Física Experimental IV

https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=90535

2º Semestre 2021

Exp. 1 - Ótica Geométrica

Atividade 2 – Associação de Lentes

Semana 2 - 26/Agosto

Prof. Henrique Barbosa

hbarbosa@if.usp.br

http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa

Aviso

- Prof. Felix (coord.) mudará o horário da monitoria de 5a para 6a.
- Nossa entrega de síntese é até 5a feira 18:59
- A presença é contada pela aula + entrega da síntese

Exp. 1 - Óptica Geométrica

- Objetivos
  - Estudar algumas características da óptica geométrica e construir imagens utilizando lentes simples e sistemas de lentes.

Cronograma

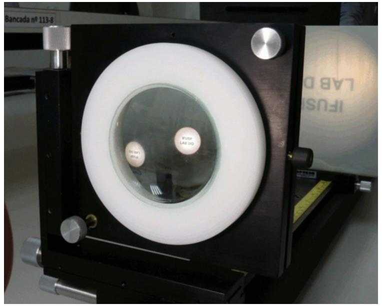
Deu tudo certo na análise da última síntese?

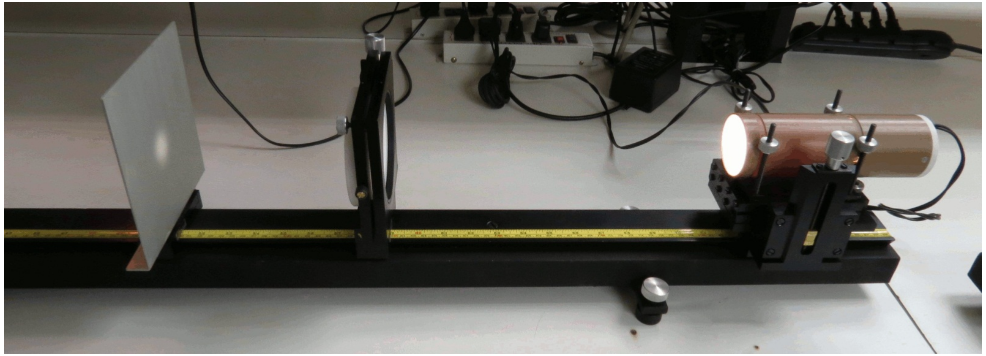
- 3 atividades:
  - **Atividade 1:** distância focal de uma lente **convergente**
  - **Atividade 2:** distância focal de uma lente **divergente**
  - **Atividade 3:** aproximação da lente delgada

Como podemos medir a distância focal de uma lente divergente?

Discussão em grupos

Lentes diversas





Fontes de luz

Trilhos ópticos

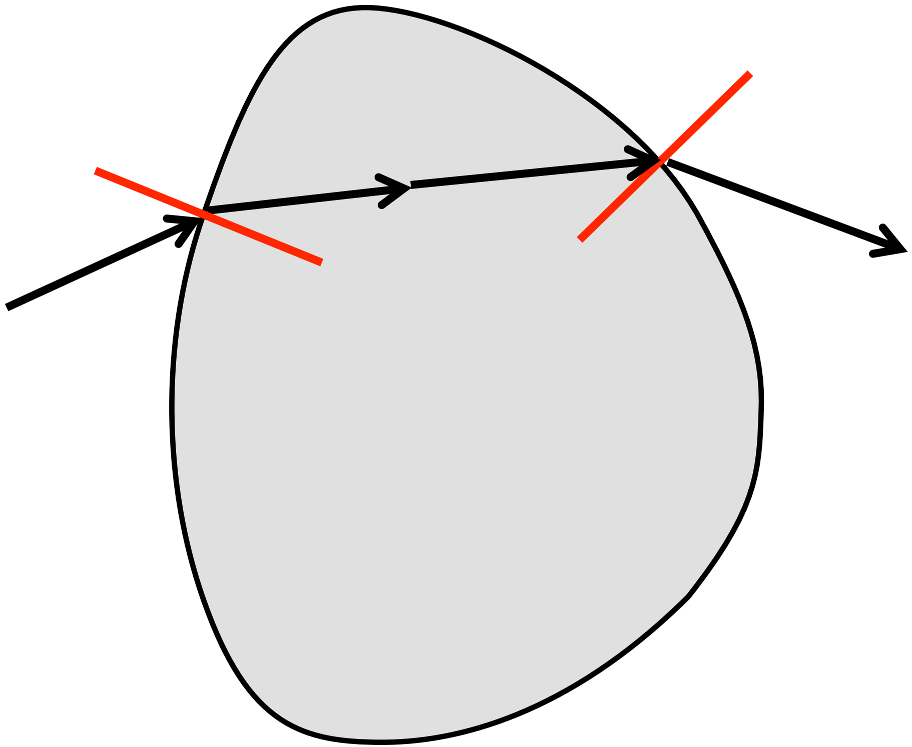
Medidor de raio de curvatura

Lasers

Funcionamento das Lentes

O funcionamento de uma lente é simples:

- Luz incide em uma das superfícies
- Ocorre refração nesta superfície
- A luz se propaga para a segunda superfície
- Ocorre nova refração



Lentes: Trajetórias de um raio luminoso

- O cálculo das trajetórias de raios luminosos é bastante complexo e trabalhoso

- Necessita-se saber os ângulos de incidência em cada uma das superfícies, os respectivos índices de refração e as distâncias/formas das superfícies

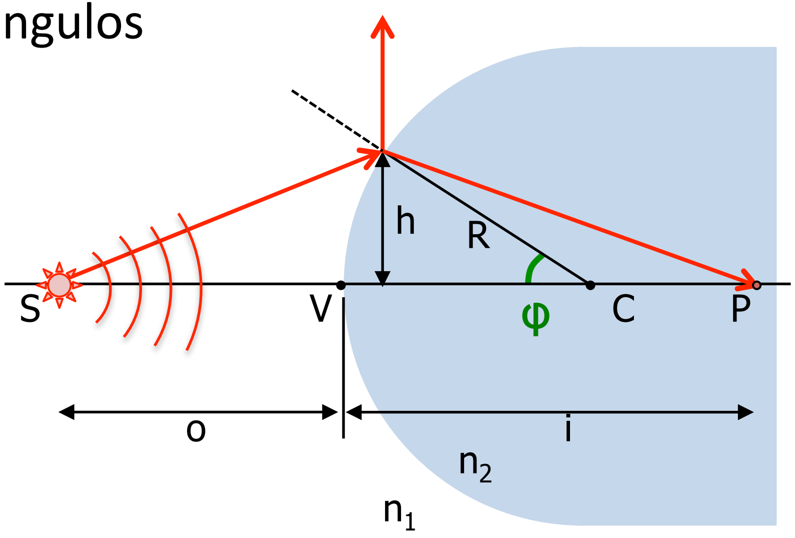
- **Uma técnica utilizada para facilitar estes cálculos é o método matricial**

Aproximação de raio paraxial

- Para aplicar o método matricial é necessário que os raios luminosos sejam paraxiais
- Um raio paraxial tem direção próxima da direção do eixo, ou seja, incide na lente em ângulos pequenos.

$$\tan \varphi \approx \varphi < 10^{\circ}$$

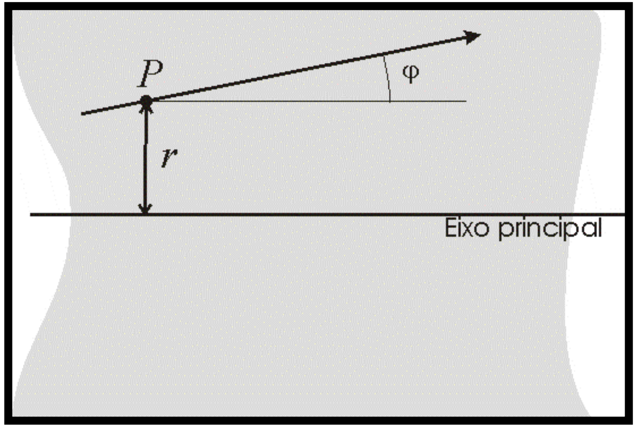
$$h < R / 6$$



Método Matricial de Cálculo da Trajetória

- Seja um raio luminoso **R** em um meio óptico qualquer. Podemos caracterizar, em qualquer ponto **P**, este raio luminoso pela:
  - Distância ao eixo óptico principal
  - ângulo que ele faz com esse eixo.
- Usamos um vetor de 2 componentes:

$$P = \begin{pmatrix} r \\ \phi \end{pmatrix}$$



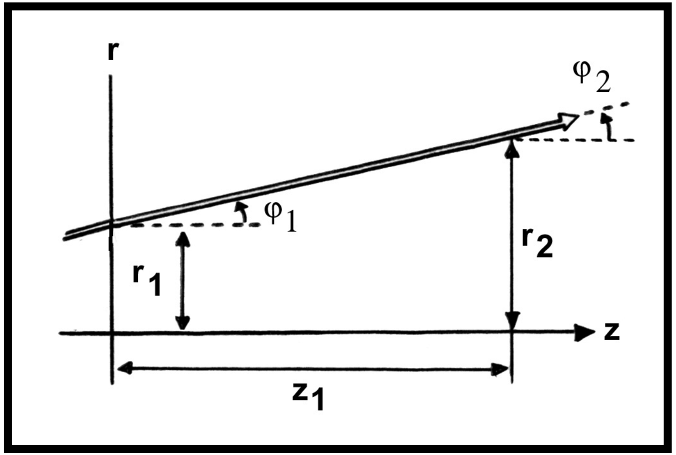
Método Matricial

- O método matricial descreve a trajetória do raio luminoso de um ponto P_1 para outro ponto P_2, num meio qualquer, através de uma matriz de transformação M:

$$P_1 = \begin{pmatrix} r_1 \\ \phi_1 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} r_2 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = M \cdot P_1$$



Transformação de P_1 para P_2

- Assim, a transferência do raio luminoso de um ponto P_1 para outro ponto P_2 em um meio pode ser escrita como:

$$P_2 = MP_1 = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} P_1$$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \phi_1 \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} r_2 &= Ar_1 + B\phi_1 \\ \phi_2 &= Cr_1 + D\phi_1 \end{aligned}$$

Propriedades da transformação

- Devido à reversibilidade dos raios luminosos, as matrizes de transformação devem ser reversíveis. A transformação inversa é feita através do inverso da matriz de transformação:

$$P_1 = M^{-1} P_2$$

- O teorema de Liouville diz que a área de um feixe luminoso é conservada no espaço de fase (r e φ), portanto:

$$\det\left(M\right) = \det\left(M^{-1}\right) = 1$$

Vários meios diferentes

- O método matricial permite escrever a propagação de um raio luminoso por matrizes independentes para cada meio envolvido (elemento ótico) e combiná-las.
- Seja, por exemplo, uma propagação do ponto P_1 para P_2 que passa por vários meios distintos. A transformação, neste caso, é:

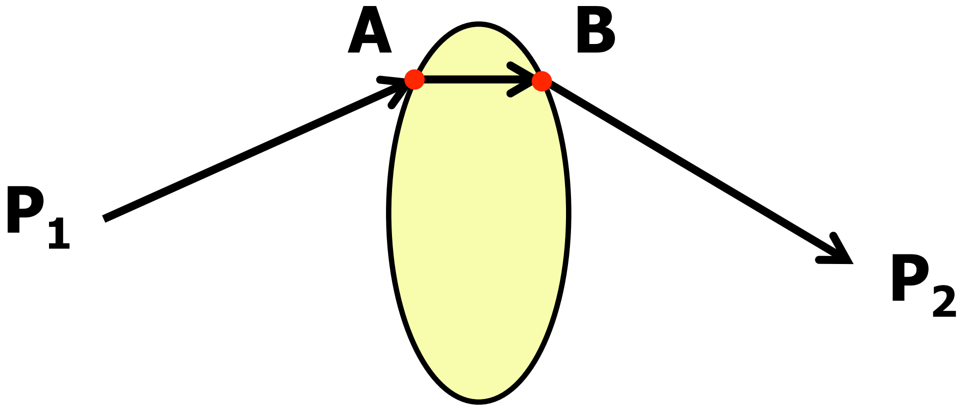
$$P_2 = M_n M_{n-1} \cdots M_2 M_1 P_1$$

Exemplo: Lente Simples

- Do ponto P_1 para P_2 temos que: $P_2 = M_{P_1 \to P_2} P_1$

- A matriz é a composição de três transformações diferentes:

$$M_{P_1 \to P_2} = M_{B \to P_2} \cdot M_{A \to B} \cdot M_{P_1 \to A}$$

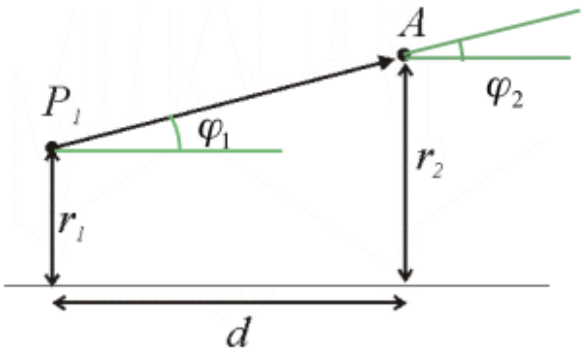


Propagação de P_1 até A

- De P_1 para A, propagação em linha reta:

$$\phi_2 = \phi_1$$

$$r_2 = r_1 + d \tan \phi_1$$



- Aprox. paraxial:

$$tg\phi_1 \approx sen\phi_1 \approx \phi_1$$

- Portanto:

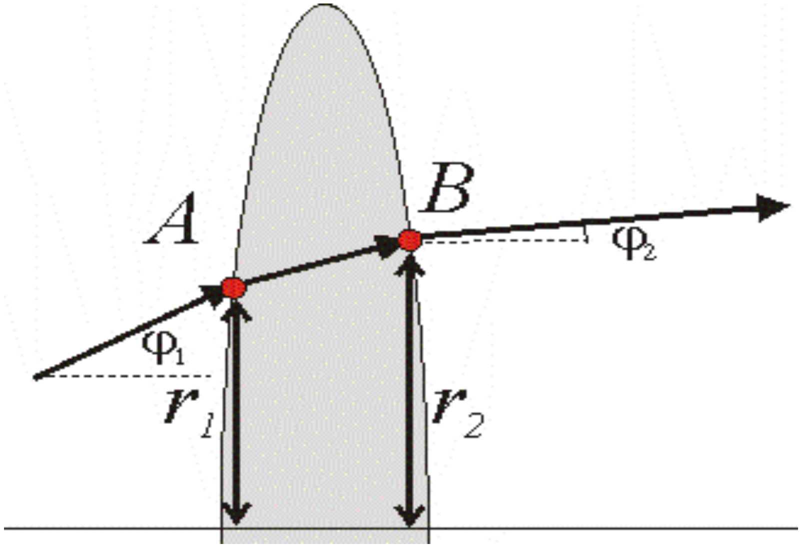
$$r_2 = r_1 + d \cdot \phi_1 \Rightarrow \begin{pmatrix} r_2 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_{P_1 \to A}} \begin{pmatrix} r_1 \\ \phi_1 \end{pmatrix}$$

Propagação de A até B

- De A para B, propagação dentro da lente.
- Na aproximação de lentes delgadas, temos:

$$A \approx B \Rightarrow r_2 \approx r_1$$

- O que acontece com os ângulos?



Propagação de A até B

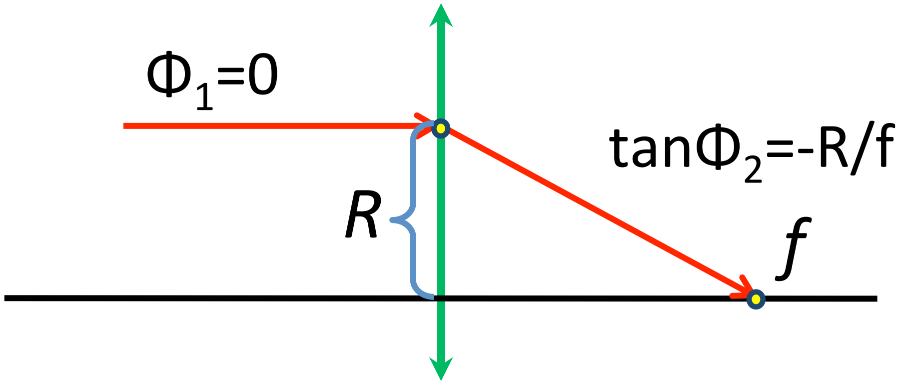
- Portanto:

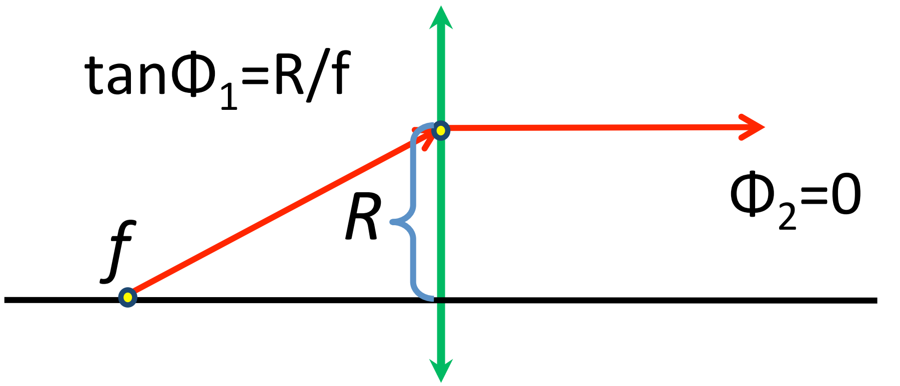
$$\phi_1 = R/f \Rightarrow \phi_2 = 0$$

$$\phi_1 = 0 \Rightarrow \phi_2 = -R/f$$

- Dedução na apostila:

$$M_{A\to B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$





Transformação Completa

- Assim, as matrizes de transformação para uma lente simples, delgada, são:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ \emptyset & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \emptyset \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & o \\ \emptyset & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \phi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação do ponto de saída da lente (B) até o ponto imagem <u>i</u> (P_2)

Transformação entre os pontos A e B dentro da lente

Transformação do ponto objeto <u>o</u> (P_1) até a lente (A)

Transformação Completa

- Para a lente delgada a transformação completa fica:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{i}{f} & o-\dfrac{io}{f}+i \\ -\dfrac{1}{f} & 1-\dfrac{o}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \phi_1 \end{pmatrix}$$

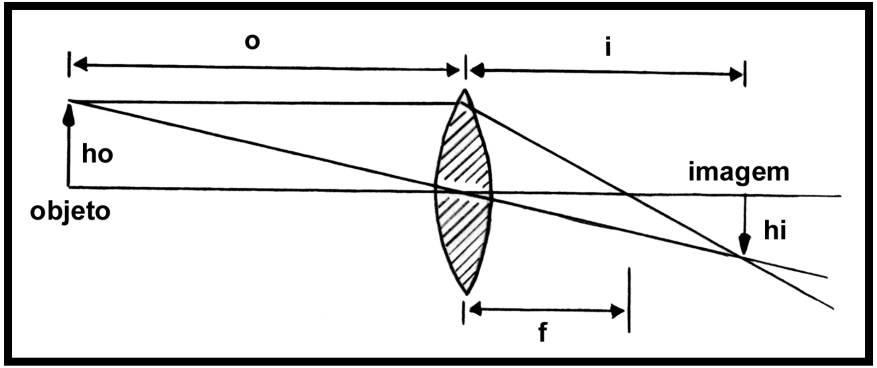
- Ou seja:

$$r_2 = \left(1-\frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o-\frac{io}{f}+i\right)\phi_1$$

$$\phi_2 = -\frac{1}{f} r_1 + \left(1-\frac{o}{f}\right)\phi_1$$

Equação da lente delgada

- Uma lente delgada forma a imagem em uma posição específica, ***i***, (que depende de ***o*** e ***f***).
- Nesta posição, todos os raios saindo de $\mathbf{r_1=ho}$ chegam no mesmo ponto $\mathbf{r_2=hi}$ independente de $\boldsymbol{\phi_1}$

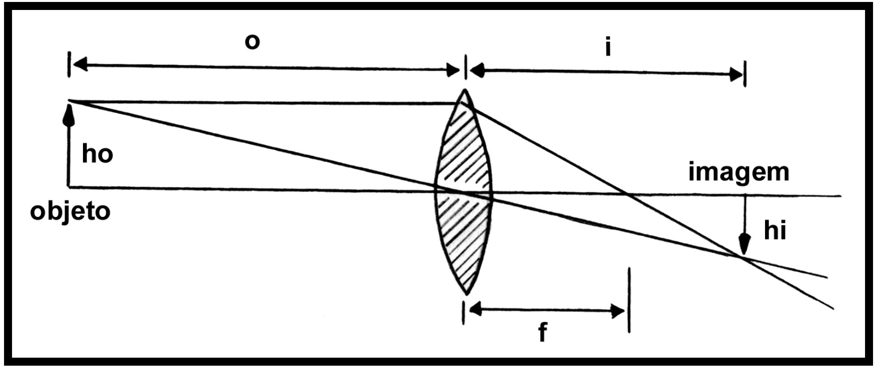


$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \underbrace{\left(o - \frac{io}{f} + i\right)}_{\text{zero}} \phi_1$$

Equação da lente delgada

- Isso significa então que

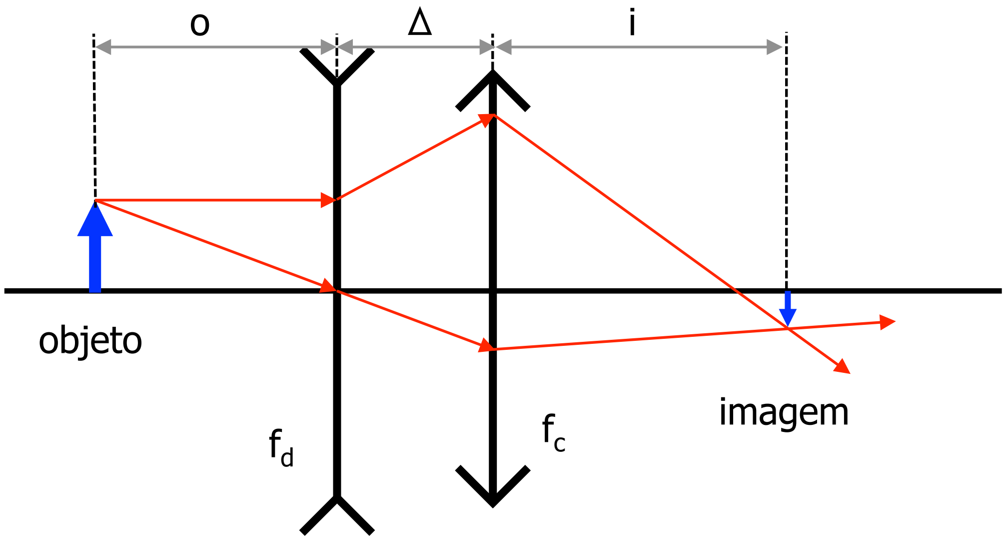
$$\left(o-\frac{io}{f}+i\right)=0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{f}=\frac{1}{i}+\frac{1}{o}}$$



Equação de Gauss para lentes delgadas

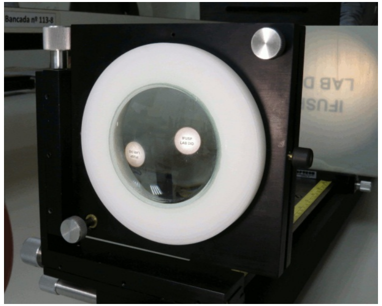
Atividade 2

- Estudar uma associação de lentes
  - Lente convergente + lente divergente

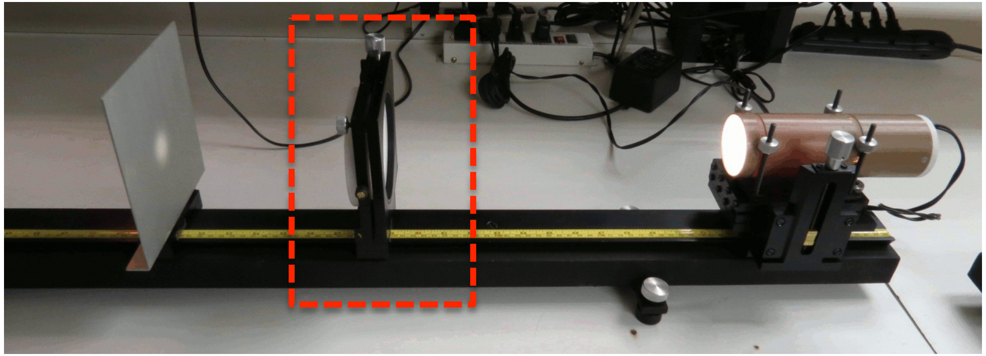


Materiais à disposição

Lentes diversas



Serão 2 lentes



Fontes de luz

Trilhos ópticos

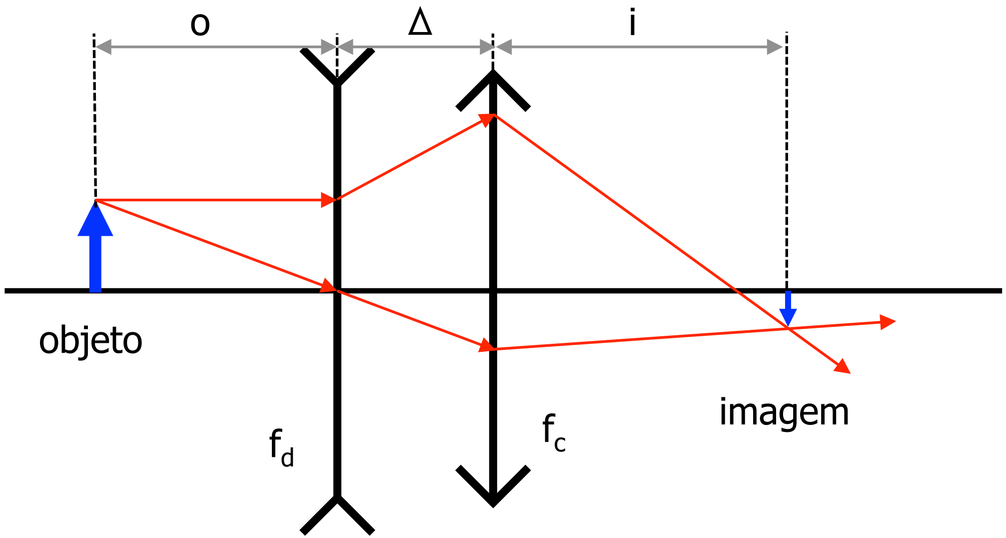
Medidor de raio de curvatura

Lasers

Modelo Físico

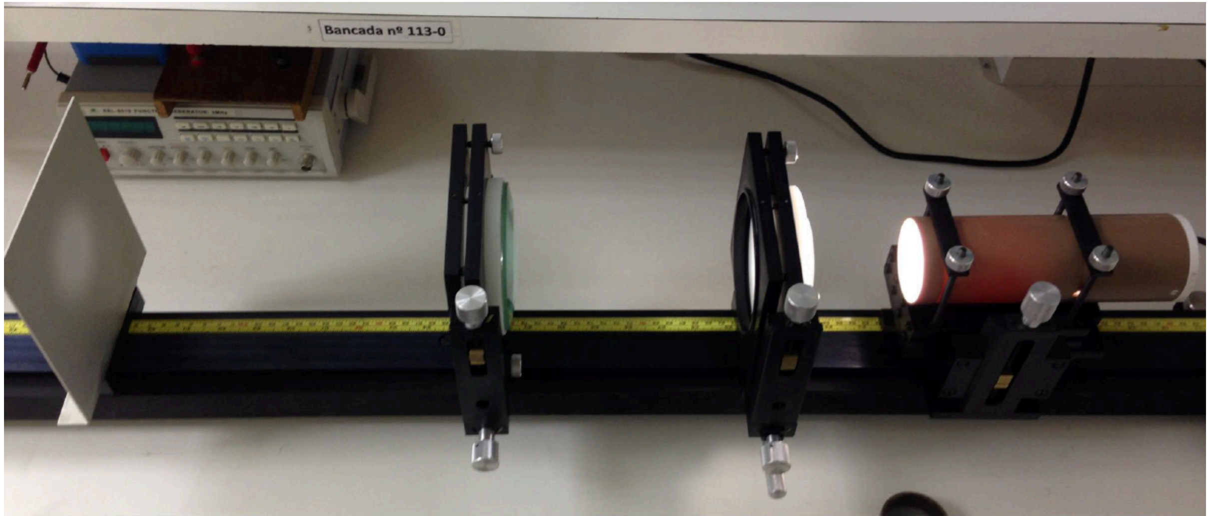
- Encontrar a relação entre a posição da imagem gerada (i) em função da posição do objeto (o), mantendo fixa a distância entre as lentes (Δ).

- Calcule Δ, supondo
  - $f_d = -10$ *cm*
  - $f_c = 20$ *cm*
  - $o = 50$ *cm* e
  - $i = 75$ *cm*



Medidas no laboratório

- Para cada posição do objeto (o) foi medida a posição da imagem (i) correspondente, com as lentes separadas de uma certa distância Δ.



Análise

- Aplicar o modelo construído aos dados experimentais
  - Ajuste de dados. Avalie o χ^2 e resíduos do ajuste. É um bom ajuste?
  - Obter as distâncias focais das lentes convergente e divergente

- Discuta se aproximação paraxial é válida para as condições deste experimento.