi = \frac{\tan^2 \psi - \tan^2 \alpha}{\tan^2 \psi + \tan^2 \alpha}$$

# Ajuste da intensidade

- Os dados de intensidade podem ser ajustados através da expressão

$$I = I_0(1 - \eta \sin(2\theta) + \xi \cos(2\theta))$$

- Determinando-se  $I_0$ ,  $\eta$ , e  $\xi$ , conseguimos determinar

$$\tan \psi = \sqrt{\frac{1 + \xi}{1 - \xi}} |\tan \alpha| \quad \cos \Delta = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \xi^2}} \frac{\alpha}{|\alpha|}$$

# Propriedades ópticas

- Combinando:

$$\frac{r_p}{r_s} = \tan \psi e^{i\Delta} \quad r_s = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \quad r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

- E a Lei de Snell:  $n_i \sin(\theta_i) = n_t \sin(\theta_t)$

- Podemos obter o índice de refração do meio:

$$n_t^2 = n_i^2 \sin^2 \theta_i \left[ 1 + \tan^2 \theta_i \left\{ \frac{\cos(2\psi) - i \sin(2\psi) \sin \Delta}{1 + \sin(2\psi) \cos \Delta} \right\}^2 \right]$$



# Dielétrico (Aula Passada)

$$n_t^2 = n_i^2 \sin^2 \theta_i \left[ 1 + \tan^2 \theta_i \left\{ \frac{\cos(2\psi) - i \sin(2\psi) \sin \Delta}{1 + \sin(2\psi) \cos \Delta} \right\}^2 \right]$$

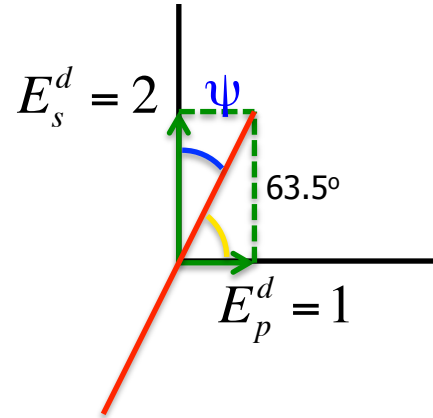
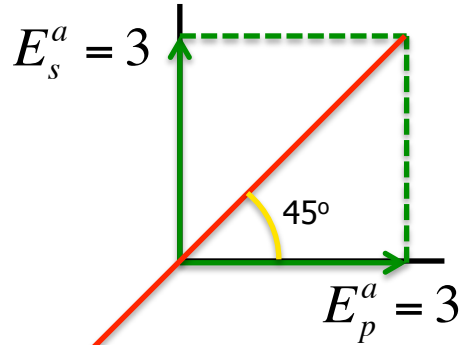
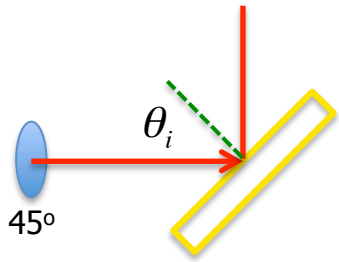
- $n_t$  é real  $\Rightarrow \sin(\Delta)=0$
- $\Delta=\pi$  se  $\theta_i < \theta_B$
- $\Delta=0$  se  $\theta_i > \theta_B$

$$n_t^2 = n_i^2 \sin^2 \theta_i \left[ 1 + \tan^2 \theta_i \left\{ \frac{\cos(2\psi)}{1 + \sin(2\psi) \cos \Delta} \right\}^2 \right]$$

# Atividades (Aula Passada)

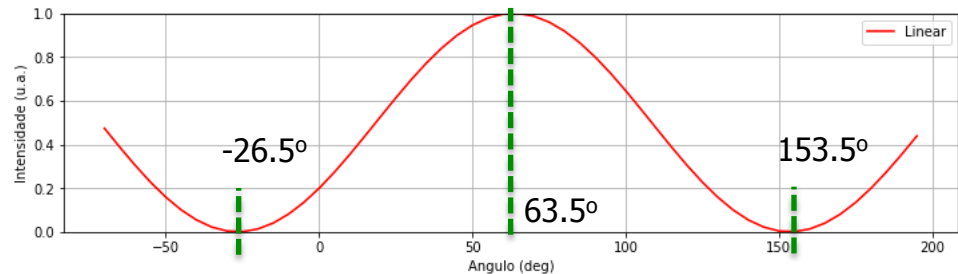
- Foram medidas as intensidades de reflexão através do polarizador analisador para três ângulos de incidência
  - $\theta_i = 35, 50$  e  $70$  graus
- Ajuste as curvas medidas e determine os valores de  $\eta$  e  $\varepsilon$  para cada ângulo de incidência
- Utilize esses valores na planilha “CALCULO DE  $n$  DIELETRICO EXP” e determine o índice de refração do dielétrico
- Qual o tipo de polarização da onda refletida? Qual a mudança na polarização com a variação do ângulo de incidência?
- Avalie a compatibilidade dos índices obtidos e determine o seu valor
- Utilize o valor do índice de refração e determine o ângulo de Brewster do material

# Exemplo (Aula Passada)



$$r_p = \frac{E_p^d}{E_p^a} = \frac{1}{3} \quad r_s = \frac{E_s^d}{E_s^a} = \frac{2}{3}$$

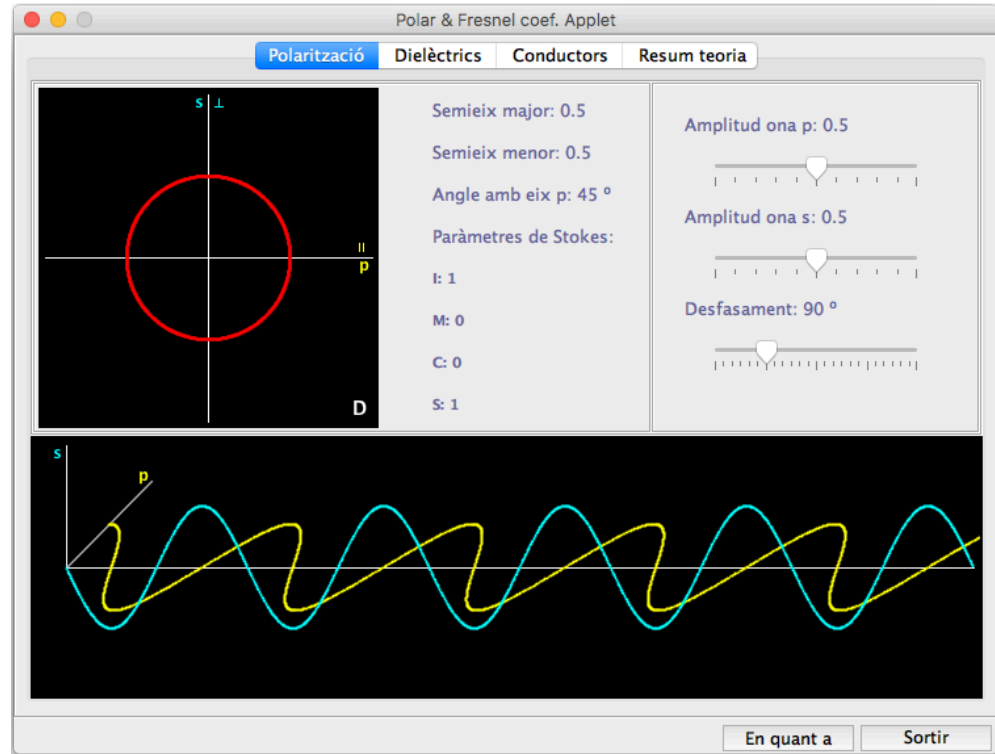
$$\tan \psi = \frac{r_p}{r_s} = \frac{1}{2} \Rightarrow \psi = 26.5^\circ$$



# Applet

## Dieléctric

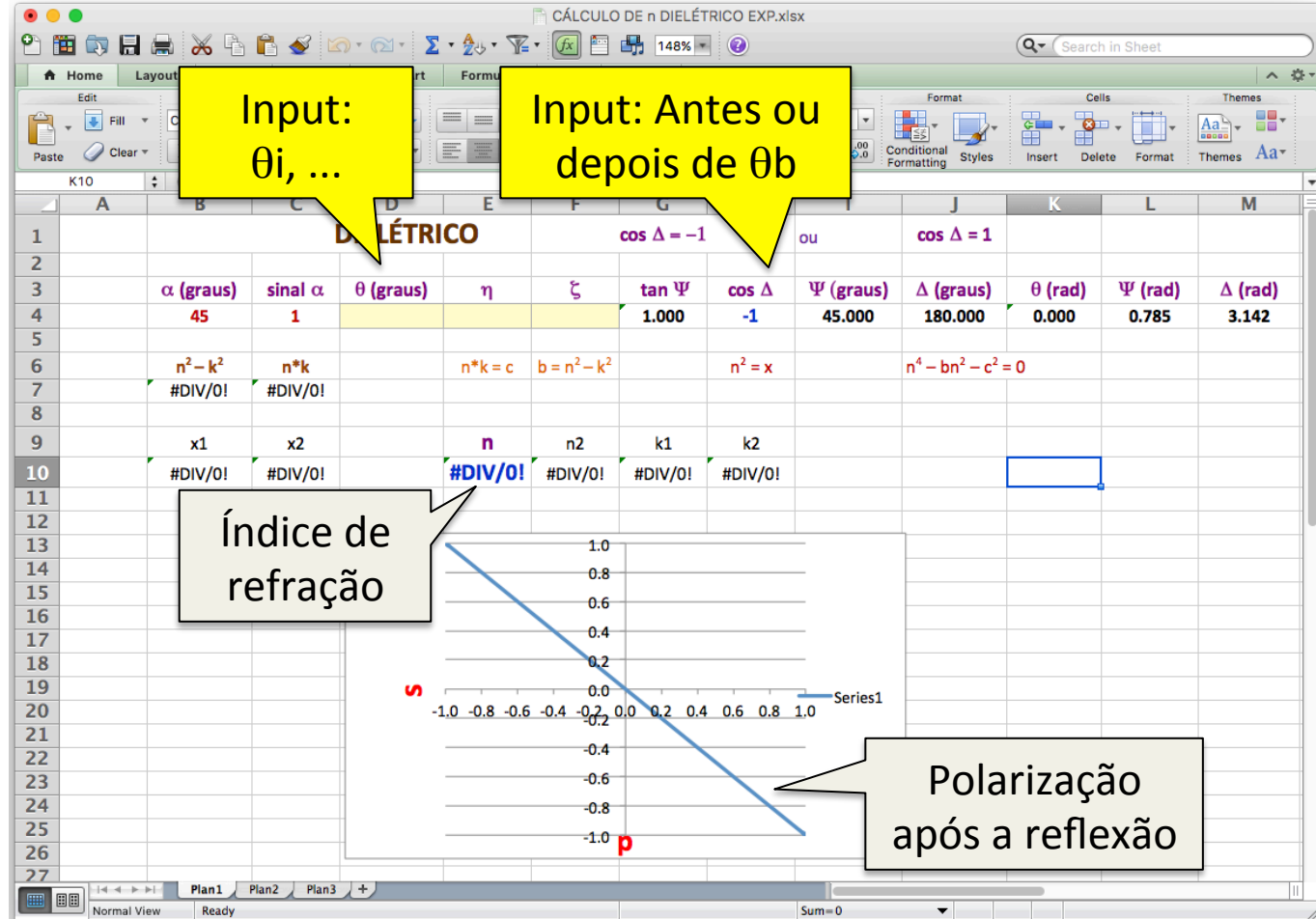
Lembrar de  
comparar o  
experimental com o  
simulado.



No Mac: <http://www.ub.edu/javaoptics/applets/polar.jar> (Catalão)

No Windows (ok): <http://www.ub.edu/javaoptics/applets/polarEn.jnlp> (Inglês)

# Planilha



Então vocês terão 3 valores de  $n$  para discutir e achar o ângulo de Brewster.

Como estimar a incerteza em cada  $n$ ?

Qual seria o efeito do ângulo inicial não ser 45°?

# Metal (Aula de Hoje)

$$n_t^2 = n_i^2 \sin^2 \theta_i \left[ 1 + \tan^2 \theta_i \left\{ \frac{\cos(2\psi) - i \sin(2\psi) \sin \Delta}{1 + \sin(2\psi) \cos \Delta} \right\}^2 \right]$$

- $\tilde{n}_t = n - i\kappa$ , é imaginário, assim:  $\tilde{n}_t^2 = n^2 - i2n\kappa - \kappa^2$

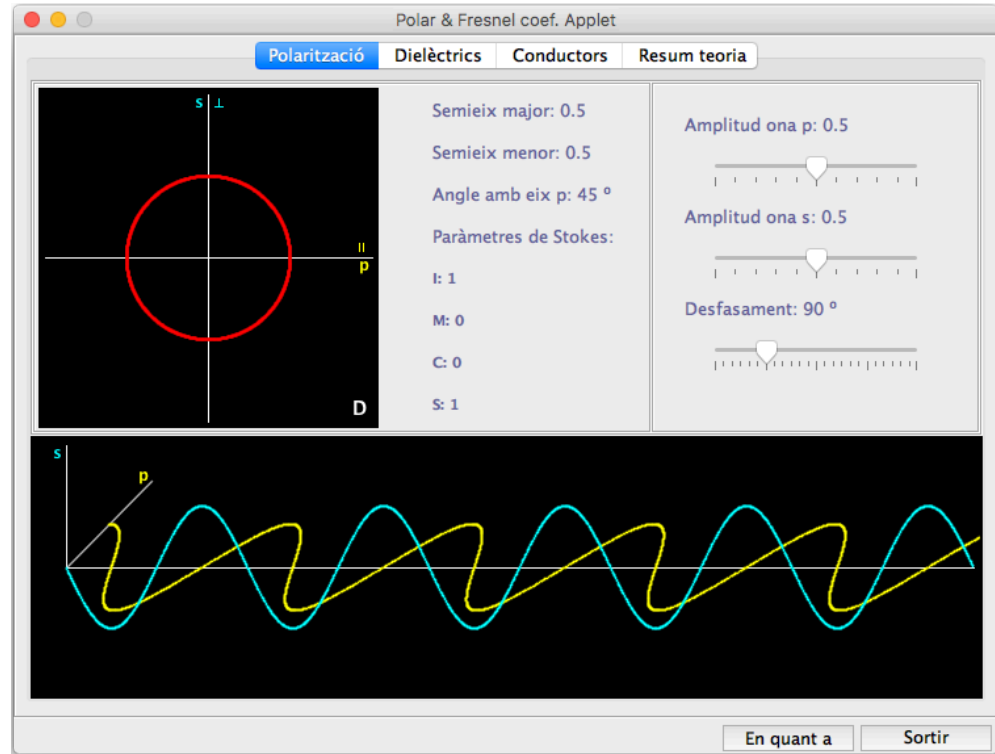
$$n^2 - \kappa^2 = n_i^2 \sin^2 \theta_i \left[ 1 + \tan^2 \theta_i \frac{\cos^2(2\psi) - \sin^2(2\psi) \sin^2 \Delta}{(1 + \sin(2\psi) \cos \Delta)^2} \right]$$

$$n\kappa = n_i^2 \sin^2 \theta_i \tan^2 \theta_i \frac{\cos(2\psi) \sin(2\psi) \sin \Delta}{(1 + \sin(2\psi) \cos \Delta)^2}$$

# Applet

## Condutor

Lembrar de comparar o experimental com o simulado.



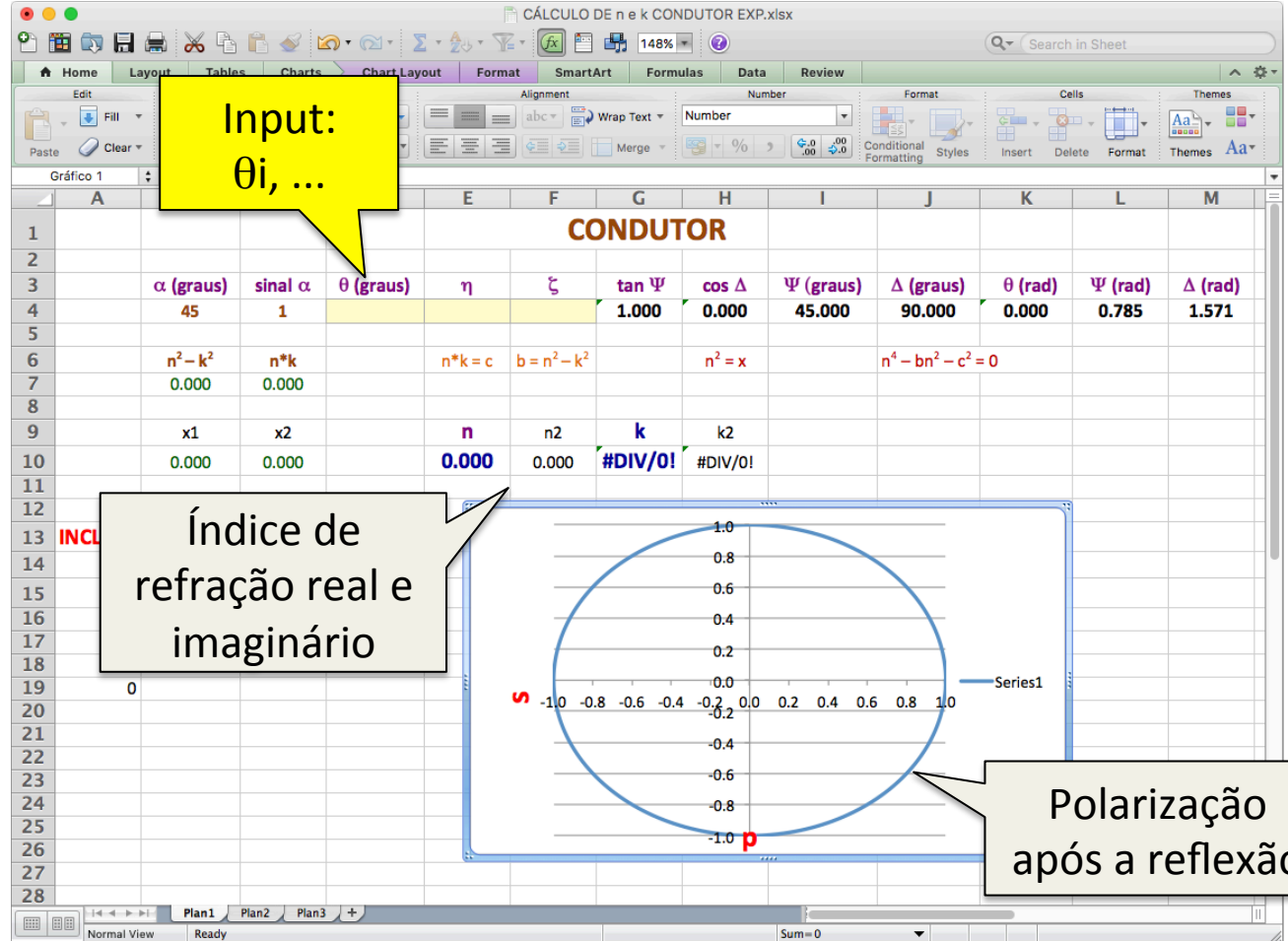
No Mac: <http://www.ub.edu/javaoptics/applets/polar.jar> (Catalão)

No Windows (ok): <http://www.ub.edu/javaoptics/applets/polarEn.jnlp> (Inglês)

# Planilha

Como é a polarização após a reflexão?

Dá para saber apenas olhando para a curva de Malus?

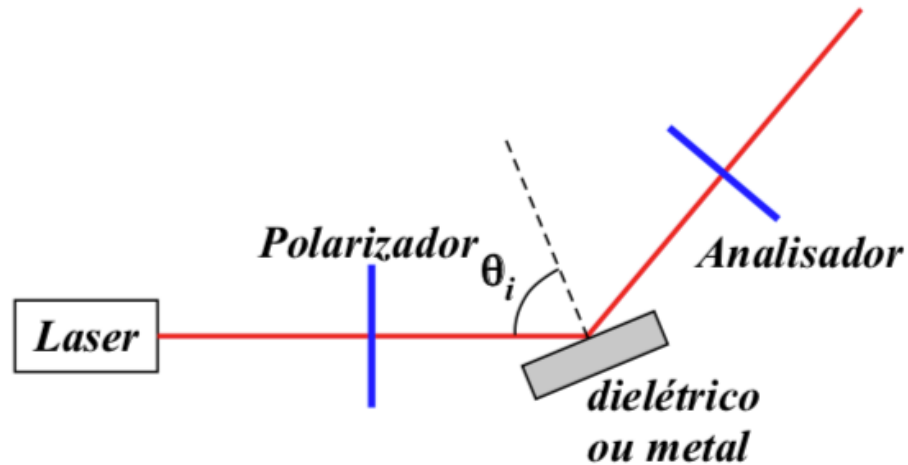




# Objetivo da atividade

- Estudar como a luz pode ser polarizada por reflexão na superfície de um metal
- Determinar o índice de refração real ( $n$ ) e o imaginário (coeficiente de extinção,  $\kappa$ ) do metal.

# Arranjo experimental



- O polarizador na frente do laser foi colocado em  $45^\circ$

# Atividades

- Foram medidas as intensidades de reflexão através do polarizador analisador para três ângulos de incidência
  - $\theta_i = 47, 67$  e  $76$  graus
- Ajuste as curvas medidas e determine os valores de  $\eta$  e  $\varepsilon$  para cada ângulo de incidência
- Utilize esses valores na planilha “CALCULO DE n e k CONDUTOR EXP” e determine o índice de refração e o coeficiente de extinção do metal
- Qual o tipo de polarização da onda refletida? Qual a mudança na polarização com a variação do ângulo de incidência?
- Avalie a compatibilidade dos índices obtidos e determine esses valores