



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos - PMR

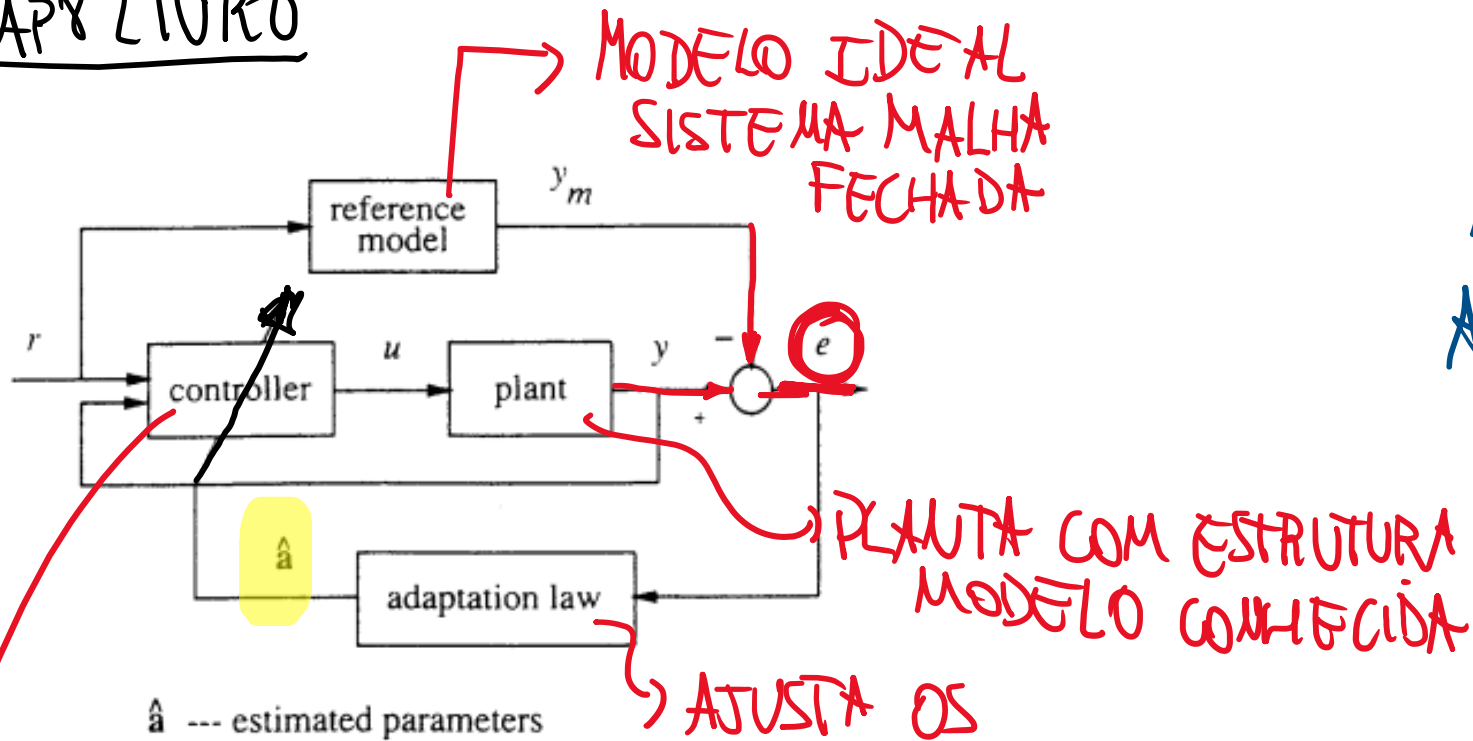
# Aula 7 – Controle Adaptativo

Prof. Eduardo A. Tannuri

PMR 5014

Controle Não Linear Aplicado a Sistemas Mecânicos e Mecatrônicos

# CAP 8 LIVRO



## MODEL REFERENCE ADAPTIVE CONTROL

MODELO IDEAL  
SISTEMA MALHA  
FECHADA

PLANTA COM ESTRUTURA  
MODELO CONHECIDA

AJUSTA OS  
GANHOS DE  
CONTROLE

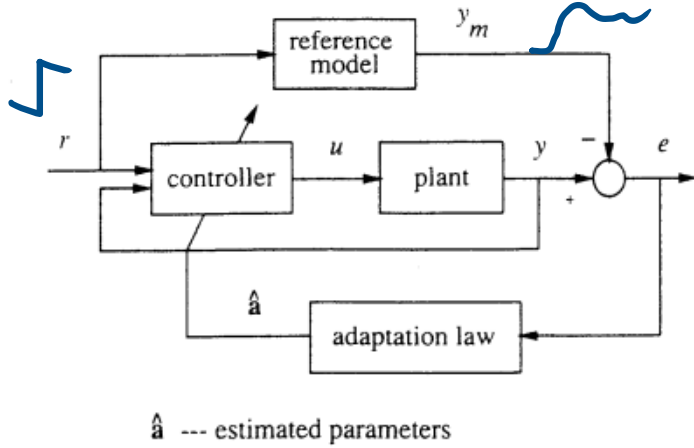
PARAMETRIZADO,

PARAMETROS AJUSTAVEIS

SE A PLANTA FOSSE CONHECIDA,

GARANTIRIA TRACKING PERFEITO

MODELO REFERÊNCIA



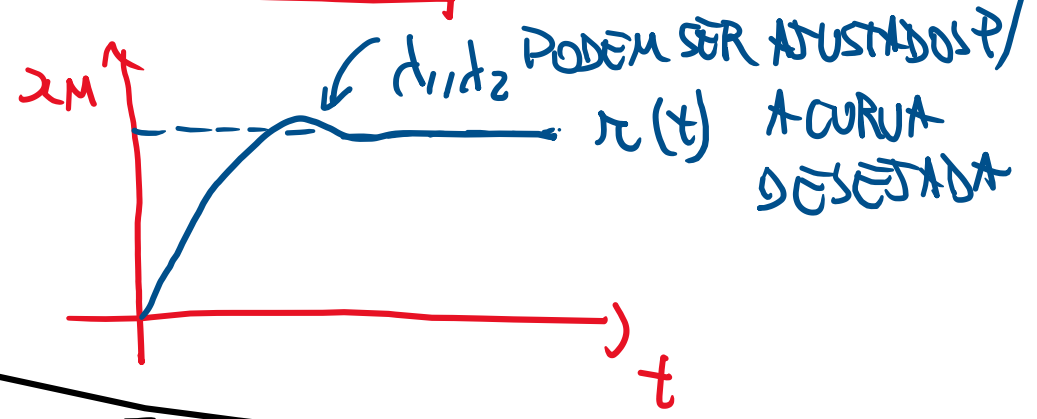
PLANTA:  $m \ddot{x} = u$

↳ NÃO CONHECIDA

SET POINT

M.R:  $\ddot{x}_M + \lambda_1 \dot{x}_M + \lambda_2 x_M = \lambda_r \cdot r(t)$

OBS: se  $\lambda_2 = \lambda_r$



SE m FOSSE CONHECIDO:

$$u = m \cdot (\ddot{x}_M - 2\lambda \dot{\tilde{x}} - \lambda^2 \tilde{x})$$

$$\omega_M \tilde{x} = x - a_M$$

MAS m NÃO É CONHECIDO

$$u = \hat{m} (\ddot{x}_M - 2\lambda \dot{\tilde{x}} - \lambda^2 \tilde{x})$$

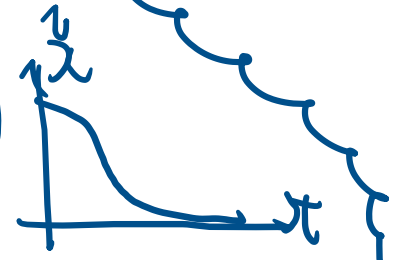
$\hat{m}$  = ESTIMATIVA m

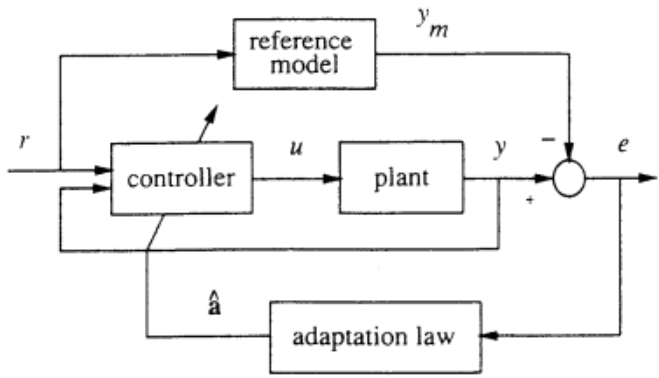
POIS:

MALHA FECHADA  $\tilde{x} \rightarrow 0$

$$m \ddot{\tilde{x}} = m (\ddot{x}_M - 2\lambda \dot{\tilde{x}} - \lambda^2 \tilde{x})$$

$$\ddot{\tilde{x}} + 2\lambda \dot{\tilde{x}} + \lambda^2 \tilde{x} = 0 \rightarrow$$





$\hat{a}$  --- estimated parameters

EM MALHA FECHADA

$$m \ddot{x} = \hat{m} (\ddot{x}_m - 2\lambda \dot{x} - \lambda^2 \tilde{x})$$

SENGO  $\tilde{m} = \hat{m} - m$ , CHEGAMOS A

$$m \dot{s} + \lambda m s = \tilde{m} v$$

COM  $s = \dot{x} + \lambda x \rightarrow$  MEDIDA ERRO TRACKING

$$v = \ddot{x}_m - 2\lambda \dot{x} - \lambda^2 \tilde{x}$$

S É LIGADA AO ERRO PARAMETRICO  $\tilde{m}$  POR UM FILTRO ESTAVEL

VAMOS INTRODUIR UMA LEI DE ADAPTAÇÃO

$$\dot{\hat{m}} = -\gamma \cdot v \cdot s \quad \text{NÃO LINEARIDADE}$$

$$V = \frac{1}{2} \left[ m s^2 + \frac{1}{\gamma} \tilde{m}^2 \right] \quad \text{P.D. } \tilde{m}, \dot{s} > 0$$

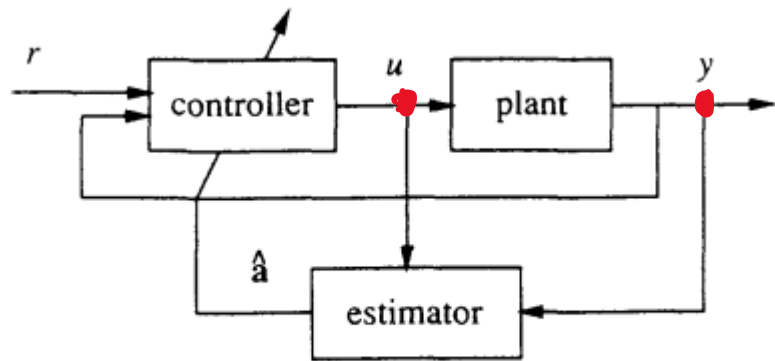
$$\dot{V} = \frac{1}{2} \left[ 2m s \dot{s} + \frac{2}{\gamma} \tilde{m} \dot{\tilde{m}} \right]$$

$$\dot{\tilde{m}} = \dot{\hat{m}} - \dot{m} \approx \dot{\hat{m}} \quad (\text{HIPÓTESE } m \text{ É LENTAMENTE VARIÁVEL, } \dot{m} \approx 0)$$

$$\dot{V} = -\lambda \cdot m \cdot s^2 < 0 \text{ SMD (ESTAVEL L.V.P.)}$$

$\begin{cases} s \rightarrow 0 \\ \tilde{m} \text{ É BOUNDED} \end{cases}$



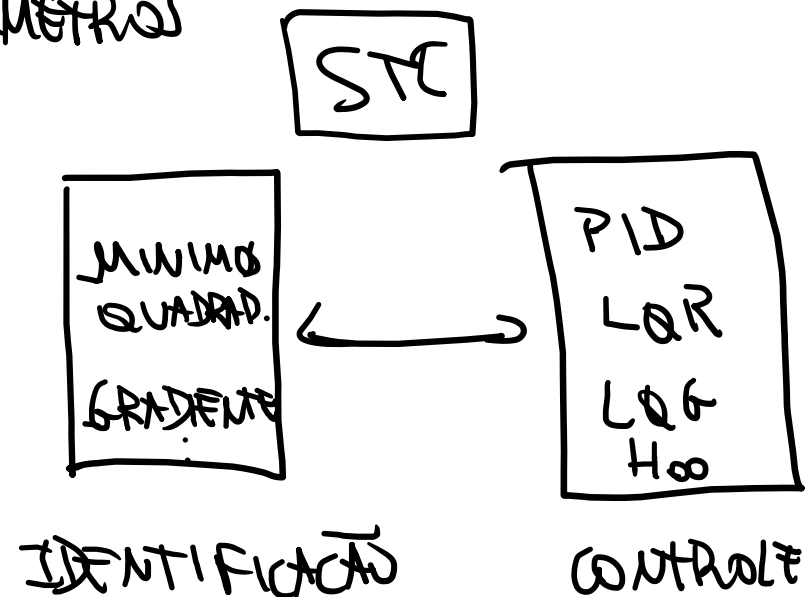


$\hat{a}$  --- estimated parameters

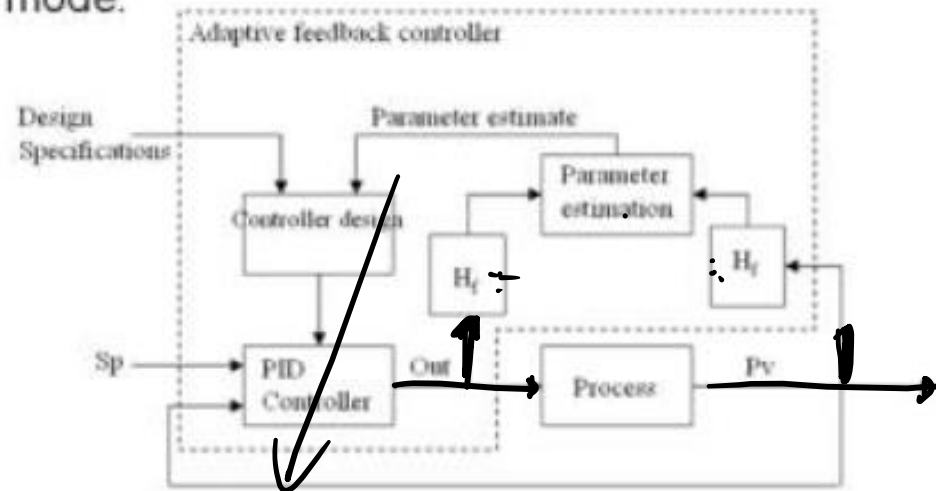
# SELF-TUNING CONTROLLER

ESTIMADOR OU MODEL IDENTIFICATION) BASEADO NA RELAÇÃO  $u \rightarrow y$  ESTIMA PARÂMETROS PLANTA  $\hat{a}$

CONTROLLER) SE ATUALIZA BASEADO EM  $\hat{a}$



- Adaptation of the control parameters can be used when the dynamic changes are slow in comparison with the main process dynamics!
- A variety of rule sets defines when the Out and Pv signals can be used for adaptation and then the parameter estimate is focused around the frequency gained during the auto-tuning. Parameter estimation is done using Least-Squares methods.
- Adaptation runs continuously and an extensive set of rules are implemented to safe-guard against condition when Out and Pv does not contain useful modelling information contents or the controller is in manual mode.



$$m \ddot{x} = u$$

... ALOCAÇÃO DE POLOS  $(-1 \pm i)$

$$u = \hat{m} (\ddot{x}_M - 2k\dot{x} - \lambda^2 x)$$

$$\ddot{x} = x - 2u$$

$\hookrightarrow 2u$  É VALOR SET POINT

• ESTIMAR  $m$  (IDENTIFICAÇÃO)

(A)

~~$$\hat{m} = \frac{u}{\ddot{x}}$$~~

← MUITO RUÍDO  
NÃO TEM HISTÓRICO

(B) MÍNIMOS QUADRADOS

Estimar  $\hat{m}$  /  $J = \int_0^t e^2(\bar{\delta}) d\bar{\delta}$  SEJA MÍNIMO

$$\text{ONDE } e(\bar{\delta}) = \hat{m}(\bar{\delta}) \cdot \ddot{x}(\bar{\delta}) - u(\bar{\delta})$$

$$J = \int_0^t ((\hat{m} \ddot{x})^2 - 2\hat{m} \ddot{x} u + u^2) \cdot d\bar{\delta}$$

$$\frac{dJ}{d\hat{m}} = 0 \Rightarrow \int_0^t 2\hat{m} \ddot{x}^2 d\bar{\delta} - \int_0^t 2\ddot{x} u d\bar{\delta} = 0$$

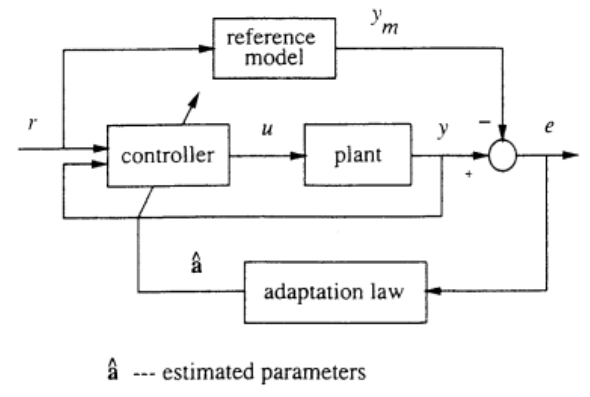
$$\hat{m} = \frac{\int \ddot{x} u d\bar{\delta}}{\int \ddot{x}^2 d\bar{\delta}}$$

# EX SIST. 1º ORDEM MRAC

$$\begin{cases} \dot{y} = -a_p y + b_p \cdot u & - a_p, b_p \text{ N\AA O CONHECIDOS} \\ & - \text{SINAL } (b_p) \text{ CONHECIDO} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{y}_m = -a_m y_m + b_m r & \left. \begin{array}{l} a_m > 0 \text{ (EST\AA VEL)} \\ a_m = b_m \text{ p/ } y_m \rightarrow r \\ a_m, b_m \text{ CONHECIDOS} \end{array} \right\} \end{cases}$$

$$u = \hat{a}_r \cdot r + \hat{a}_y \cdot y$$



CASO IDEAL

$$a_y^* = a_p - a_m$$

$$a_r^* = \frac{b_p}{b_m}$$

POIS EM MALHA FECHADA CASO IDEAL:

$$\dot{y} = -a_p \cdot y + b_p \cdot \left( \frac{b_m}{b_p} \cdot r + \frac{a_p - a_m}{b_p} \cdot y \right) = -a_m y + b_m r$$

N\AA O CONHECIBO!!!

PLANTA MF = MR



$\hat{a}_r \rightarrow a_r^*$   
 $\hat{a}_y \rightarrow a_y^*$

OBTER LEI DE  
 ADAPTAÇÃO P/  
 GARANTIR CONVERG.

$z = y - y_m = \text{ERRO ACOMPANHAMENTO}$

$$\dot{z} = \dot{y} - \dot{y}_m$$

$$z = -a_p \cdot y + b_p \cdot u + a_m y_m - b_m \cdot r$$

$$z = -a_p \cdot y + b_p (\hat{a}_r r + \hat{a}_y y) + a_m y - b_m r$$

$$z = -a_m (y - y_m) + \underbrace{(-a_p - a_m + b_p \hat{a}_y)}_{-a_y^* \cdot b_p} y + \underbrace{(b_p \hat{a}_r - b_m)}_{a_r^* \cdot b_p} r$$

$$\dot{z} = -a_m \cdot z + b_p \cdot (\hat{a}_y - a_y^*) y + b_p (\hat{a}_r - a_r^*) r$$

$$\dot{z} = -a_m z + b_p (\tilde{a}_y y + \tilde{a}_r r)$$

→ DINÂMICA ERRO z ESTÁVEL  
 E EXCITADA PELO ERRO PARAMÉTRICO

$$\tilde{a}_y \text{ e } \tilde{a}_r$$

$$a_y = \hat{a}_y - a_y^*$$

$$a_r = \hat{a}_r - a_r^*$$

$$\dot{z} = -a_m \cdot z + b_p \cdot (\hat{a}_y - a_y^*) + b_p (\hat{a}_r - a_r^*)$$

$$\dot{z} = -a_m z + b_p (\tilde{a}_y y + \tilde{a}_r r)$$

↓

LEI DE ADAPTAÇÃO

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}}_r = -\text{Sym}(b_p) \cdot \gamma \cdot z \cdot r \\ \dot{\hat{a}}_y = -\text{Sym}(b_p) \cdot \gamma \cdot z \cdot y \end{cases}$$

$$V = \frac{1}{2} z^2 + \frac{1}{2\gamma} \cdot |b_p| \cdot (\tilde{a}_r^2 + \tilde{a}_y^2) \quad \underline{\underline{\text{P.D.}}}$$

$$\dot{V} = -a_m \cdot z^2 \quad \text{S.N.D.}$$

$$\hookrightarrow \int z \rightarrow 0$$

$[a_m, a_y]$  LIMITADOS

EX)  $\dot{y} = -\frac{1}{6} \cdot y + k \cdot u$  FORNO

$$\dot{y}_m = \frac{1}{300} y_m + \frac{1}{300} r$$

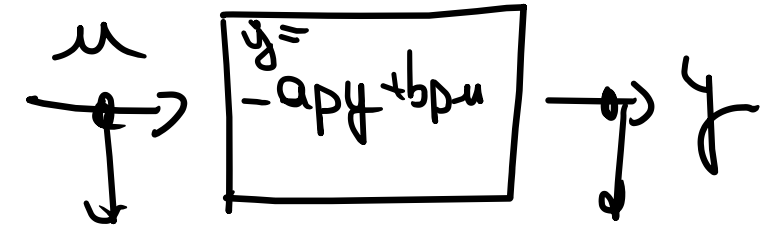
$$\sigma = 600s$$

$$k = 1,2$$

$$u = [0; 1]$$

STC

$a_p, b_p$  NÃO CONHECIDOS  
 $b_p$  SINAL CONHECIDO



$$\dot{y} = -a_p y + b_p u$$

IDENTIFICAR  $a_p, b_p$  BASEADO  
NA MEDIDA DE  $y$  e  $u$

COM  $y_f = \frac{Y}{s+d_f}$        $U_f = \frac{U}{s+d_f}$

TRUQUE

$$s \cdot Y = -a_p \cdot Y + b_p \cdot U$$

$$(s+d_f) Y = (-a_p+d_f) \cdot Y + b_p \cdot U$$

$$Y = (-a_p+d_f) \cdot Y_f + b_p \cdot U_f$$

$$y = \begin{pmatrix} y_f & u_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_f - a_p \\ b_p \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{matrix} \tilde{x}^T \\ \downarrow \\ \begin{pmatrix} y_f \\ u_f \end{pmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} P \\ \downarrow \\ \begin{pmatrix} d_f - a_p \\ b_p \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$f = x^T \cdot p \rightarrow \begin{pmatrix} d_f - a_p \\ b_p \end{pmatrix}$$

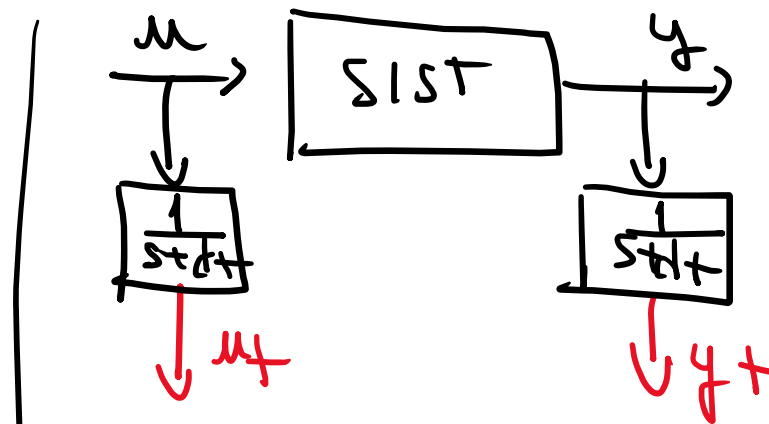
$$\hat{f} = x^T \cdot \hat{p}$$

$$\tilde{f} = \hat{f} - f = x^T \hat{p} - x^T \cdot p = x^T \cdot \tilde{p}$$

$$\tilde{f} = x^T \cdot \tilde{p}$$

**- GRADIENTE**

↳ VÁRIOS MÉTODOS - MÍNIMOS QUAD.



$$\hat{p} = -\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{d^2 f}{d p^2}$$

↳ VAI BUSCANDO DIREÇÃO CONTRÁRIA AO CRESC. ERRO

$$\hat{p} = -\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{d^2 f}{d p^2}$$

$$\hat{p} = -\alpha \cdot y \cdot p$$

CONTROL E → PRINCIPIO EQUIVALENCIA  
A CERTA

$$u = \hat{a}_y \cdot y + \hat{a}_r \cdot r$$

$$\text{OBJETIVO} : t_{RESP} = \frac{1}{\mu}$$

$$y^{ideal} = \frac{1}{\mu} \cdot \bar{y}^{ideal} + \frac{1}{\mu} r$$

$$a_y^{ideal} = \frac{-1/\mu + \hat{a}_p}{\hat{b}_p}$$

$$a_r^{ideal} = \frac{1}{\mu \hat{b}_p}$$