

Prova Sub 1 (1o semestre 2021, 11 de Agosto). MAE5704 Técnicas Computacionais I. Pode ser obtido no máximo 8 pontos: 1 ponto para cada exercício.
Prof.A.Iambartsev (yambar@ime.usp.br)

1. Geramos $U_1, U_2 \sim U[0, 1]$, se $U_1 < \sqrt{U_2}$, então aceitamos valor de U_1 como valor de amostra de v.a. X , caso contrário repetimos experimento. Achar a distribuição de X . Achar a média de experimentos antes de aceitar um valor para X .
2. Usando método inverso construir gerador de valores de uma v.a. X com densidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{2}, & \text{if } x \in [-0.5, 0] \\ \frac{1}{2}, & \text{if } x \in [0, 1] \\ \frac{2-x}{2}, & \text{if } x \in [1, 2] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

3. Seja $f(x, y)$ densidade de vetor aleatório (X, Y) . Supomos que $f(x, y) \propto (x + y)^2$, se $x, y \in [0, 1]$ e 0 caso contrário. Sugere algoritmo de simulação de (X, Y) que tem a densidade $f(x, y)$.
4. Seja Q um quadrado $Q = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$. Um ponto $P = (X, Y)$ é escolhido aleatoriamente neste quadrado. Sugere método de simulação de vetor (X, Y) .
5. Para calcular integral $I = \int_0^\infty \frac{dx}{1+x^3}$ usando a técnica de by amostrador por importância usamos duas densidades instrumentais $g_1(x) \propto e^{-2x}, x \geq 0$, and $g_2(x) \propto (1+x^2)^{-1}, x \geq 0$. Qual dessas densidades você usaria e porque?
6. Seja X tem distribuição χ^2 com um graus de liberdade, $X \sim \chi^2(1)$ sugira um método de amostrador por importância para calcular a probabilidade $\mathbb{P}(X > 5)$.
7. Seguinte amostra $x = (0.09, 0.16, 0.04, 0.02)$ é obtida da população exponencial com média $\mu = 1/5$. Usando a distribuição empírica \hat{F} baseada na amostra x calcule integral $\int x d\hat{F}(x)$.
8. Tendo uma nova amostra da população exponencial $y = (0.33, 0.06, 0.55, 0.14, 0.22)$ descreve a procedimento bootstrap para testar a hipótese se as médias dessa população e da população do item anterior coincidem. Execute o procedimento. Adicionalmente descreve procedimento de permutação para testar a mesma hipótese.