

# Física Experimental IV

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=90535>

2º Semestre 2021

Exp. 2 – Computador Óptico

Atividade 5 – Aplicação do Computador Óptico

Semana 8 - 21/Outubro

Prof. Henrique Barbosa

[hbarbosa@if.usp.br](mailto:hbarbosa@if.usp.br)

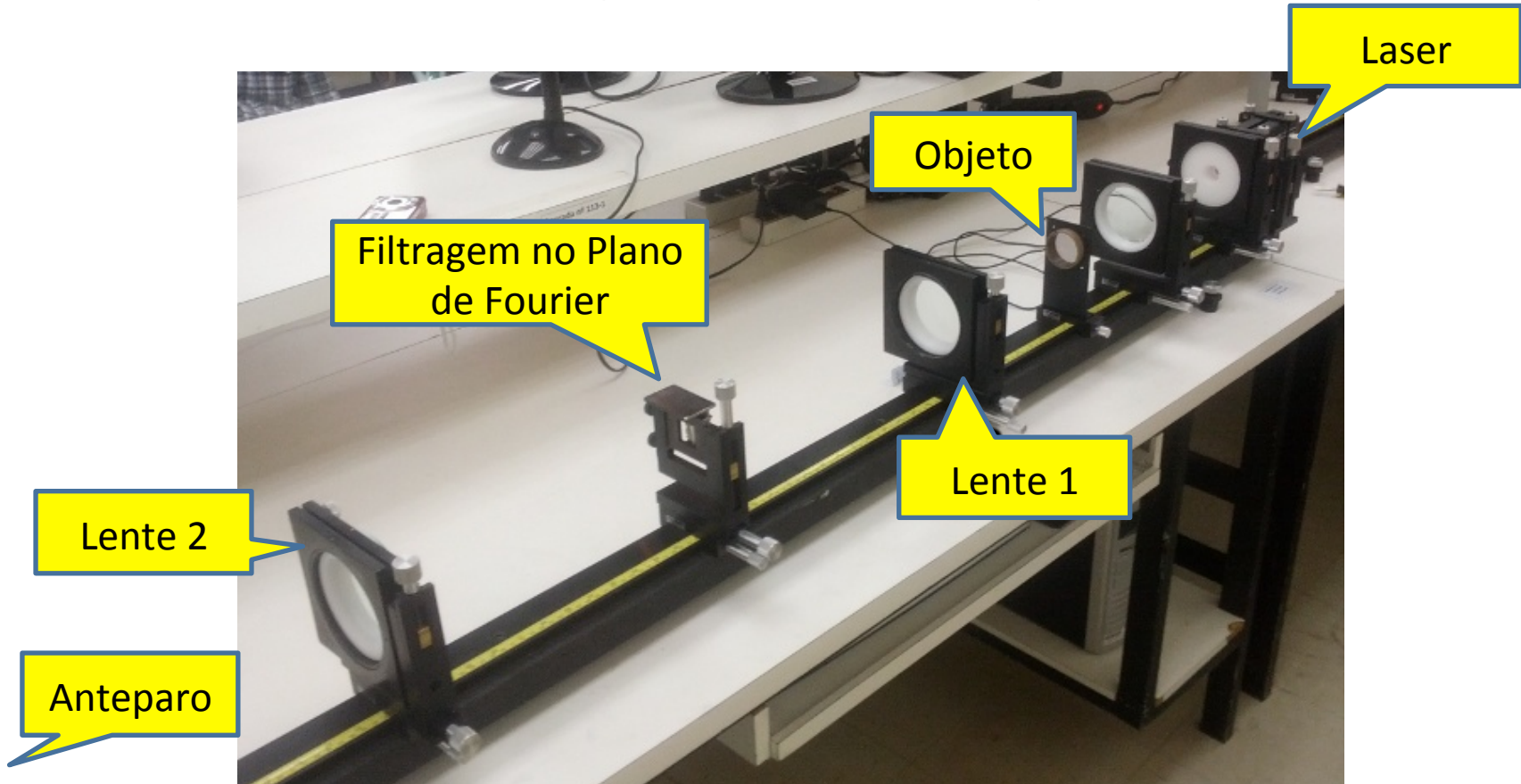
<http://www.fap.if.usp.br/~hbarbosa>

REVISÃO

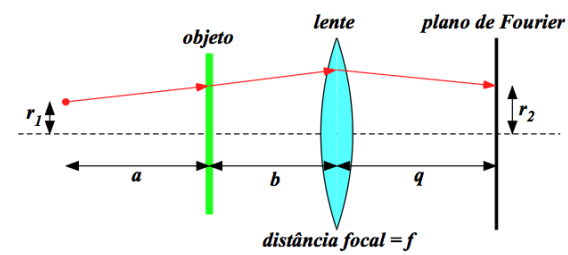
# Cronograma

- 5 atividades:
  - **Atividade 1:** Estudo qualitativo de difração e interferência
  - **Atividade 2:** Estudo quantitativo de difração em fendas simples
  - **Atividade 3:** Processamento de imagens (ImageJ)
  - **Atividade 4:** Simulação do computador óptico, Plano de Fourier
  - **Atividade 5:** Aplicação do computador óptico, objeto vs. sua T.F.

# Computador Óptico



# Atividades



- Vamos verificar:
  - O caso em que a fonte está no infinito (**a=inf**) e o difrator está no foco (**b=q=f**), medir **r<sub>2</sub>** e comparar com a previsão teórica:

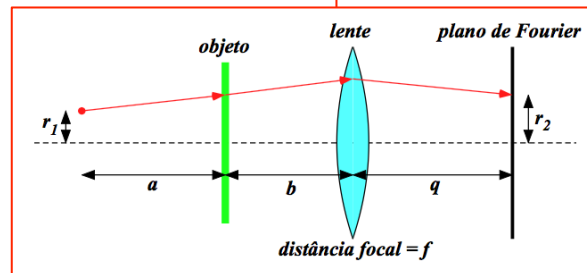
$$\Rightarrow r_2 = f \frac{m\lambda}{d}$$

### Tamanho do Plano de Fourier ( $r_f$ )

Utilizando a mesma matriz de transformação, podemos prever o tamanho da imagem do plano de Fourier, considerando que a fonte está situada no eixo óptico ( $r_1 = 0$ ) e a posição independe do ângulo de entrada ( $\phi_1$ ) sendo assim, temos que:

$$r_f = \left(1 - \frac{q}{f}\right) r_1 + \left(b + q - \frac{bq}{f}\right) \frac{m\lambda}{d}$$
$$r_f = \left(\frac{qa}{a+b}\right) \frac{m\lambda}{d}$$

ok



#### 2.1.1 Objeto no plano focal ( $b=f$ ) ou Fonte ( $a$ ) no infinito

Percebe-se da Equação 1 que se tanto o objeto for posicionado no plano focal ou a posição da fonte estiver no infinito, teremos que:

$$\left. \begin{array}{l} b = f \\ a \rightarrow \infty \end{array} \right\} r_f = \frac{f\lambda}{d} m \quad \text{ok} \quad (2)$$

Portanto verifica-se da relação acima que o tamanho do padrão da difração independe da posição da fonte ( $a$ ).

# Queremos medir um coef. angular

Realizando uma série de medições do tamanho do padrão de difração ( $r_f$ ) para cada uma das ordens de difração ( $m$ ), podemos obter através de uma análise gráfica o tamanho da fenda ( $d$ ).

Através de um ajuste linear ( $y = a * x + b$ ) pode-se fazer as seguintes correlações dos parâmetros:

Tabela 1: Correlação entre os parâmetros do modelo teórico e do ajuste linear

Parâmetros do ajuste linear	Parâmetros do Modelo Teórico
$y$	$r_f$
$x$	$m$
$a$	$\frac{f\lambda}{d}$
$b$	nulo

f=40cm  
 $\lambda=633\text{nm}$   
d=?

# Medidas

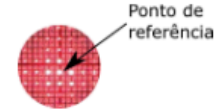
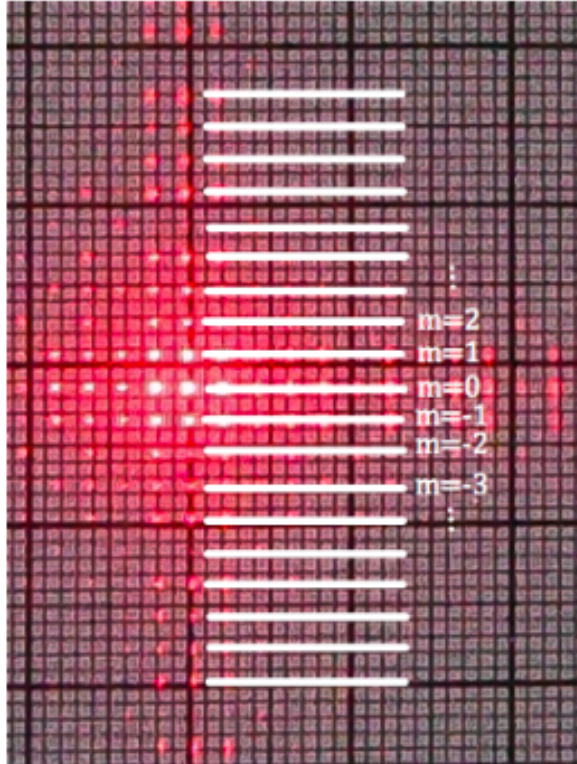


Figura 5: Ponto de referência para as medidas do padrão de difração

Tabela 2: Medidas dos padrões de difração horizontal e vertical

Padrão de Difração Horizontal		Padrão de Difração Vertical	
m	$r_f$ ( $\pm 0,5$ mm)	m	$r_f$ ( $\pm 0,5$ mm)
Ref => 0	0	0	0
1	2	1	2
2	4,2	2	4,2
3	6,3	3	6,2
4	8,3	4	8,3
-1	-2	-1	-2
-2	-4,3	-2	-4,2
-3	-6,5	-3	-6,2
-4	-8,5	-4	-8,3

# Resultado de um dos grupos

$$a = (2.11 \pm 0.06) \text{ mm}$$

$$b = -0.1 \pm 0.2$$

Observamos que o **coeficiente linear** da reta ajustada considerando a incerteza contempla o valor **nulo**, conforme esperado pelo modelo teórico.

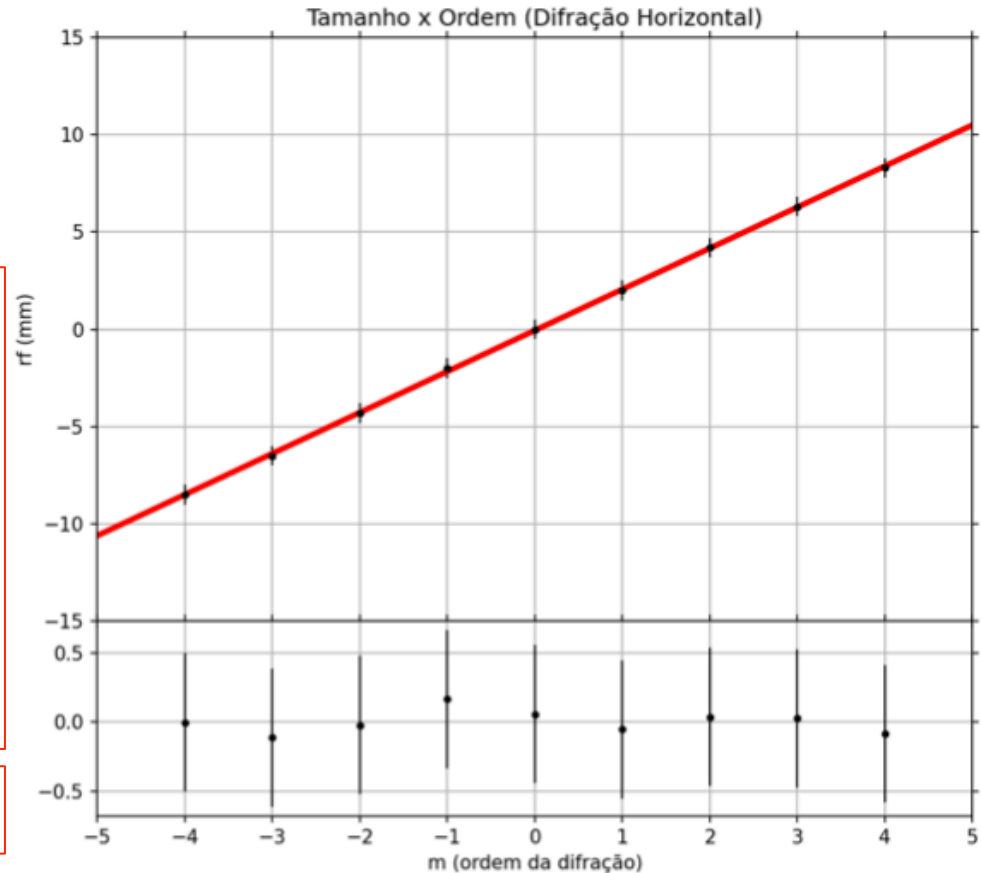
O  $\text{Chi}^2$  do ajuste possui o valor de:

$$\text{Chi}^2 = 0.22$$

Considerando 7 graus de liberdade, para um nível de confiança de 99% o valor da distribuição do  $\text{Chi}^2$  deve estar entre o intervalo de confiança, como abaixo:

$$0.989256 < \text{Chi}^2 < 20.277740$$

De acordo com a Figura 6 percebemos que os resíduos não possuem tendência, sendo assim, o valor do  $\text{Chi}^2$  nos **revela que as incertezas utilizadas foram superestimadas**







WebPlotDigitizer - Copyright 2

apps.automeris.io/wpd/

Update

Apps Email 30 Articles LFA\_Drive iLovePDF ARM Linguee Aerosol Astronomy Reading List

File Help + - 100% Fit

Image  
Axes  
Datasets  
Measurements

**Choose Plot Type**

- 2D (X-Y) Plot
- 2D Bar Plot
- Polar Diagram
- Ternary Diagram
- Map With Scale Bar
- Image

Align Axes Cancel

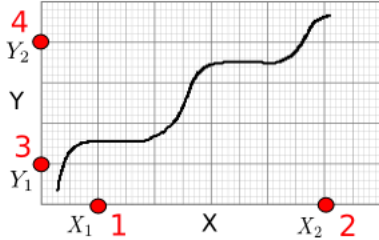
[760.97, 69.52]

WebPlotDigitizer - Copyright 20...  
apps.automeris.io/wpd/

File Help + - 100% Fit

Image  
Axes  
Datasets  
Measurements

### Align X-Y Axes



Click four known points on the axes in the order shown in red. Two on the X axis ( $X_1$ ,  $X_2$ ) and two on the Y axis ( $Y_1$ ,  $Y_2$ ).

Proceed

[760.97, 69.52]

WebPlotDigitizer - Copyright 2018

apps.automeris.io/wpd/

File Help + - 100% Fit

Image  
Axes  
Datasets  
Measurements

**X and Y Axes Calibration**

Enter X-values of the two points clicked on X-axis and Y-values of the two points clicked on Y-axis

	Point 1	Point 2	Log Scale
X-Axis:	<input type="text" value="-40"/>	<input type="text" value="40"/>	<input type="checkbox"/>
Y-Axis:	<input type="text" value="-40"/>	<input type="text" value="40"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Assume axes are perfectly aligned with image coordinates (skip rotation correction)

\*For dates, use yyyy/mm/dd hh:ll:ss format, where ll denotes minutes (e.g. 2013/10/23 or 2013/10 or 2013/10:15 or just 10:15). For exponents, enter values as 1e-3 for 10^-3.

OK

WebPlotDigitizer - Copyright 20...  
apps.automeris.io/wpd/

File Help + - 100% Fit

Image  
Axes  
XY  
Datasets  
■ Default Dataset  
Measurements

Dataset  
Axes: XY  
Display Color  
Rename Dataset  
Delete Dataset  
Edit Point Groups  
View Data  
Clear Data  
Data Points: 109

[4.5935e+1, -1.5003e+1]  
Add Point (A) Adjust Point (S)  
Delete Point (D)

Automatic Extraction  
Mask  Box  Pen  Erase  View  
Color Foreground Color  
Distance 120 Filter Colors  
Algorithm Blob Detector  
Min Diameter 3 Px  
Max Diameter 8 Px  
Run

Seleccionar e configurar método automático



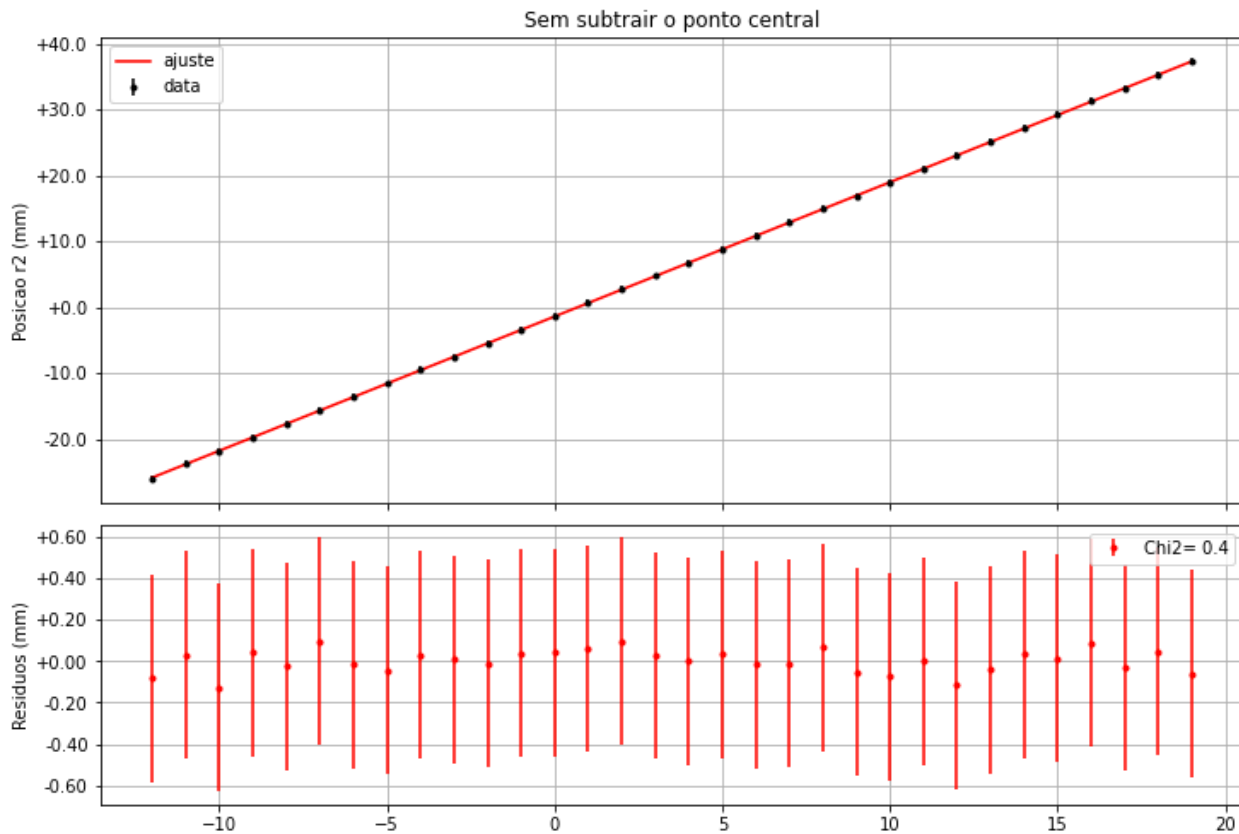
Um dos testes que fiz foi considerar a rotação dos eixos, mas a diferença é muito pequena

Depois é só exportar os "dados" extraídos

Adicionar/remover pontos manualmente

The screenshot shows the WebPlotDigitizer web application. The browser address bar displays 'apps.automeris.io/wpd/'. The main interface features a central plot area with a dark grid and red points forming a cross shape. A yellow vertical line is drawn through the center of the plot. On the left, the 'Measurements' panel is visible, showing a 'Dataset' section with options like 'Display Color', 'Rename Dataset', 'Delete Dataset', 'Edit Point Groups', 'View Data', and 'Export Data'. On the right, there is a 'Blob Detector' panel with a 'Run' button and settings for 'Min Diameter' (3 Px) and 'Max Diameter' (8 Px). A small inset window shows a zoomed-in view of the plot with a yellow crosshair and a coordinate label '[6.7475e-1, -1.2282e+0]'. Below this inset are buttons for 'Add Point (A)', 'Adjust Point (S)', and 'Delete Point (D)'. The browser's top bar includes navigation icons, a search bar, and an 'Update' button.

# Meus resultados



Number of parameters= 2  
Degrees of freedom (NDF)= 30  
Sum weighted residuals=  $-3.1277e-10$   
Mean sq error (MSE)= 0.01342  
**Chi2 (MSE\*NDF)= 0.4025**  
R squared (RSQ)= 0.999991

Parameters

BETA= [ 2.03564479 -1.38400678]  
BETAERR= [0.00957299 0.09452575]

Covariance matrix

```
[[ 9.16422261e-05 -3.20747781e-04]
 [-3.20747781e-04  8.93511777e-03]]
```

Correlation matrix

```
[[ 1. -0.]
 [-0.  1.]]
```

# Qual a incerteza de fato?

Calibração da imagem

$(805-37)\text{pix}/80\text{mm} =$

$9.6 \text{ pixels / mm}$

Se o passo do programa é de 1 pixel, então a incerteza poderia ser:

$0.5 \text{ mm}/9.6 = 0.052 \text{ mm}$

Pixel 37

Pixel 805

X and Y Axes Calibration

Enter X-values of the two points clicked on X-axis and Y-values of the two points clicked on Y-axis

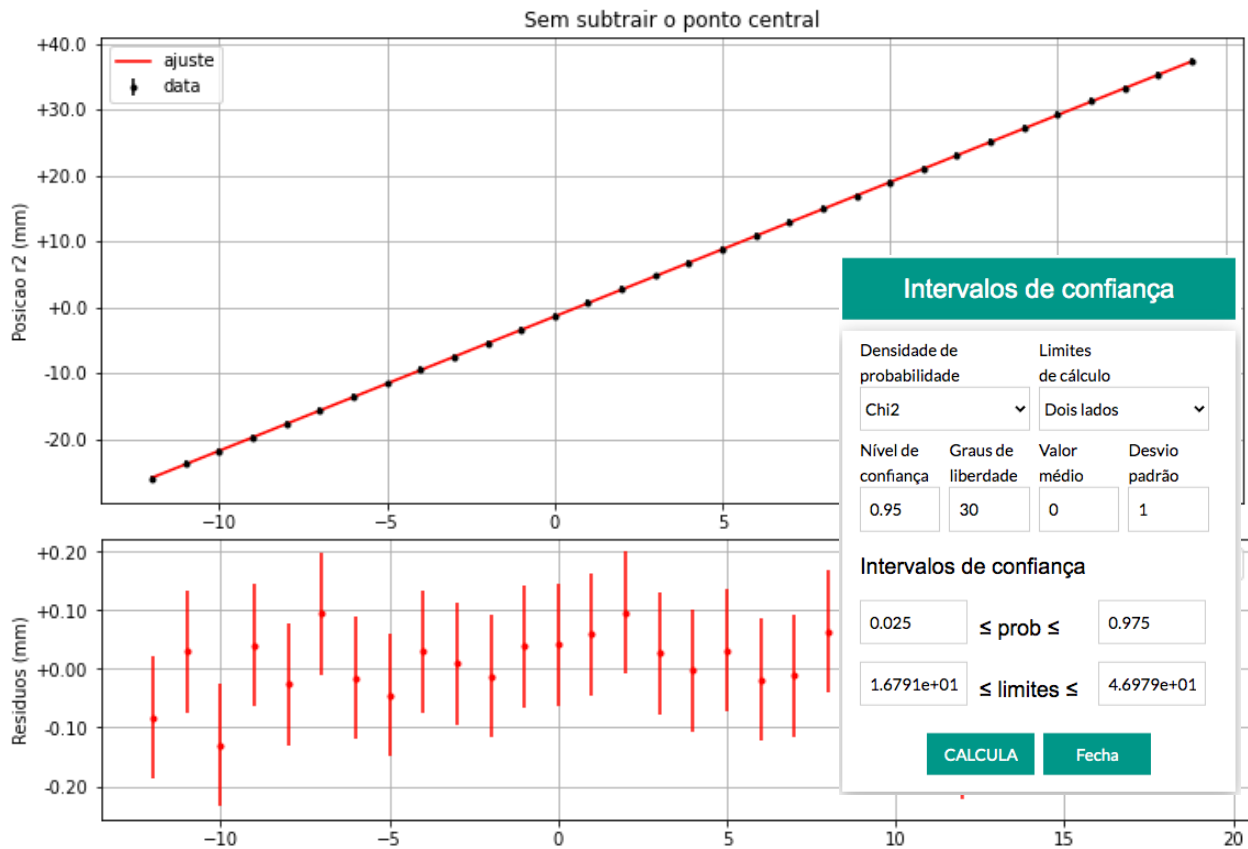
	Point 1	Point 2	Log Scale
X-Axis:	-40	40	<input type="checkbox"/>
Y-Axis:	-40	40	<input checked="" type="checkbox"/>

Assume axes are perfectly aligned with image coordinates (skip correction)

\*For dates, use yyyy/mm/dd hh:ll:ss format, where ll denotes minutes (e.g. 2013/10/23 or 2013/10/23 10:15 or just 10:15). For exponents, enter values as 1e-3 for 10<sup>-3</sup>.

OK

# Testando nova incerteza: 0.052mm



Number of parameters= 2  
Degrees of freedom (NDF)= 30  
Sum weighted residuals= -6.1771e-07  
Mean sq error (MSE)= 1.24058  
**Chi2 (MSE\*NDF)= 37.2173**  
R squared (RSQ)= 0.999991

Parameters  
BETA= [ 2.03564479 -1.38400678]  
BETAERR= [0.00099559 0.00983068]

Covariance matrix  
[[ 9.91202321e-07 -3.46920790e-06]  
[-3.46920790e-06 9.66422311e-05]]

Correlation matrix  
[[ 1. -0.]  
[-0. 1.]]

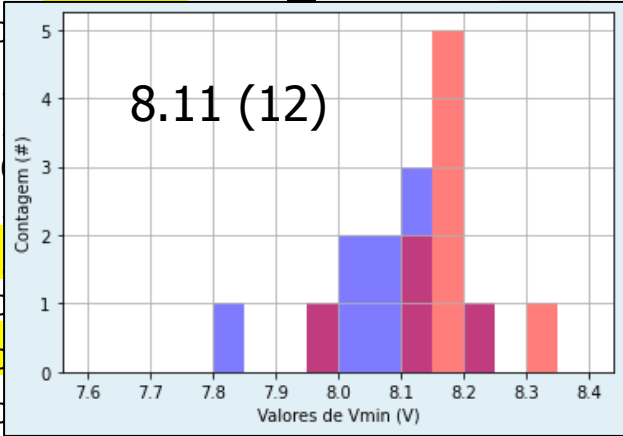


	VERTICAL					HORIZONTAL				
	lin	d	dens	chi2	NGL	lin	d	dens	chi2	NGL
h1	0	0.02	127	4	7.9	7				
h3			105	4641	9.07	808.11			3.2	2
h7			119.1	1.2	8.39				2.50E-19	7
h9	0	0.432	126.6	12.1	7.9				0	3
h10	-0.014	0.011	122	2.4	8.2	0.16			1.2	7
h19	0	0.38	123	8.95	8.14	0.6			0.048	7

V  
?  
H  
V  
H  
H

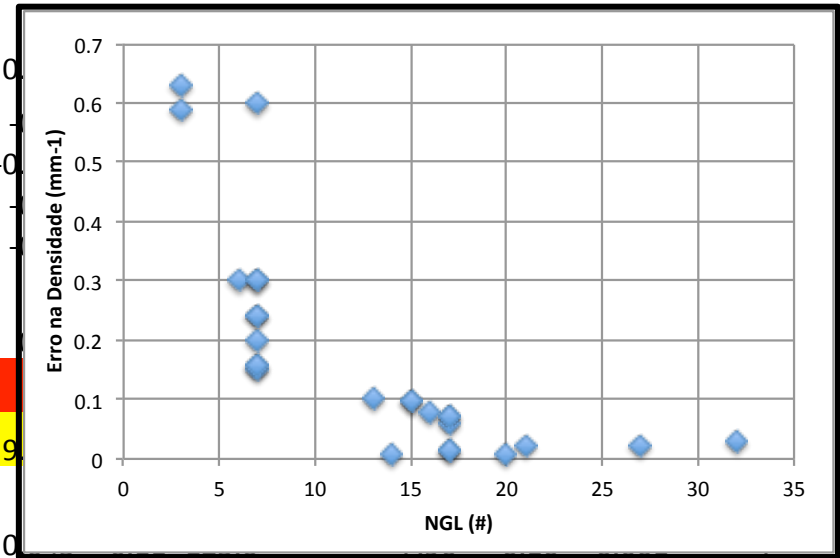
Alguns grupos mediram apenas 1 direção e não disseram qual

h2	0.053	0.023	124.0	8.062	0.0	5			8.187	0.016	7.000	17
h4	0.05	0.09	125.5	7.97	0	4			8.17	0.08	1.38	16
h5	-1.341	0.049	123.45	0.98	8.1	0			8.16	0.07	6.6	17
h6	-1.5	0.2	123	4	8.1	0			8.2	0.2	0.225	7
h8	-1.46	0.11	124	1	8.06	0			8.1	0.1	0.3	13
h11			126.7		7.89	0			7.51	0.63	2	3
h12	-0.01	0.12	124.5	1.5	8.034	0.0			8.16	0.098	0.27	15
h14	18	0.1	126.6		7.9	0.0			7.9	0.008		20
h15	-1.41	0.044	124.4		8.036	0.0			8.156	0.022	26	27
h17	0	0.5	122	4	8.2	0.3	0.07	7	-0.1	0.2	120	7
h18	0	0.3	127.6		7.84	0.15	0.063	7	0.045	0.11	125.6	7
h20	0.04	0.2	124	4	8.1	0.24	0.29	7	0.01	0.2	123	7



	VERTICAL							HORIZONTAL				
	lin	d	$\mu\text{m}$	dens	$\text{mm}^{-1}$	chi2	NGL	lin	d	dens	chi2	NGL
h1	0	0.02	127	4	7.9		7					
h3			105	4641	9.07	808.11	3.2	2				
h7			119.1	1.2	8.39	2.50E-19		7				
h9	0	0.432	126.6	12.1	7.9		0	3				
h10	-0.014	0.011	122	2.4	8.2	0.16	1.2	7				
h19	0	0.38	123	8.95	8.14	0.6	0.048	7				
h2	0.053	0.023	124.0		8.062	0.016	23.02	17				
h4	0.05	0.09	125.5		7.97	0.03	5.47	32				
h5	-1.341	0.049	123.45	0.98	8.1	0.06	27	17				
h6	-1.5	0.2	123	4	8.1	0.3	0.311	6				
h8	-1.46	0.11	124	1	8.06	0.07	1.2	17				
h11			126.7		7.89	0.59	2.5	3				
h12	-0.01	0.12	124.5	1.5	8.034	0.098	0.58	15				
h14	18	0.1	126.6		7.9	0.008		14				
h15	-1.41	0.044	124.4		8.036	0.024	18.8	21				
h17	0	0.5	122	4	8.2	0.3	0.07	7				
h18	0	0.3	127.6		7.84	0.15	0.063	7				
h20	0.04	0.2	124	4	8.1	0.24	0.29	7				

Qual a relação entre o número de pontos e o erro?



0.01 0.2 123 4 8.14 0.24 0.15 7