Física Experimental IV

https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=90535

2º Semestre 2021

Exp. 3 – Polarização

Atividade 2 – Ângulo de Brewster

Semana 10 - 18/Novembro

Prof. Henrique Barbosa
hbarbosa@if.usp.br
http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

Exp. 3 – Polarização

- Objetivos
  - Estudar a polarização linear, circular, e elíptica
  - A reflexão e a polarização: reflexão na interface com dielétricos e com superfícies metálicas
  - Dielétricos que mudam o estado de polarização: as placas ½ onda e ¼ de onda

Cronograma

- 4 atividades:
  - **Atividade 1:** Fenômenos de polarização da luz - Lei de Malus
  - **Atividade 2:** Polarização após reflexão em dielétrico
  - **Atividade 3:** Polarização após reflexão em espelho
  - **Atividade 4:** Alteração da polarização por placa de onda

Estados possíveis de polarização

Há vários estados possíveis de polarização:

1. **Plano polarizada** ou **linearmente polarizada** quando o campo elétrico é sempre paralelo a um plano definido, chamado plano de polarização da onda

2. **Circularmente polarizada** quando o campo elétrico da onda gira em torno da direção de propagação, tendo módulo constante. Nesse caso, pode-se dizer que, numa dada posição o vetor campo elétrico realiza um movimento circular uniforme.

3. **Elipticamente polarizada** quando o vetor campo elétrico descreve uma elipse

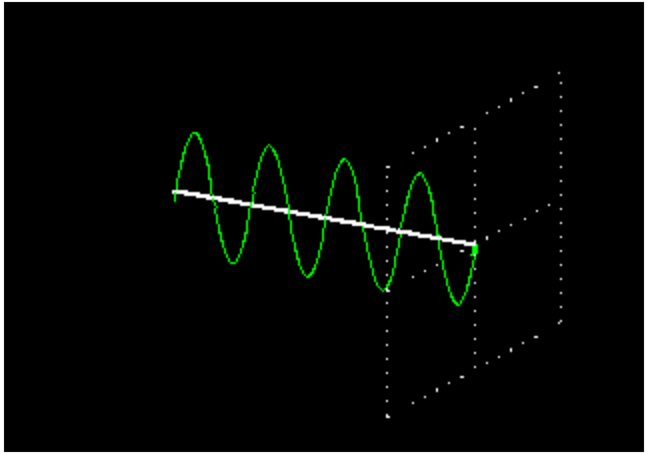
Polarização descrita por um vetor

- Onda <u>linearmente</u> polarizada

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t)\left[\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}\right]$$

- Ou mais genericamente:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{i(kz-\omega t)}\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$$



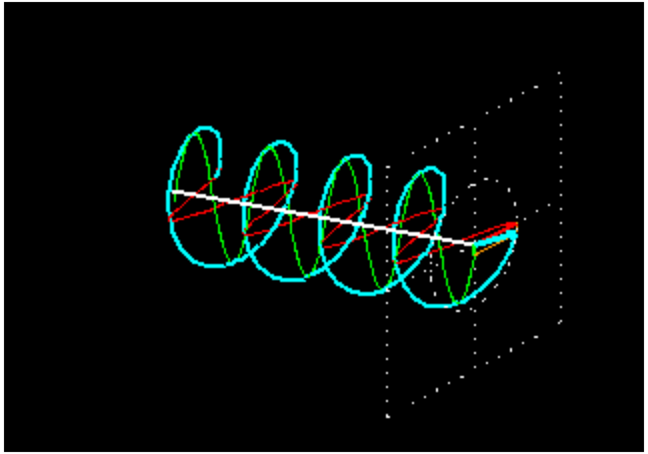
Polarização descrita por um vetor

- Onda circularmente polarizada

$$\vec{E}(z,t) = E_0\left[\cos(kz-\omega t)\hat{i} + \sin(kz-\omega t)\hat{j}\right]$$

- Ou mais genericamente:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{i(kz-\omega t)}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$



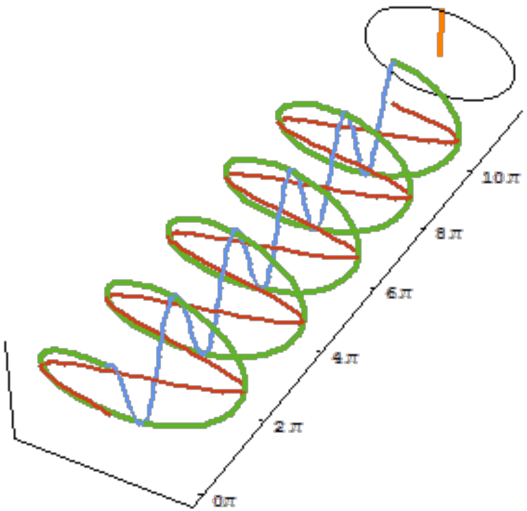
Polarização descrita por um vetor

- Onda elipticamente polarizada (superposição de 2 campos linearmente polarizados, defasados de 90º)

$$\vec{E}(z,t) = E_{0i}\cos(kz-\omega t)\hat{i} + E_{0j}\sin(kz-\omega t)\hat{j}$$

- Ou mais genericamente:

$$\vec{E}(z,t) = e^{i(kz-\omega t)}\begin{bmatrix} E_{0i} \\ -iE_{0j} \end{bmatrix}$$



Polarização descrita por um vetor

- Estas matrizes, que definem o estado da polarização, são chamadas de “Vetores de Jones”

$$\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{\sqrt{E_{0i}^2 + E_{0j}^2}}\begin{bmatrix} E_{0i} \\ -iE_{0j} \end{bmatrix}$$

  - Quando é usada a notação complexa, o campo ‘físico’ que é medido é só a parte real das expressões
  - A quantidade física (intensidade) é proporcional ao produto do campo pelo seu conjugado transposto.

Caso linear

- Se no polarizador (orientado horizontalmente, ***i***) chega luz com direção de polarização θ, só a componente ***i*** sobrevive
- Escrevendo a polarização com a notação dos vetores de Jones

$$\vec{E}_{antes}\left(z,t\right) = E_0 e^{i\left(kz-\omega t\right)}\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{E}_{depois}\left(z,t\right) = E_0 e^{i\left(kz-\omega t\right)}\begin{bmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Por praticidade, vamos a partir de agora omitir o termo $e^{i(kz-wt)}$, mas é preciso lembrar que ele está sempre lá.

$$\vec{E}_{antes} = E_0\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{E}_{depois} = E_0\begin{bmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

Caso linear

- A matriz que representa o efeito do polarizador pode ser escrita como:

$$\mathbf{POL} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Isso porque:

$$\vec{E}_{depois} = \mathbf{POL} \cdot \vec{E}_{antes} = E_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

Verificando

$$\mathbf{POL} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Construímos a matriz **POL** discutindo a polarização linear. Vamos verificar aplicando em um feixe incidente com polarização circular.

$$\vec{E}_{depois} = \mathbf{POL} \cdot \vec{E}_{antes} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- E a intensidade?

$$I_{antes} = E^* \cdot E = \frac{E_0^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} = E_0^2$$

$$I_{depois} = E^* \cdot E = \frac{E_0^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{E_0^2}{2}$$

Orientação arbitrária θ

- Qual é a matriz que descreve um polarizador com orientação θ?
- É só aplicar uma rotação à matriz

$$\mathbf{POL}(\theta) = R(\theta)\cdot\mathbf{POL}(0^o)\cdot R(-\theta)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

- Lembrando: $\theta = 0$ significa a direção ***i***

Verificando

- A luz tem polarização horizontal e o polarizador está em um ângulo θ

$$\vec{E}_{depois} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix} E_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} \cos^2\theta \\ \sin\theta\cos\theta \end{bmatrix}$$

- Verificar que do resultado acima (elevado ao quadrado) é obtida a lei de Malus ($I = I_0 \cos^2 \theta$).

Polarização por reflexão

- O método mais direto de obter luz polarizada a partir de fontes luminosas comuns é por meio de reflexão em meios dielétricos.
- A luz refletida em janelas de vidro, na superfície polida de objetos plásticos, em bolas de bilhar, folhas de papel com um pouco de brilho e até no asfalto, é sempre parcialmente polarizada.

Polarização por reflexão

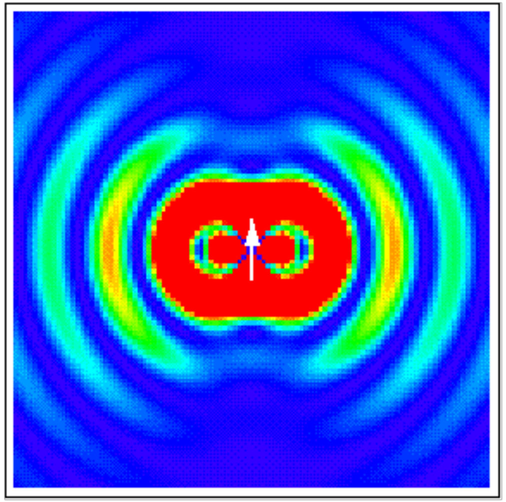
- Para explicar a polarização por reflexão, vamos utilizar o modelo de elétrons osciladores, que fornece uma explicação bastante simples do fenômeno.

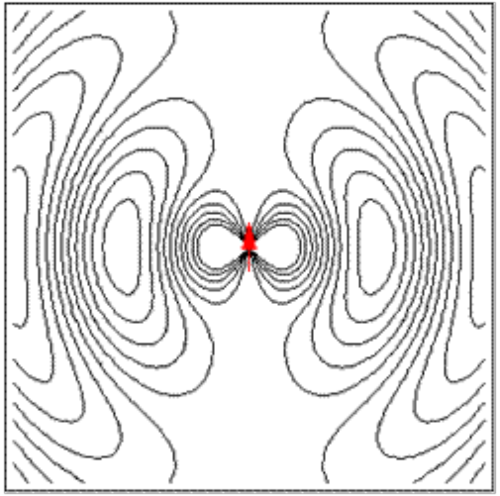
- Para o caso desta experiência esse modelo é razoável, por sua simplicidade e por fornecer explicações satisfatórias para as observações que vamos realizar.

Modelo dos elétrons osciladores

- Quando a luz incide num material, o <u>campo elétrico</u> vai obrigar os elétrons ligados do material a vibrarem.
  - O dipolo -- carga negativa (elétron) que vibra em relação a uma carga positiva (o átomo) -- irradia e essa radiação é, obviamente, EM.

Distribuição de energia de um dipolo infinitesimal

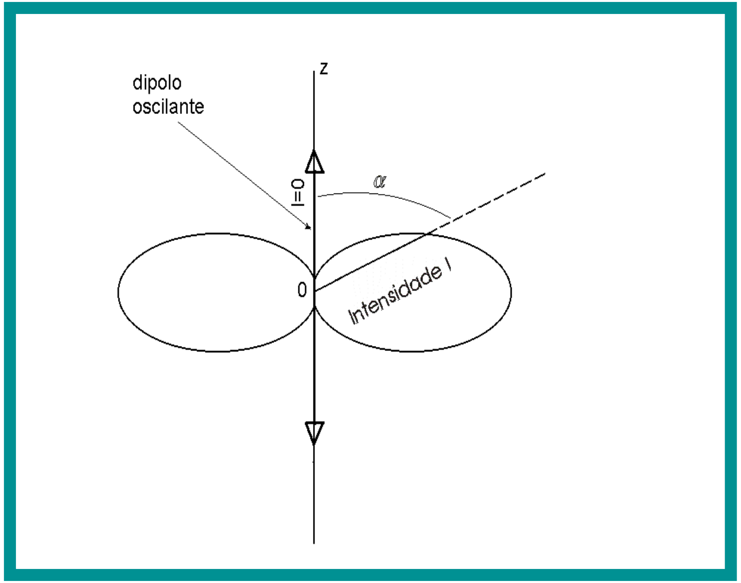




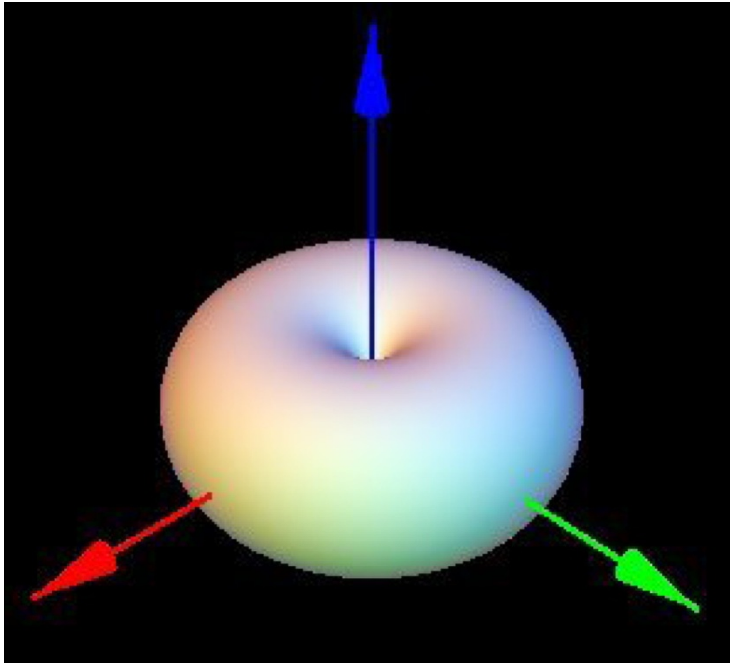
Linhas de campo de um dipolo infinitesimal

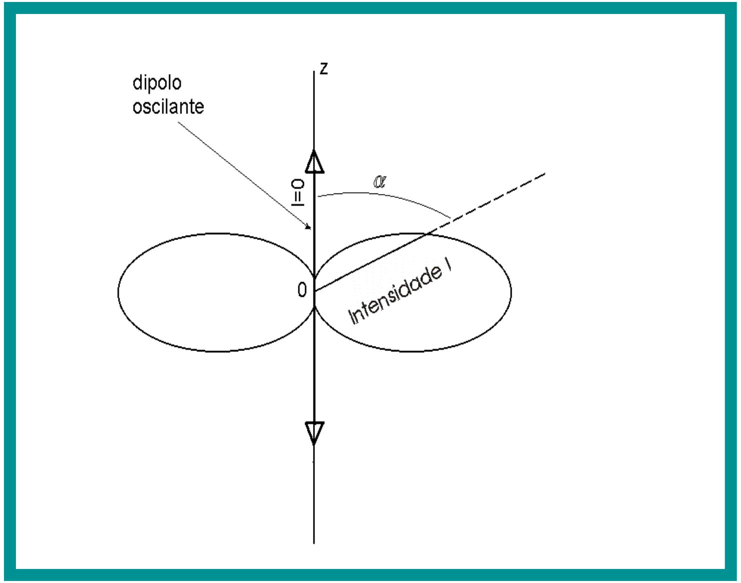
Radiação de um dipolo

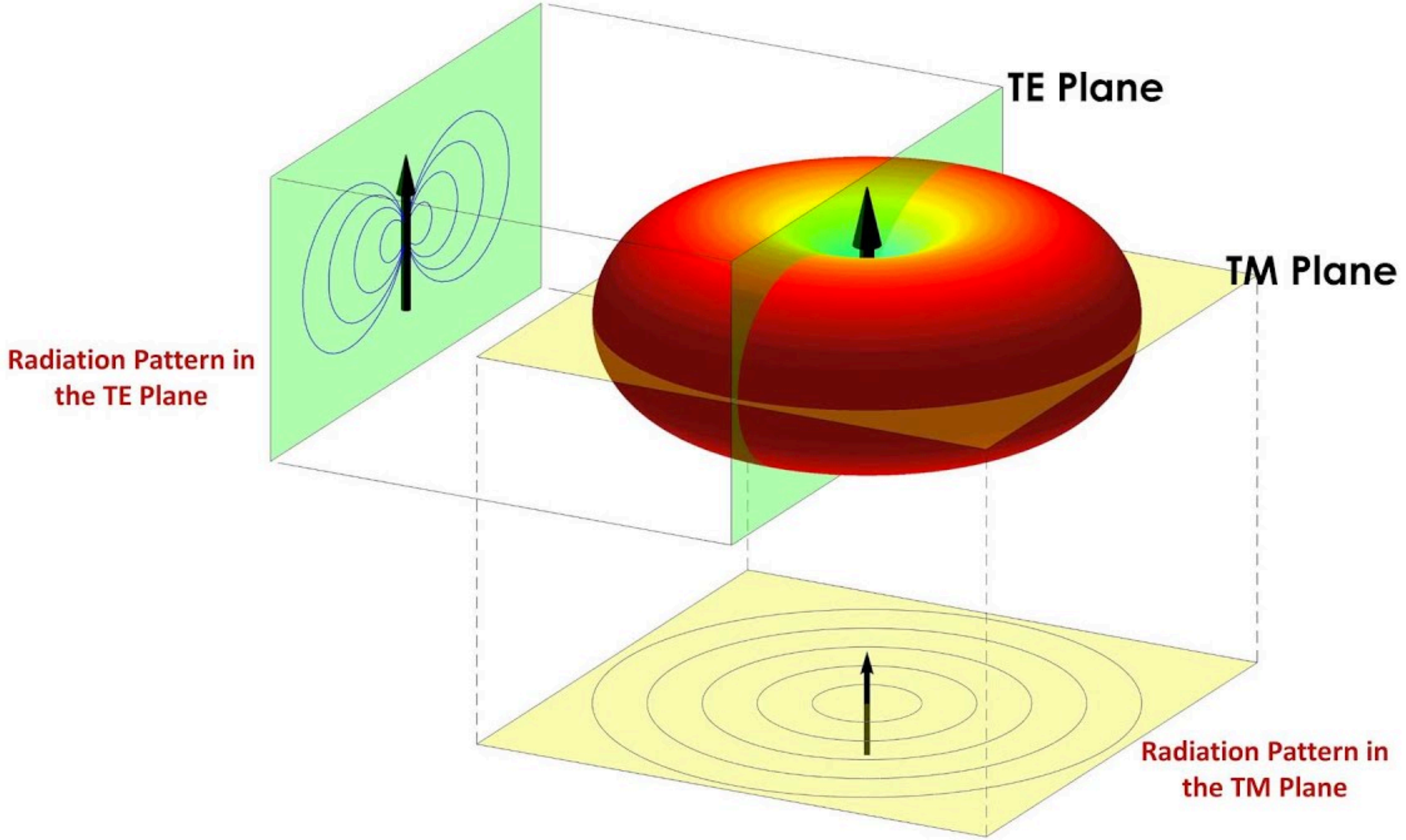
- A distribuição angular da radiação de dipolo não é isotrópica.
- Tem simetria de rotação
- Ela é nula ao longo do eixo que une as cargas (azul) e máxima na direção perpendicular a esse eixo



Radiação de um dipolo



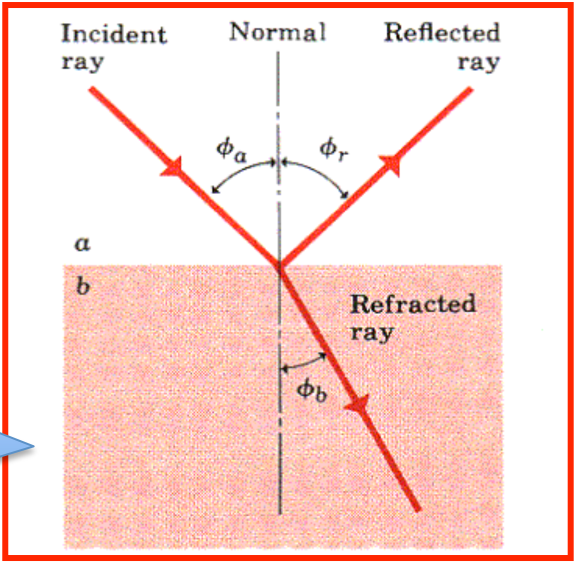



TE Plane
TM Plane
Radiation Pattern in the TE Plane
Radiation Pattern in the TM Plane

Modelo dos elétrons osciladores

- Uma parte dessa energia re-emitida vai aparecer na forma de uma onda refletida e outra como onda refratada.

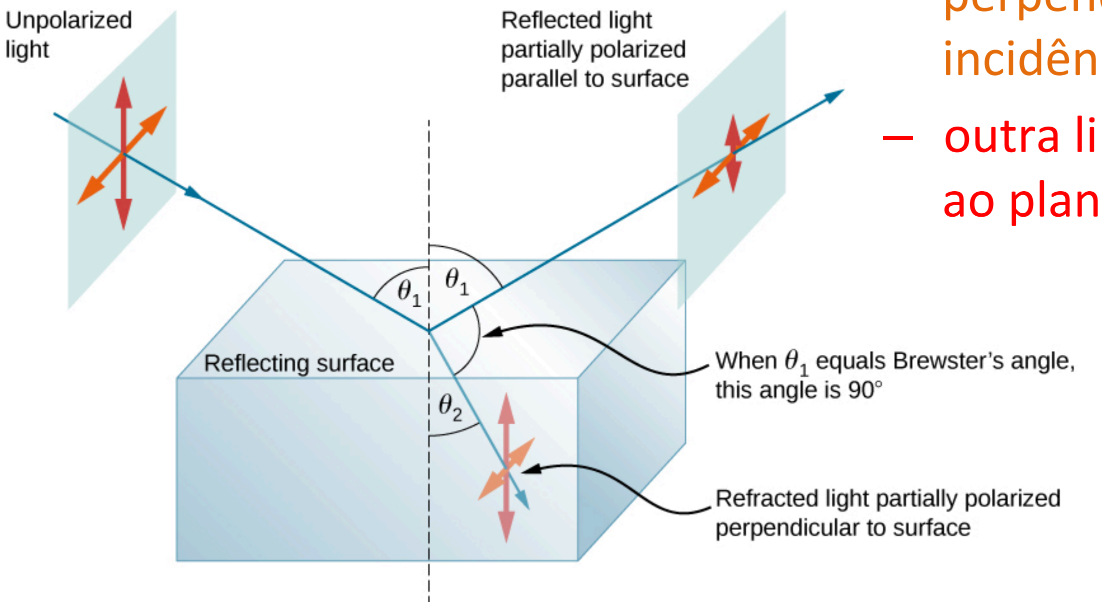
- Definição: **plano de incidência** é o plano que contém os raios incidente, refletido e refratado na superfície de separação entre dois meios.



Neste caso é o plano da tela

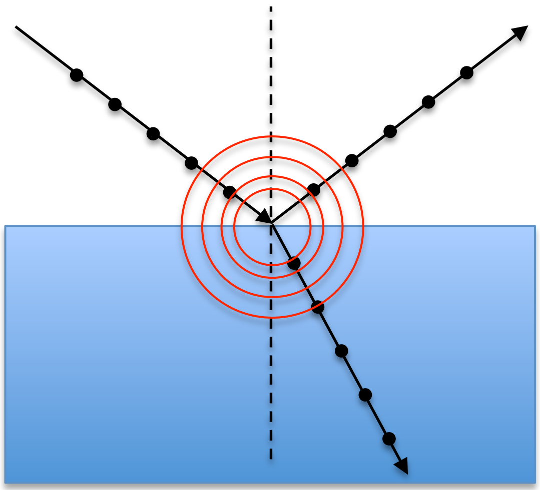
Modelo dos elétrons osciladores

- A onda que incide no material tem 2 componentes:
  - uma linearmente polarizada perpendicularmente ao plano de incidência
  - outra linearmente polarizada paralela ao plano de incidência.



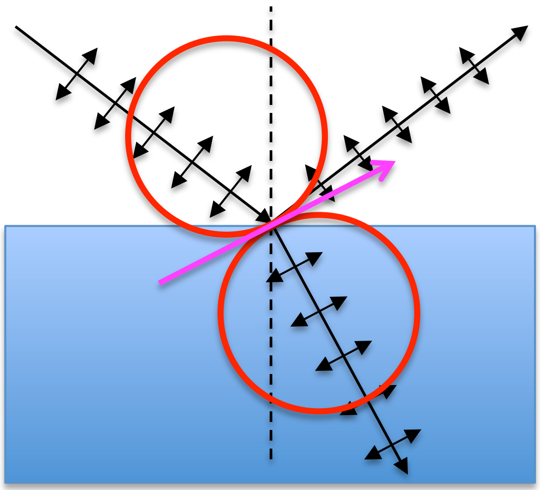
Perpendicular

- Os elétrons ligados do material do meio vibram na direção normal ao plano de incidência (a mesma direção do campo)
- Cada dipolo re-irradia
- Parte da energia re-emitida vai aparecer na forma de uma onda refletida e parte como a onda refratada.



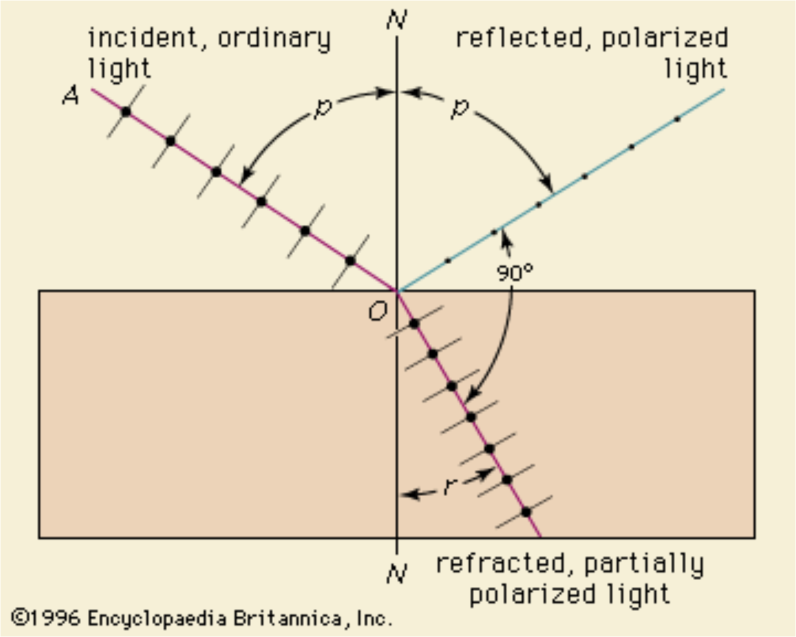
Paralela

- Os dipolos osciladores próximos à superfície (por dentro) tem que vibrar na direção perpendicular a onda refratada.
- Cada dipolo re-irradia
- Devido a distribuição não uniforme, a componente refletida tem uma amplitude menor



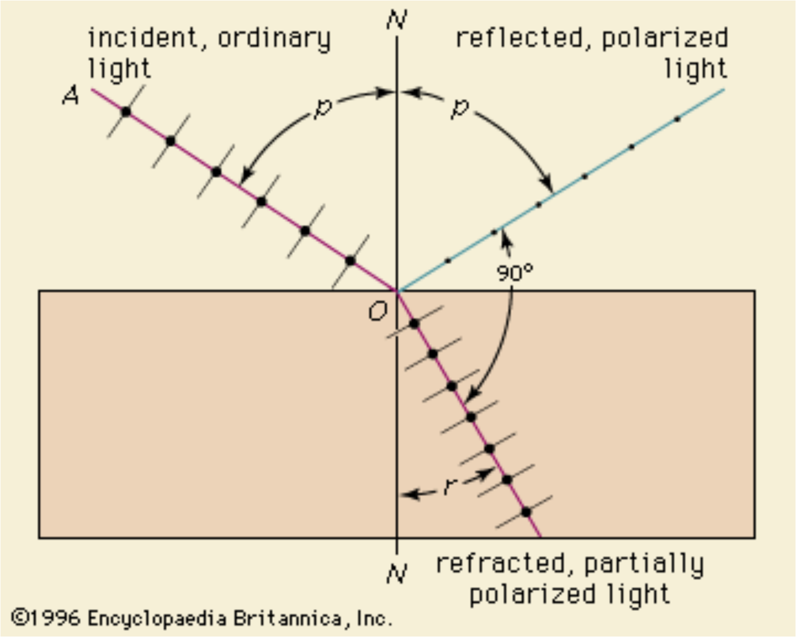
Ângulo de Brewster

- Se o ângulo de reflexão estiver alinhado com o eixo do dipolo, a onda refletida desaparece porque estes não emitem nessa direção.
- Nessas condições: $\theta_r + \theta_t = 90^o$



Ângulo de Brewster

- Se a onda incidente for não polarizada, apenas a componente polarizada na direção normal ao plano de incidência será refletida.



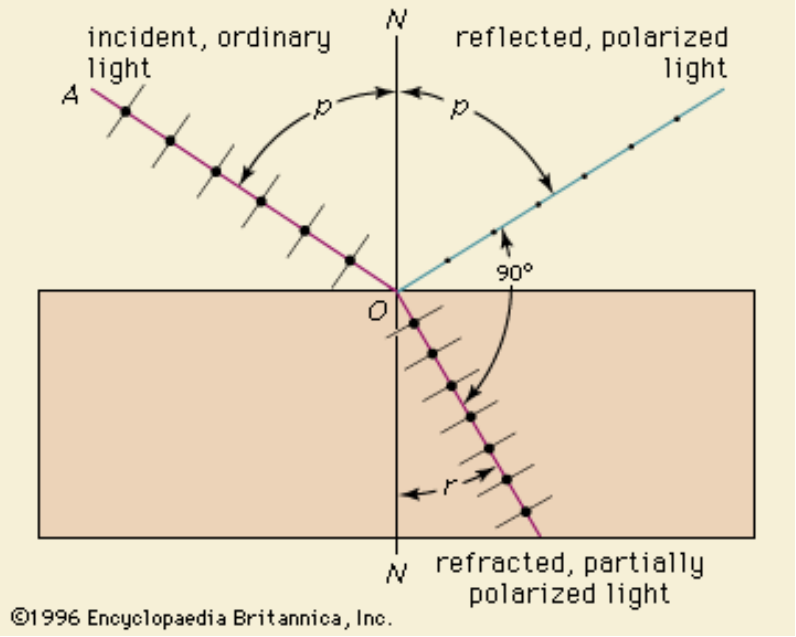
Lei de Brewster

- Lei de Snell:

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$$

- Lei da reflexão: $\theta_r = \theta_i$

$$\theta_r + \theta_t = \theta_B + \theta_t = 90^o$$



Lei de Brewster

- Obtém-se:

$$n_i \sin\theta_B = n_t \sin\theta_t$$

- mas θ_t**=90-**θ_B, portanto **sin**θ_t**=cos**θ_B:

$$n_i \sin\theta_B = n_t \cos\theta_B$$

- Assim, temos que:

$$\boxed{tg\theta_B = \frac{n_t}{n_i}}$$

David Brewster: 1761-1868

Coeficientes de Reflexão

- Quando a luz incide na interface entre dois meios dielétricos com índices de refração diferentes, vamos definir o coeficiente de reflexão, **R**, ou reflectância:

$$R = \frac{dens\ de\ fluxo\ de\ energia\ refletida\ na\ interface\ de\ separação\ de\ 2\ meios}{dens\ de\ fluxo\ de\ energia\ incidente}$$

- A densidade de fluxo de energia radiante é a irradiância cuja unidade é Watt/m^2.

Coeficientes de Transmissão

- O coeficiente de transmissão **T**, ou **transmitância**:

$$T = \frac{dens\ de\ fluxo\ de\ energia\ refratada\ na\ interface\ de\ separação\ de\ 2\ meios}{dens\ de\ fluxo\ de\ energia\ incidente}$$

- Esses coeficientes dependem do estado de polarização, paralelo ou perpendicular ao plano de incidência. Assim teremos $\mathbf{R}_{//}$ e $\mathbf{R}_{\perp}$ e $\mathbf{T}_{//}$ e $\mathbf{T}_{\perp}$.

Como obter os coeficientes

- Tanto **R** como **T** são deduzidos impondo condições de continuidade para os campos elétrico e magnético na superfície de separação entre os meios dielétricos que ela atravessa.

Coeficientes de Reflexão

- Os **coeficientes de reflexão** para polarização perpendicular ao plano de incidência (**R**⊥) e paralela (**R**//) são dados por:

$$R_{//} = \frac{tg^2\left(\theta_i - \theta_t\right)}{tg^2\left(\theta_i + \theta_t\right)}$$

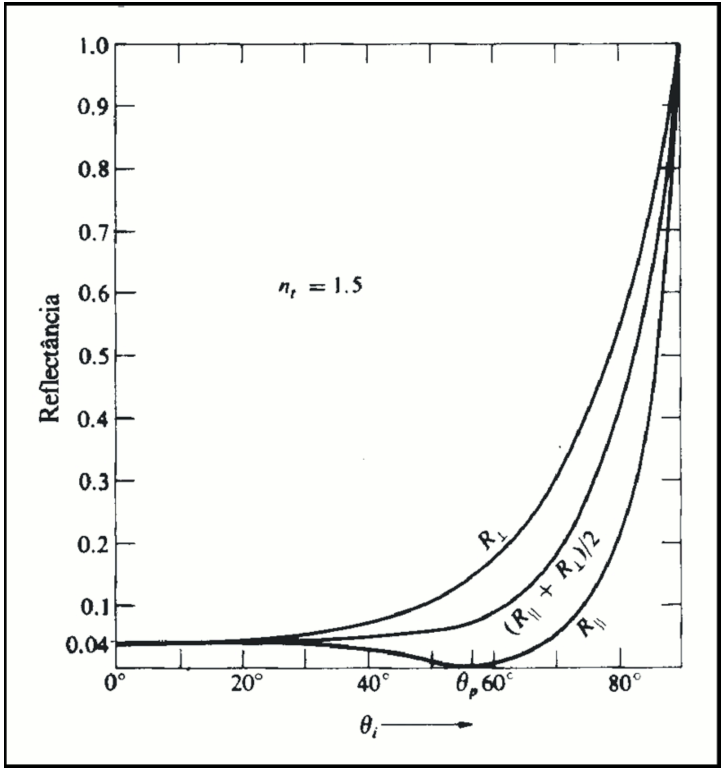
O coeficiente $R_{//}$ se anula quando $(\theta_i+\theta_t)=90°$, porque o denominador se torna infinito ($tg90=\infty$).

$$R_{\perp} = \frac{sen^2\left(\theta_i - \theta_t\right)}{sen^2\left(\theta_i + \theta_t\right)}$$

$R_{\perp}$ não pode nunca ser zero, porque $(\theta_i-\theta_t)\neq 0$. Essa é a essência da lei de Brewster.

Coeficientes de Reflexão

Se medirmos a refletância paralela e perpendicular (ao plano de incidência), em função do ângulo de incidência, vamos obter o gráfico ao lado.

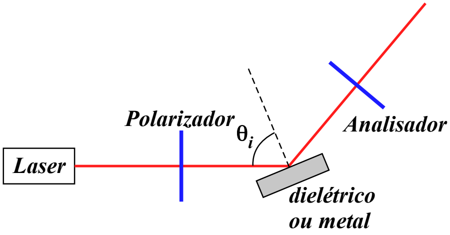


Sumário

1. Experimento
   - Experimento III
   - Polarização da luz
   - Ferramenta de cálculo: as matrizes de Jones
   - Polarização
   - Elipsometria
   - Atividade 2

Montagem

- Podemos analisar a polarização da luz refletida por um material para estudar as suas propriedades ópticas



- Vetor de Jones para a luz que chega no detector

$$\begin{pmatrix} \cos^2\theta & \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta & \operatorname{sen}^2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha \end{pmatrix}$$

Intensidade medida

$$\left(\begin{array}{cc} \cos^2\theta & \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta & \operatorname{sen}^2\theta \end{array}\right)\left(\begin{array}{cc} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{c} -r_p\cos\alpha\cos^2\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ -r_p\cos\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}^2\theta \end{array}\right)$$

$$I \propto |-r_p\cos\alpha\cos^2\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta|^2 + |-r_p\cos\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}^2\theta|^2 =$$

$$= |r_p|^2\cos^2\alpha\cos^2\theta + |r_s|^2\operatorname{sen}^2\alpha\operatorname{sen}^2\theta - \frac{(r_p r_s^* + r_s r_p^*)}{4}\operatorname{sen}2\alpha\operatorname{sen}2\theta$$

Mudança de variável

$$I = |r_p|^2 \cos^2\alpha \cos^2\theta + |r_s|^2 \operatorname{sen}^2\alpha \operatorname{sen}^2\theta - \frac{(r_p r_s^* + r_s r_p^*)}{4} \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} 2\theta$$

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan\Psi e^{i\Delta}$$

- Fazendo essa substituição podemos escrever

$$I = I_0(1 - \eta \operatorname{sen} 2\theta + \xi \cos 2\theta)$$

- onde

$$\eta \equiv 2\frac{\tan\Psi \cos\Delta \tan\alpha}{\tan^2\Psi + \tan^2\alpha} \qquad e \qquad \xi = \frac{\tan^2\Psi - \tan^2\alpha}{\tan^2\Psi + \tan^2\alpha}$$

Ajuste da intensidade

- Os dados de intensidade podem ser ajustados através da expressão

$$I = I_0(1 - \eta \operatorname{sen} 2\theta + \xi \cos 2\theta)$$

- Determinando-se os valores de I_0, η e ξ podemos determinar

$$\tan \Psi = \sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}} |\tan \alpha| \qquad e \qquad \cos \Delta = \frac{\eta}{\sqrt{1-\xi^2}} \mathrm{sinal}(\alpha)$$

- e com isso podemos obter

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan \Psi e^{i\Delta}$$

Propriedades ópticas

- Obtendo Ψ e Δ e usando

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan \Psi e^{i\Delta}$$

$$r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \qquad \text{e} \qquad r_s = -\frac{\operatorname{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{sen}(\theta_i + \theta_t)}$$

- e a Lei de Snell

$$n_i \operatorname{sen} \theta_i = n_t \operatorname{sen} \theta_t$$

- podemos obter o índice de refração do meio

$$n_t^2 = n_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i \left[1 + \tan^2 \theta_i \frac{(\cos 2\Psi - i \operatorname{sen} 2\Psi \operatorname{sen} \Delta)^2}{(1 + \operatorname{sen} 2\Psi \cos \Delta)^2} \right]$$

Para um dielétrico

$$n_t^2 = n_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i \left[1 + \tan^2 \theta_i \frac{(\cos 2\Psi - i \operatorname{sen} 2\Psi \operatorname{sen} \Delta)^2}{(1 + \operatorname{sen} 2\Psi \cos \Delta)^2} \right]$$

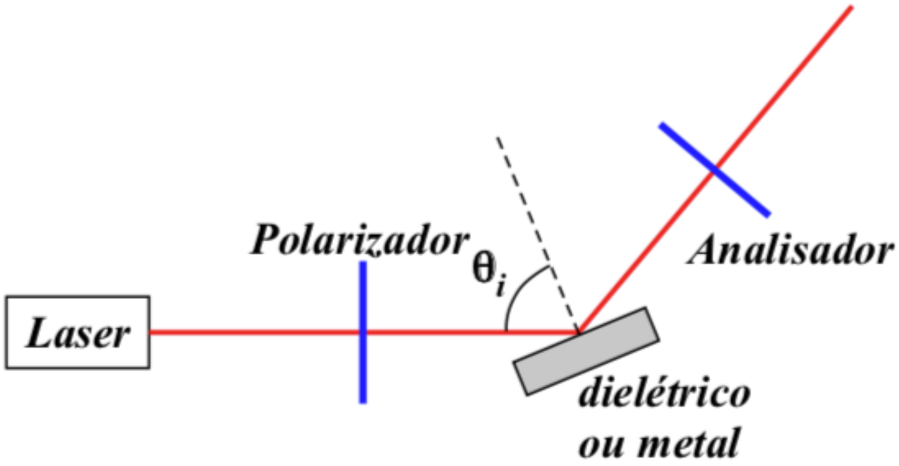
- n_t é real $\Rightarrow \operatorname{sen} \Delta = 0$
- e $\cos \Delta = -1$ para $\theta_i < \theta_B$ e $\cos \Delta = 1$ para $\theta_i > \theta_B$
- então

$$n_t^2 = n_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i \left[1 + \tan^2 \theta_i \frac{\cos^2 2\Psi}{(1 + \operatorname{sen} 2\Psi \cos \Delta)^2} \right]$$

Objetivo da atividade

- Estudar como a luz pode ser polarizada por reflexão na superfície de um dielétrico
- Determinar o índice de refração e o ângulo de Brewster de um dielétrico

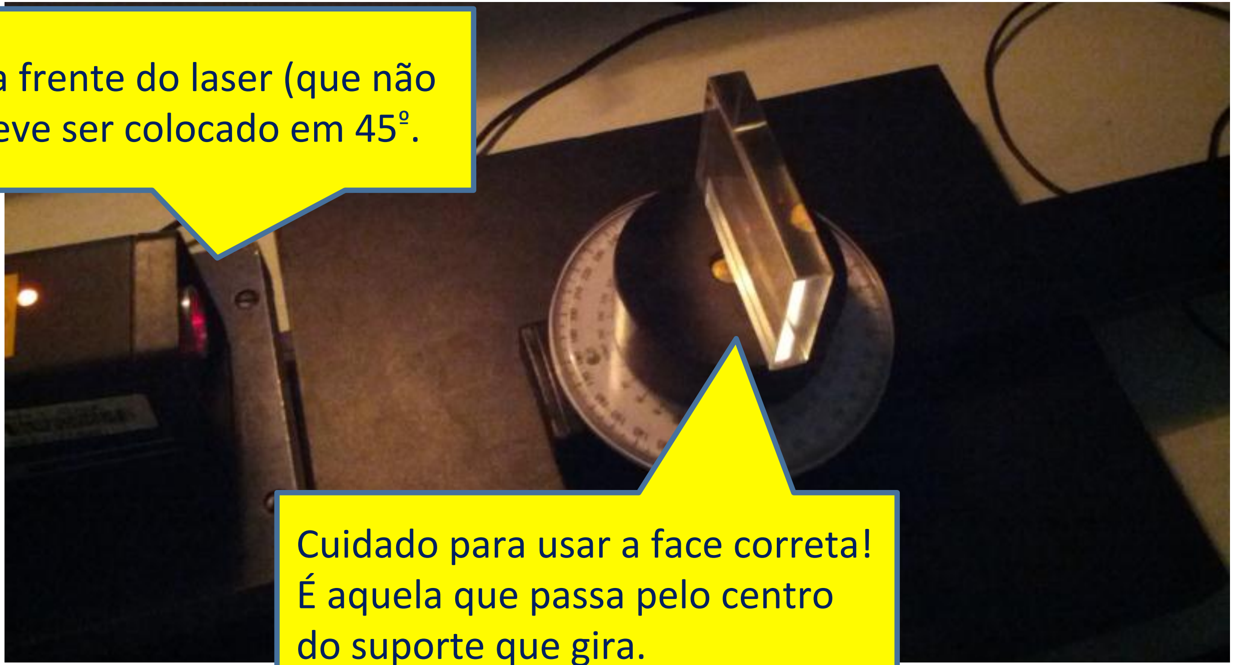
Arranjo experimental



- O polarizador na frente do laser foi colocado em 45º

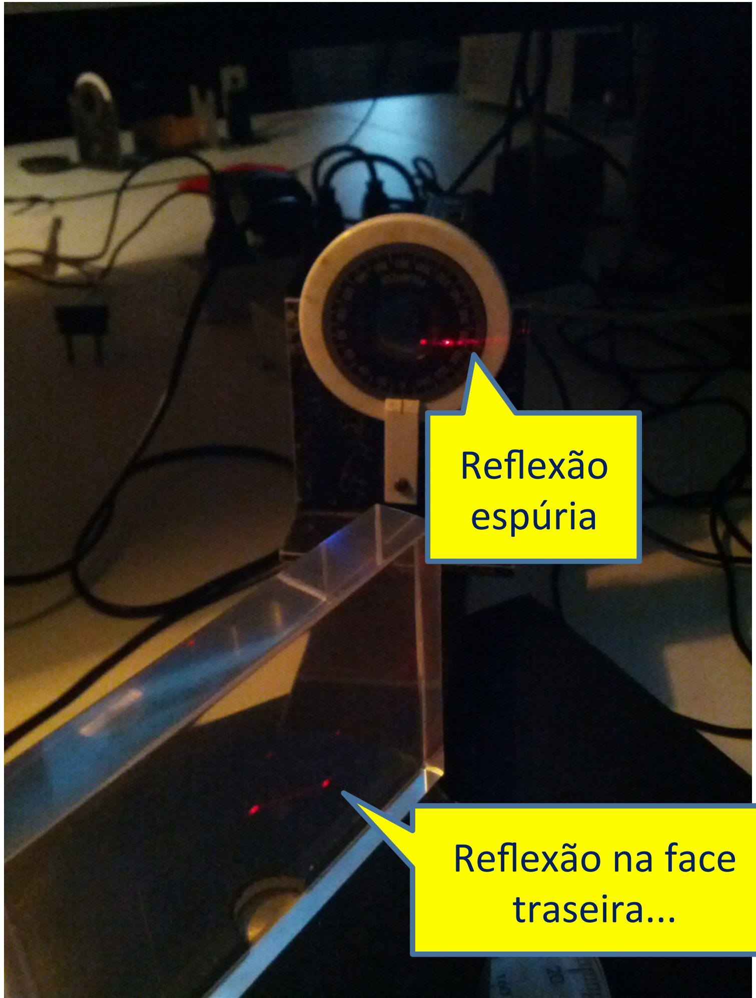
Aparato experimental

DICAS



O polarizador na frente do laser (que não aparece aqui) deve ser colocado em 45º.

Cuidado para usar a face correta! É aquela que passa pelo centro do suporte que gira.


Reflexão espúria
Reflexão na face traseira...


Você pode usar a reflexão para fazer o alinhamento
O feixe deve passar pelo centro. Aqui está desalinhado!

Atividades

- Foram medidas as intensidades de reflexão através do polarizador analisador para três ângulos de incidência
  - θi =35, 50 e 70 graus
- Ajuste as curvas medidas e determine os valores de η e ε para cada ângulo de incidência
- Utilize esses valores na planilha “CALCULO DE n DIELETRICO EXP” e determine o índice de refração do dielétrico
- Qual o tipo de polarização da onda refletida? Qual a mudança na polarização com a variação do ângulo de incidência?
- Avalie a compatibilidade dos índices obtidos e determine o seu valor
- Utilize o valor do índice de refração e determine o ângulo de Brewster do material