# Experimento III - Estudos de polarização

# Sumário

# Sumário

# Sumário

# Objetivos do experimento

- Polarização linear, circular, elíptica
- A reflexão e a polarização: reflexão na interface com dielétricos e com superfícies metálicas
- Dielétricos que mudam o estado de polarização: as placas $\frac{1}{2}$ onda e $\frac{1}{4}$ de onda

# Cronograma

- 4 atividades
  - Atividade 1
    - Fenômenos de polarização da luz - Lei de Malus
  - Atividade 2
    - Determinação de estados de polarização após reflexão por um dielétrico em diferentes ângulos
  - Atividade 3
    - Determinação de estados de polarização após reflexão pelo espelho em diferentes ângulos
  - Atividade 4
    - Alteração da polarização da luz utilizando uma placa de onda

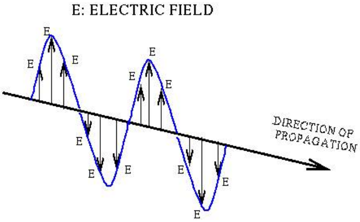
# Sumário

# Polarização da luz

- Efeito característico de ondas transversais
- No caso da luz, a direção de polarização é aquela do campo elétrico
- Tipos de polarização:
  - Linear
  - Circular ou elíptica
  - Não polarizada

# Polarização linear

- A direção do campo elétrico não se altera com o tempo, somente a sua intensidade




- No caso de uma onda de frequência bem definida, podemos escrever o campo elétrico como:

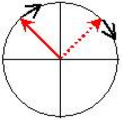
$$\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t)\hat{\jmath}$$

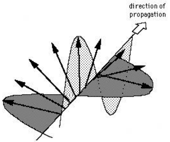
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

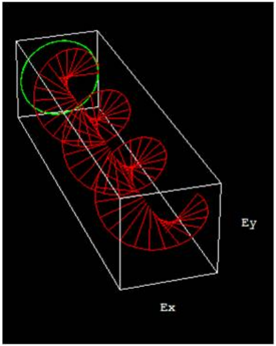
$$\omega = 2\pi f$$

# Polarização circular

- A direção do campo elétrico depende do tempo mas sua intensidade é constante





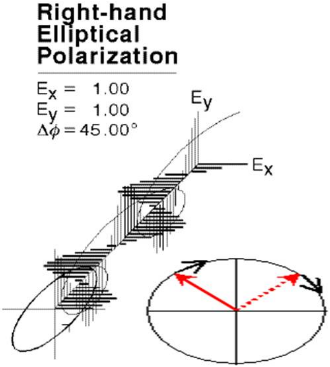




- No caso da polarização circular, podemos escrever o campo elétrico como a superposição de dois campos linearmente polarizados, defasados de 90°, ou seja:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \begin{bmatrix} \operatorname{sen}(kz - \omega t)\hat{\imath} \\ + \\ \cos(kz - \omega t)\hat{\jmath} \end{bmatrix}$$

# Polarização elíptica

- A direção do campo elétrico depende do tempo, bem como a sua intensidade




- No caso da polarização elíptica, podemos escrever o campo elétrico como a superposição de dois campos linearmente polarizados, defasados de 90°, ou seja:

$$\vec{E}(z,t) = \left[ \begin{array}{c} E_0^i \operatorname{sen}(kz - \omega t)\hat{\imath} \\ + \\ E_0^j \cos(kz - \omega t)\hat{\jmath} \end{array} \right]$$

# Sumário

# Estado de polarização descrito por um vetor

- Onda linearmente polarizada

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t)\,[\cos\theta\,\hat{\imath} + \mathrm{sen}\,\theta\,\hat{\jmath}]$$

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \mathrm{e}^{i(kz-\omega t)} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \\ \mathrm{sen}\,\theta \end{pmatrix}$$

# Estado de polarização descrito por um vetor

- Onda circularmente polarizada

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \left[\cos(kz - \omega t)\,\hat{\imath} + \mathrm{sen}(kz - \omega t)\,\hat{\jmath}\right]$$

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \mathrm{e}^{i(kz-\omega t)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \\ -\mathrm{i} \end{pmatrix}$$

# Estado de polarização descrito por um vetor

$$\begin{pmatrix} \cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta \end{pmatrix} \quad \mathrm{e} \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -\mathrm{i} \end{pmatrix}$$

- São chamados vetores de Jones
- Como sempre, quando é usada a notação complexa, o campo 'físico' que é medido é só a parte real das expressões
- No caso da luz, só a intensidade é medida, a quantidade física (intensidade) é proporcional ao produto do campo pelo seu conjugado transposto.

# Polarizador descrito por uma matriz: caso linear

- Se no polarizador (orientado horizontalmente ($\hat{\imath}$)) chega luz com direção de polarização $\theta$, só a componente $\hat{\imath}$ sobrevive

$$\vec{E}_{\text{antes}} = E(z,t)\left[\cos\theta\,\hat{\imath} + \operatorname{sen}\theta\,\hat{\jmath}\right] \Rightarrow \vec{E}_{\text{depois}} = E(z,t)\cos\theta\,\hat{\imath}$$

- Escrevendo a polarização com a notação dos vetores do Jones

$$\vec{E}_{\text{antes}} = E_0 \mathrm{e}^{i(kz-\omega t)} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{E}_{\text{depois}} = E_0 \mathrm{e}^{i(kz-\omega t)} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Por praticidade, vamos a partir de agora omitir o termo $\mathrm{e}^{i(kz-\omega t)}$, mas é preciso lembrar que ele está sempre lá!

$$\vec{E}_{\text{antes}} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{E}_{\text{depois}} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Polarizador descrito por uma matriz: caso linear

Polarizador no sentido 'horizontal'

- Já calculamos que:

$$\vec{E}_{\text{antes}} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{E}_{\text{depois}} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Queremos escrever algo como:

$$\vec{E}_{\text{depois}} = \mathbf{POL}\, \vec{E}_{\text{antes}}$$

- É fácil ver que a matriz precisa ser:

$$\mathbf{POL} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Como $E_0$ é uma constante:

$$\vec{E}_{\text{depois}} = E_0 \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta \end{pmatrix} \right) = E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Polarizador descrito por uma matriz

- Construímos a matriz **POL** discutindo a polarização linear. Vamos verificar que ela está correta aplicando-a a um feixe incidente com polarização circular.

$$\vec{E}_{\text{depois}} = \mathbf{POL}\ \vec{E}_{\text{antes}}$$

$$\mathbf{POL} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{E}_{\text{depois}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\mathrm{i} \end{pmatrix} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_0 \propto \frac{E_0^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & +\mathrm{i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -\mathrm{i} \end{pmatrix} = E_0^2$$

$$I \propto \frac{E_0^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{E_0^2}{2} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{1}{2} I_0$$

# Polarizador com orientação arbitraria $\theta$

- Qual é a matriz que descreve um polarizador com orientação $\theta$?
- É só aplicar uma rotação à matriz

$$\mathbf{POL}(\theta) = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{POL}(0^\circ)\mathbf{R}(-\theta)$$

$$\mathbf{POL}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{POL}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta & \operatorname{sen}^2\theta \end{pmatrix}$$

- Cuidado: $\theta = 0$ na direção de $\hat{\imath}$

# Polarizador com orientação arbitraria $\theta$

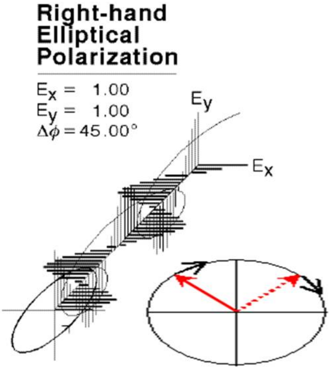
- O que acontece se a luz tem polarização horizontal e o polarizador está em um angulo $\theta$?

$$\left( \begin{array}{cc} \cos^2\theta & \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta & \operatorname{sen}^2\theta \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \cos^2\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta \end{array} \right)$$

- Verificar que do resultado acima (elevado ao quadrado) é obtida a lei de Malus ($I = I_0 \cos^2\theta$); são necessárias algumas manipulações ...

# Polarização elíptica

- A direção do campo elétrico depende do tempo, bem como a sua intensidade




- No caso da polarização elíptica, podemos escrever o campo elétrico como a superposição de dois campos linearmente polarizados, defasados de 90°, mas com amplitudes diferentes, ou seja:

$$\vec{E}(z,t) = \left[ \begin{array}{c} E_0^i \,\mathrm{sen}(kz - \omega t)\hat{\imath} \\ + \\ E_0^j \cos(kz - \omega t)\hat{\jmath} \end{array} \right]$$

# Polarização elíptica e formalismo de Jones

- A expressão para uma onda elíptica (com eixos da elipse alinhados com os eixos $x$ e $y$) é

$$\vec{E}(z,t) = \left[ \begin{array}{c} E_0^i \operatorname{sen}(kz - \omega t)\hat{\imath} \\ + \\ E_0^j \cos(kz - \omega t)\hat{\jmath} \end{array} \right]$$

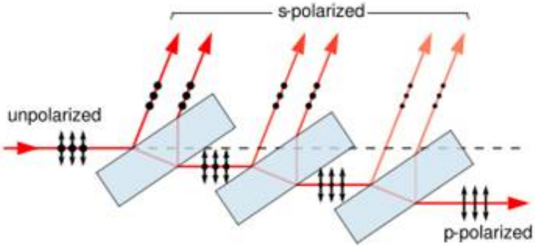
- Pode ser descrita com o seguinte vetor de Jones (não normalizado)

$$\left( \begin{array}{c} \mathrm{a} \\ -\mathrm{ib} \end{array} \right)$$

# Sumário

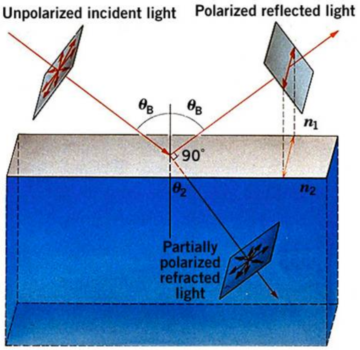
# Polarizador por reflexão

- Ao incidir sobre uma superfície refratora/refletora, dependendo do ângulo de incidência, a luz refletida e refratada são polarizadas



# Polarização por reflexão

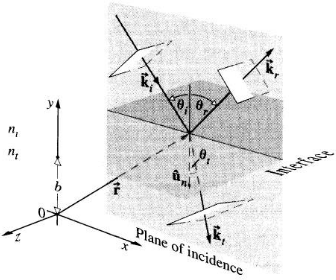
- Onda não polarizada incidente em uma superfície
- As ondas refletida e refratada possuem diferentes graus de polarização, dependendo das condições de contorno
  - Ângulo de incidência
  - Índices de refração



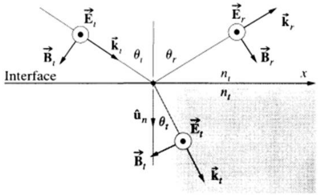
# Alguns exemplos

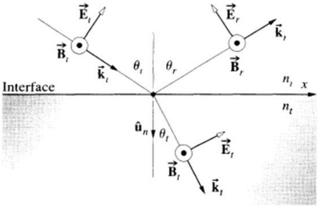
# Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Uma onda não polarizada pode ser decomposta em duas componentes:




Campo transversal ao plano



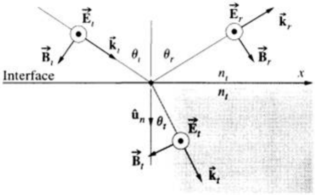

Campo paralelo ao plano

# Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Condições de contorno na superfície:
  - Meios dielétricos $\rightarrow \mu \sim \mu_0$
  - Continuidade dos campos tangenciais à superfície

$$E_{tan}^{meio_1} = E_{tan}^{meio_2}$$

$$E_i + E_r = E_t$$




$$B_{tan}^{meio_1} = B_{tan}^{meio_2}$$

$$-B_i \cos\theta_i + B_r \cos\theta_r = -B_t \cos\theta_t$$

$$B = \frac{E}{v}$$

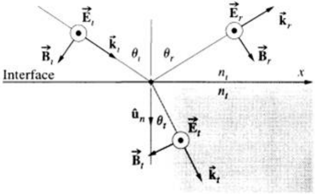
$$n = \frac{c}{v}$$

- Campo elétrico perpendicular ao plano de incidência - componente $s$ (*senkrecht* - perpendicular em alemão)

# Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Define-se coeficientes de reflexão para o campo elétrico:

$$r = \frac{E_r}{E_i}$$



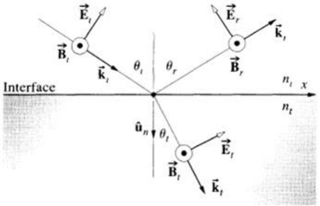

$$r_s = \frac{n_i \cos\theta_i - n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t}$$

- Usando a Lei de Snell

$$r_s = -\frac{\mathrm{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\mathrm{sen}(\theta_i + \theta_t)}$$

# Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Condições de contorno na superfície:
  - Meios dielétricos $\rightarrow \mu \sim \mu_0$
  - Continuidade dos campos tangenciais à superfície




- Campo elétrico paralelo ao plano de incidência - componente $p$

$$E_{tan}^{meio_1} = E_{tan}^{meio_2}$$

$$E_i \cos\theta_i - E_r \cos\theta_r = E_t \cos\theta_t$$

$$B_{tan}^{meio_1} = B_{tan}^{meio_2}$$

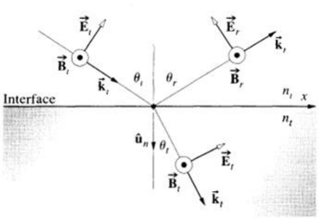
$$B_i + B_r = B_t$$

$$B = \frac{E}{v}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

# Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Pode-se calcular o coeficiente de reflexão, da mesma forma que a anterior



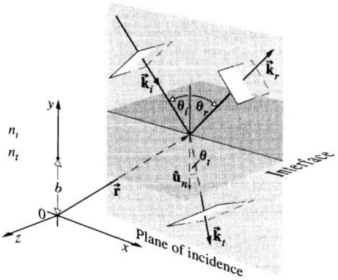

$$r_p = \frac{n_t \cos\theta_i - n_i \cos\theta_t}{n_t \cos\theta_i + n_i \cos\theta_t}$$

- Note que os índices de refração estão trocados em relação ao caso anterior
- Usando a Lei de Snell

$$r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

# Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Ou seja, para uma luz incidente com polarização genérica, temos:

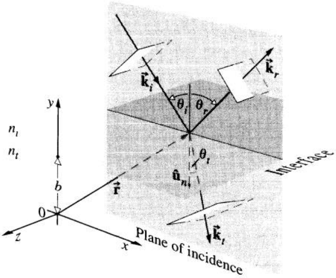



$$r_s = -\frac{\mathrm{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\mathrm{sen}(\theta_i + \theta_t)}$$

$$r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

# Motivação teórica: ver Hecht - seção 4.6

- Como medimos intensidade luminosa, definimos os coeficientes de reflexão como sendo a razão entre as intensidades. Como $I \propto E^2$




$$R_s = \frac{\operatorname{sen}^2(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{sen}^2(\theta_i + \theta_t)}$$

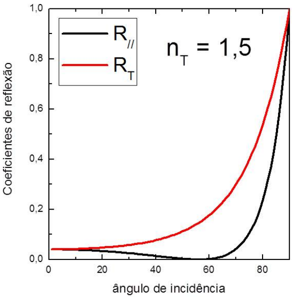
$$R_p = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

# Polarização por reflexão

- Coeficientes de reflexão $(R = \frac{I}{I_0})$

$$R_s = \frac{\text{sen}^2(\theta_i - \theta_t)}{\text{sen}^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$R_p = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

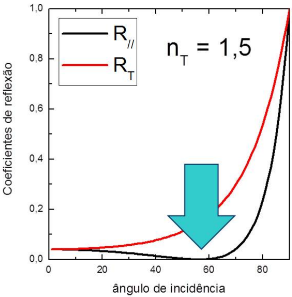


# Polarização por reflexão

- Em um dado ângulo a componente *p* da luz refletida tem intensidade 0
- Luz totalmente polarizada na outra direção (perpendicular - componente *s*)

$$R_p = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$\theta_i + \theta_t = 90^\circ$$



# Polarização por reflexão

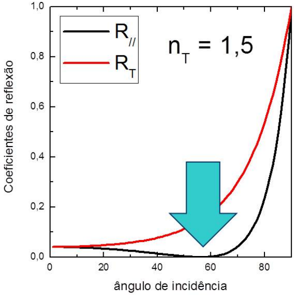
- O ângulo no qual a luz refletida é totalmente polarizada é chamado:
  - Ângulo de Brewster

$$\theta_B + \theta_t = 90^\circ$$

$$n_i \operatorname{sen}\theta_B = n_t \operatorname{sen}\theta_t$$

$$n_i \operatorname{sen}\theta_B = n_t \cos\theta_B$$

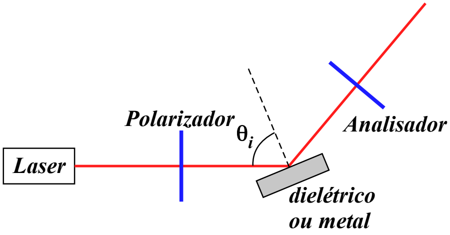
$$n_t = \tan\theta_B$$



# Sumário

# Montagem

- Podemos analisar a polarização da luz refletida por um material para estudar as suas propriedades ópticas




- Vetor de Jones para a luz que chega no detector

$$\begin{pmatrix} \cos^2\theta & \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta & \operatorname{sen}^2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha \end{pmatrix}$$

# Intensidade medida

$$\left( \begin{array}{cc} \cos^2\theta & \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta & \operatorname{sen}^2\theta \end{array} \right) \left( \begin{array}{cc} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha \end{array} \right) =$$

$$= \left( \begin{array}{c} -r_p\cos\alpha\cos^2\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ -r_p\cos\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}^2\theta \end{array} \right)$$

$$I \propto |-r_p\cos\alpha\cos^2\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta|^2 + |-r_p\cos\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}^2\theta|^2 =$$

$$= |r_p|^2\cos^2\alpha\cos^2\theta + |r_s|^2\operatorname{sen}^2\alpha\operatorname{sen}^2\theta - \frac{(r_p r_s^* + r_s r_p^*)}{4}\operatorname{sen}2\alpha\operatorname{sen}2\theta$$

# Mudança de variável

$$I = |r_p|^2 \cos^2\alpha \cos^2\theta + |r_s|^2 \operatorname{sen}^2\alpha \operatorname{sen}^2\theta - \frac{(r_p r_s^* + r_s r_p^*)}{4} \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} 2\theta$$

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan\Psi e^{i\Delta}$$

- Fazendo essa substituição podemos escrever

$$I = I_0(1 - \eta \operatorname{sen} 2\theta + \xi \cos 2\theta)$$

- onde

$$\eta \equiv 2\frac{\tan\Psi \cos\Delta \tan\alpha}{\tan^2\Psi + \tan^2\alpha} \qquad e \qquad \xi = \frac{\tan^2\Psi - \tan^2\alpha}{\tan^2\Psi + \tan^2\alpha}$$

# Ajuste da intensidade

- Os dados de intensidade podem ser ajustados através da expressão

$$I = I_0(1 - \eta \operatorname{sen} 2\theta + \xi \cos 2\theta)$$

- Determinando-se os valores de $I_0$, $\eta$ e $\xi$ podemos determinar

$$\tan \Psi = \sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}}|\tan \alpha| \qquad e \qquad \cos \Delta = \frac{\eta}{\sqrt{1-\xi^2}} \operatorname{sinal}(\alpha)$$

- e com isso podemos obter

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan \Psi e^{i\Delta}$$

# Propriedades ópticas

- Obtendo $\Psi$ e $\Delta$ e usando

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan\Psi e^{i\Delta}$$

$$r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \qquad \text{e} \qquad r_s = -\frac{\operatorname{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{sen}(\theta_i + \theta_t)}$$

- e a Lei de Snell

$$n_i \operatorname{sen}\theta_i = n_t \operatorname{sen}\theta_t$$

- podemos obter o índice de refração do meio

$$n_t^2 = n_i^2 \operatorname{sen}^2\theta_i \left[1 + \tan^2\theta_i \frac{(\cos 2\Psi - i \operatorname{sen} 2\Psi \operatorname{sen}\Delta)^2}{(1 + \operatorname{sen} 2\Psi \cos\Delta)^2}\right]$$

# Para um dielétrico

$$n_t^2 = n_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i \left[ 1 + \tan^2 \theta_i \frac{(\cos 2\Psi - i \operatorname{sen} 2\Psi \operatorname{sen} \Delta)^2}{(1 + \operatorname{sen} 2\Psi \cos \Delta)^2} \right]$$

- $n_t$ é real $\Rightarrow \operatorname{sen} \Delta = 0$
- e $\cos \Delta = -1$ para $\theta_i < \theta_B$ e $\cos \Delta = 1$ para $\theta_i > \theta_B$
- então

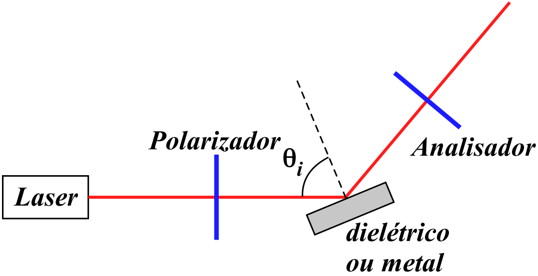
$$n_t^2 = n_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i \left[ 1 + \tan^2 \theta_i \frac{\cos^2 2\Psi}{(1 + \operatorname{sen} 2\Psi \cos \Delta)^2} \right]$$

# Sumário

# Objetivo da atividade

- Estudar como a luz pode ser polarizada por reflexão na superfície de um dielétrico
- Determinar o índice de refração e o ângulo de Brewster de um dielétrico

# Arranjo experimental




- O polarizador na frente do laser foi colocado em $\alpha = 45^\circ$

# Atividades para polarização por reflexão

- Foram medidas as intensidades de reflexão através do polarizador analisador para três ângulos de incidência
  - $\theta_i = 35$, 50 e 70 graus
- Ajuste as curvas medidas e determine os valores de $\eta$ e $\xi$ para cada ângulo de incidência
- Utilize esses valores na planilha "CÁLCULO DE n DIELÉTRICO EXP" e determine o índice de refração do dielétrico
- Qual o tipo de polarização da onda refletida? Qual a mudança na polarização com a variação do ângulo de incidência?
- Avalie a compatibilidade dos índices obtidos e determine o seu valor
- Utilize o valor do índice de refração e determine o ângulo de Brewter do material