

Física Experimental IV

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=90535>

2º Semestre 2021

Exp. 1 - Ótica Geométrica
Atividade 2 – Associação de Lentes

Semana 2 - 26/Agosto

Prof. Henrique Barbosa

hbarbosa@if.usp.br

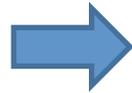
<http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa>

REVISÃO

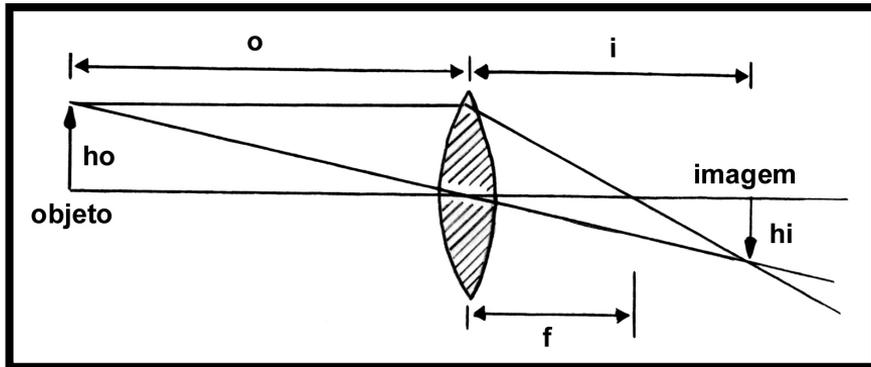
Equação da lente delgada

- Isso significa então que

$$\left(o - \frac{io}{f} + i \right) = 0$$



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$



**Equação de
Gauss para
lentes delgadas**

Modelo Físico

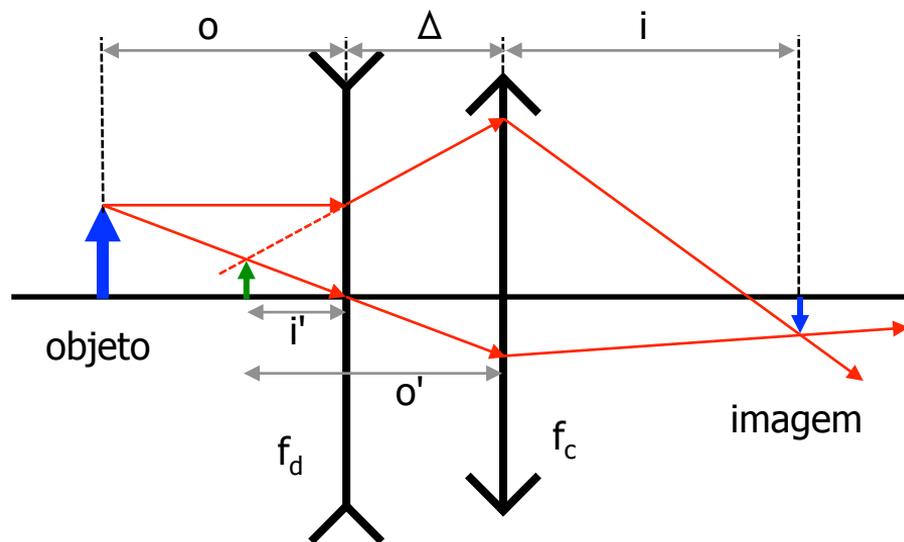
- Encontrar a relação entre imagem e objeto.
 - Aplicar: Lei de Gauss 2x ou o método matricial

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

$$\frac{1}{f_d} = \frac{1}{i'} + \frac{1}{o} \Rightarrow i' = \frac{f_d o}{o - f_d} \quad o' = \Delta - i'$$

$$\frac{1}{f_c} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o'} \Rightarrow i = \frac{f_c o'}{o' - f_c}$$

$$i = \frac{f_c \left(\Delta - \frac{f_d o}{f_d + o} \right)}{\Delta - \frac{f_d o}{f_d + o} - f_c}$$



Método matricial – H17

Caminho livre a partir do objeto

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & o \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

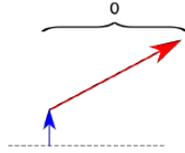


Figura 2: Caminho 1 - Espaço livre

Lente Divergente

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_d} & 1 \end{pmatrix}$$

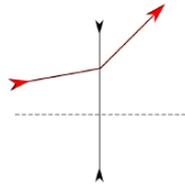


Figura 3: Caminho 2 - Lente Divergente

Caminho livre entre as lentes

$$M_3 = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

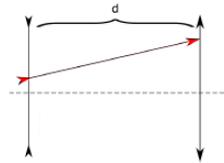


Figura 4: Caminho 3 - Espaço livre

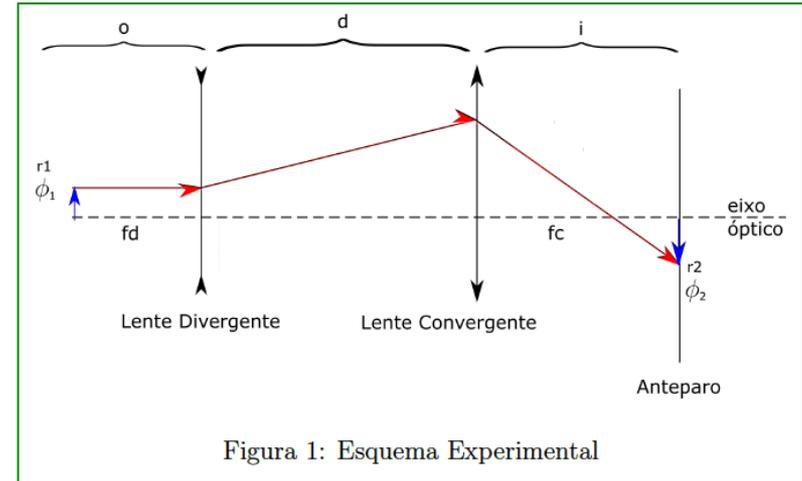


Figura 1: Esquema Experimental

Método matricial – H17

Lente Convergente

$$M_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_c} & 1 \end{pmatrix}$$

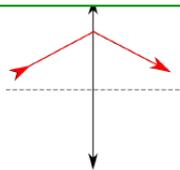


Figura 5: Caminho 4 - Lente Convergente

Caminho livre até a imagem

$$M_5 = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

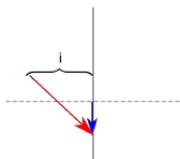


Figura 6: Caminho 5 - Espaço livre

Portanto, temos que o caminho óptico completo deve assumir a seguinte relação:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \underbrace{M_5 M_4 M_3 M_2 M_1}_{M^*} \begin{pmatrix} r_1 \\ \phi_1 \end{pmatrix}$$

Realizando a multiplicação das matrizes dos caminhos ópticos temos que:

$$M^* = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d}{f_d} - \frac{i}{f_r} & o - \frac{od}{f_d} + d - \frac{io}{f_r} - \frac{id}{f_c} + i \\ -\frac{1}{f_r} & -\frac{o}{f_r} - \frac{d}{f_c} + 1 \end{pmatrix}$$

Sendo que $\frac{1}{f_r} = \frac{1}{f_c} - \frac{d}{f_c f_d} + \frac{1}{f_d}$ é a distância focal do sistema das lentes.

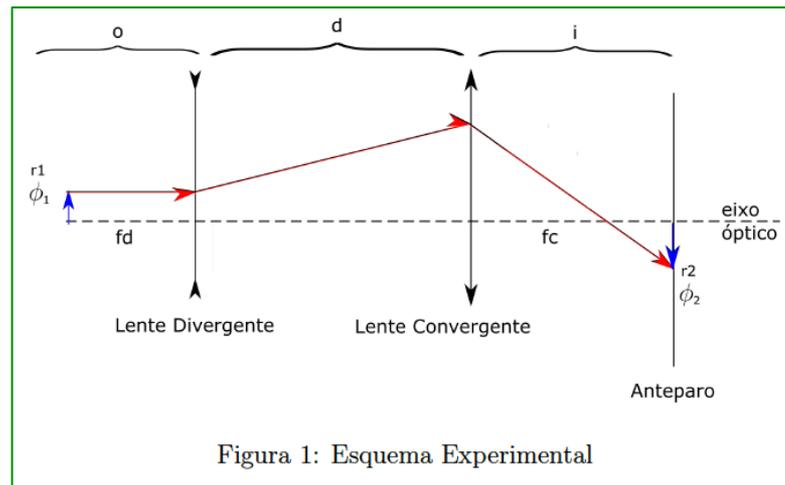


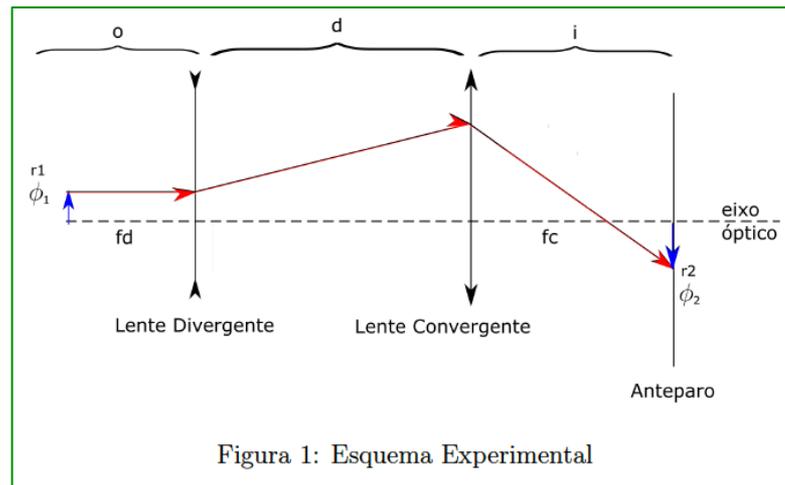
Figura 1: Esquema Experimental

Método matricial – H17

A posição r_2 deve ser independente do ângulo ϕ_1 de que partem esses raios, o termo $[M^*]_{12}$ deve ser nulo. Assim, temos que:

(...algebra...)

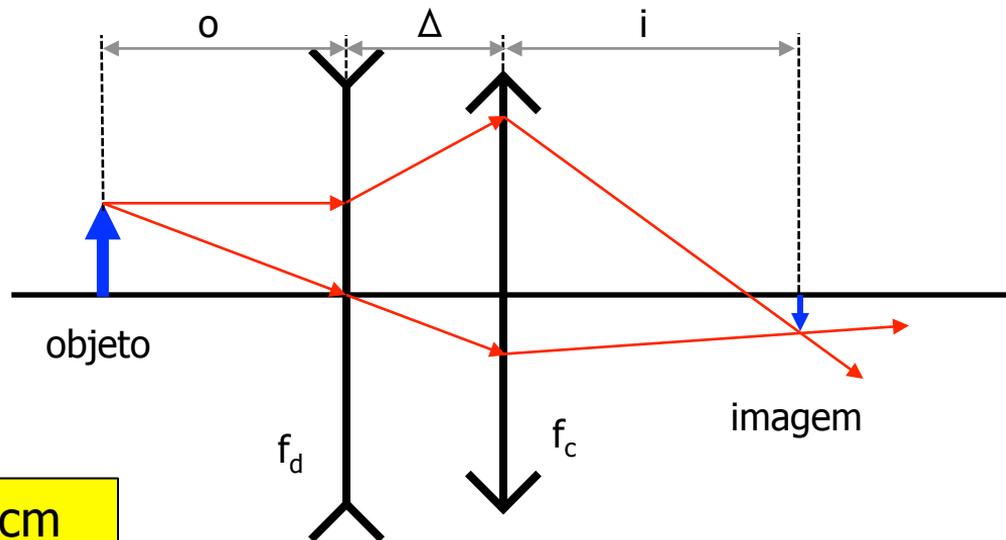
$$i = \frac{(df_c - f_c f_d) \cdot o - df_c f_d}{(d - f_d - f_c) \cdot o - df_d + f_c f_d}$$



Modelo Físico

- Encontrar a relação entre a posição da imagem gerada (i) em função da posição do objeto (o), mantendo fixa a distância entre as lentes (Δ).

- Calcule Δ , supondo
 - $f_d = -10 \text{ cm}$
 - $f_c = 20 \text{ cm}$
 - $o = 50 \text{ cm}$ e
 - $i = 75 \text{ cm}$



Apenas 2 grupos fizeram = 18.94 cm

Análise

- Aplicar o modelo construído aos dados experimentais
 - Ajuste de dados. Avalie o χ^2 e resíduos do ajuste. É um bom ajuste?
 - Obter as distâncias focais das lentes convergente e divergente
- Discuta se aproximação paraxial é válida para as condições deste experimento.

Resultados

Posicao da imagem x Posicao do objeto

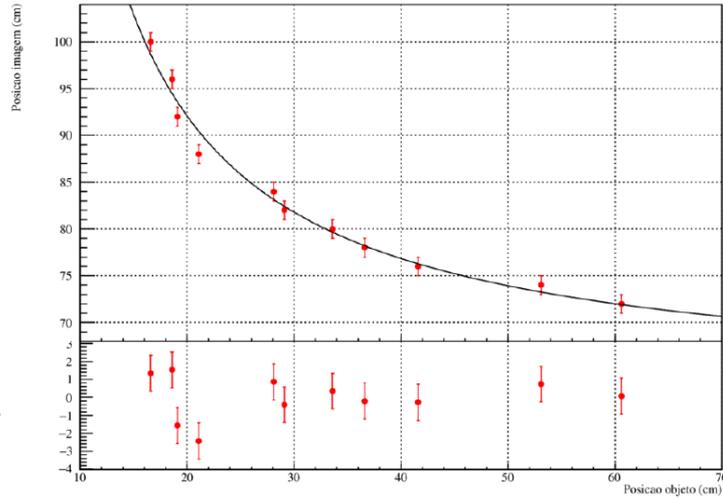
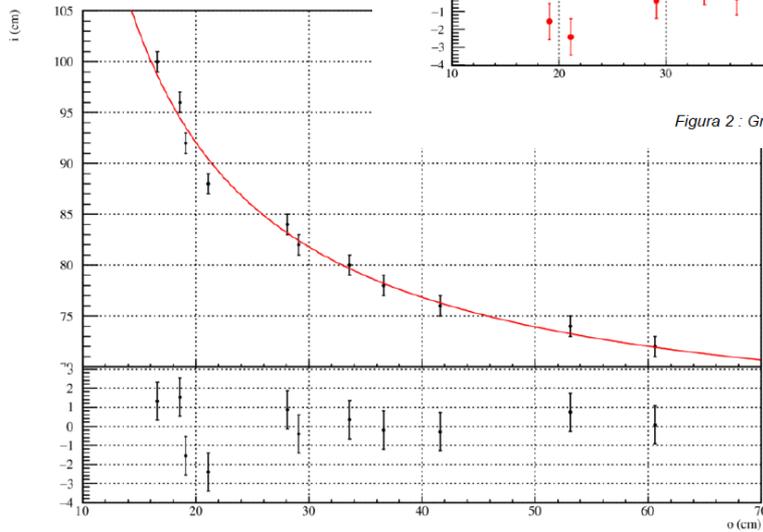
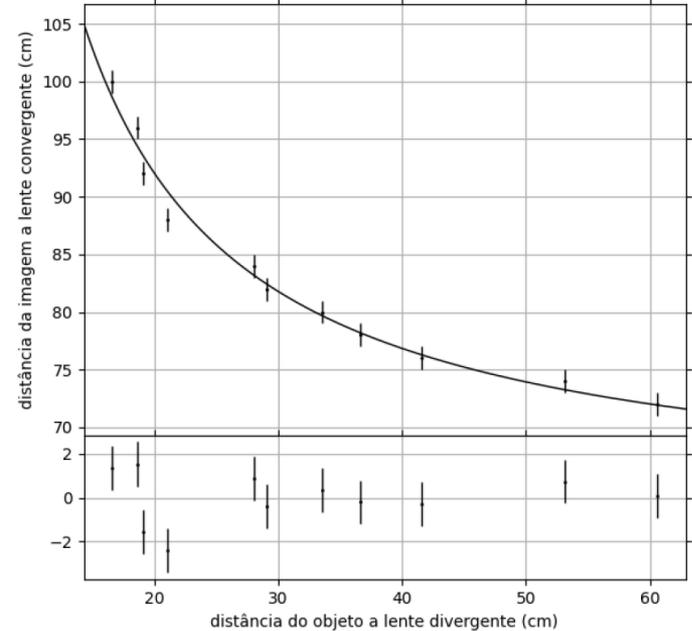


Figura 2 : Gráfico do ajuste



4.3. Resultados obtidos:

distância da imagem x distância do objeto



Como fazer o ajuste?

- A maioria fez $d=19.4\text{cm}$ e ajustou f_d e f_c

$$i = \frac{(df_c - f_c f_d) \cdot o - df_c f_d}{(d - f_d - f_c) \cdot o - df_d + f_c f_d}$$

- Se tentar deixar d livre, o MMQ não converge!

6. Conclusão

O ajuste foi decente, mas pouco satisfatório, pois, apesar de os resíduos e o Chi^2 estarem bons, a distância entre as lentes não foi possível de ser ajustada pelo programa, e os focos ajustados de $(20,69 \pm 0,11)\text{cm}$ para a lente convergente e $(11,48 \pm 0,40)\text{cm}$ para a lente divergente não concordaram com o valor de referência.

Chegou-se à conclusão de que os 3 parâmetros livres e a complexidade da sua organização na fórmula final (4) resultam em uma difícil computação de bons ajustes, sendo preciso fixar um dos parâmetros para se obter um resultado, mesmo assim sensível às condições de ajuste.

Como fazer o ajuste?

- Um grupo tentou 4 par. (mas não explicou).
- Eu tentei fazer assim: $i = \frac{A \cdot o + B}{C \cdot o + D}$ mas tb não converge, pois não são independentes
- Tentei $i = \frac{A' \cdot o + 1}{C' \cdot o + D'}$ e converge, mas é difícil resolver **fd** e **fc** algebricamente.

$$i = \frac{(df_c - f_c f_d) \cdot o - df_c f_d}{(d - f_d - f_c) \cdot o - df_d + f_c f_d}$$

Comparação

Medidas em cm

	D	fd	fd_std	fc	fc_std	chi2	
H1		10.9	0.1	19.0	0.3	11.5	Grupo que ajustou 4 par
		-7.299	0.081	22.567	0.063	11.5433	
	6.7	11.48	0.4	20.69	0.11	14.08	
H8		-11.5	0.4	20.69	0.11	14	
H9		-11.48	0.41	20.69	0.11	13.994	
H11		11.5	0.4	20.7	0.1	14.1	
H12		11.48	0.4	20.69	0.11	13.99	
H14		-11.5	0.4	20.7	0.1	14.0835	
H15	18.94	-11.49	0.41	20.70	0.11	14.1776	
H17	18.9	-11.5	0.4	20.7	0.1	13.9564	

Fit bom, mas algo errado...

Fd < 0

Paraxial?

Para a validade da aproximação de raio paraxial, os ângulos de incidência devem ser $\varphi < 10^\circ$, o que é impossível de garantir utilizando a fonte luminosa não pontual, como uma lâmpada em pequenas distâncias, a qual foi utilizada para a realização do experimento.

Portanto, é possível notar que a aproximação paraxial chega próximo aos valores esperados, no entanto não explica suficientemente bem o fenômeno, uma vez que os valores não foram compatíveis com o fornecido e apresenta algumas inconsistências nos ajustes, como os pontos muito distantes da curva.

A aproximação paraxial permanece válida enquanto os ângulos de divergência permanecerem bem abaixo de 1 rad. Dentro dessa aproximação, pode ser assumido que $\tan \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi$. A evolução do deslocamento do feixe (distância do eixo de referência) e o ângulo do feixe em sistemas ópticos como o nosso podem ser descritos com matrizes 2x2 simples, ou seja, a aproximação paraxial é válida nesse experimento por que estamos trabalhando com ângulos menores que 1 rad e porque existem relações lineares entre o deslocamento e o ângulo dos feixes, tanto antes quanto depois de algum componente ou do próprio sistema óptico, e também porque as lentes utilizadas são consideradas delgadas.

Paraxial?

- Era simples! Qual o ângulo dos raios em relação da 1a lente? É $< 10^\circ$?

$$ang \max \approx \arctan\left(\frac{\Phi_{lente}}{Dist_{min}}\right)$$

- E a segunda lente?

