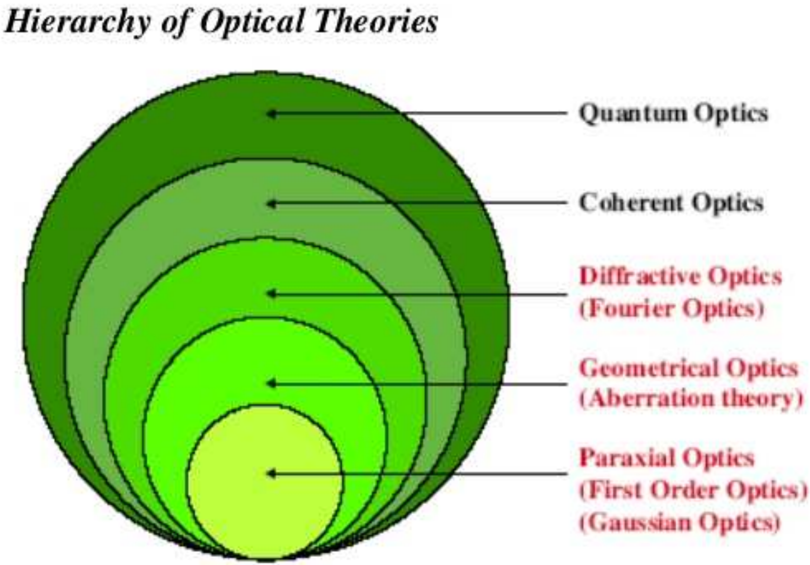
Experimento II - Óptica ondulatória - Análise de imagens

Sumário

Sumário

Conjuntos e subconjuntos

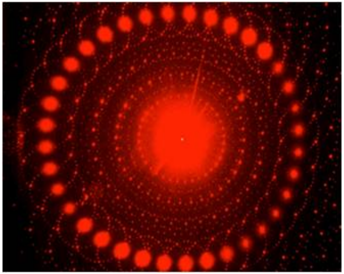


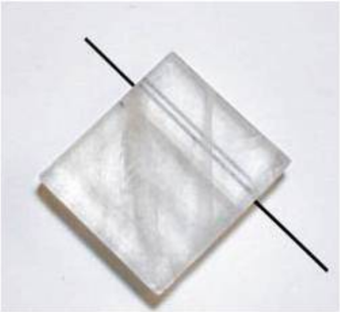
A natureza da luz

- O estudo de trajetórias de raios luminosos, em geral, é bem descrito pela óptica geométrica
  - Lentes, espelhos, etc.
- Durante muito tempo a teoria de Newton para a luz foi bem aceita
- Experiências de Young e Fresnel, no início dos anos de 1800, revelaram os efeitos de interferência e difração da luz

A natureza da luz

- Interferência e difração
  - A luz se comporta como uma onda
- Que tipo de onda?
  - A observação de fenômenos de polarização indicam que a luz é uma onda transversal
    - Erasmus Bartholin, 1669 – Calcita
    - Thomas Young e Augustin-Jean Fresnel – duas componentes com diferentes velocidades
- Os estudos de Maxwell (1864)
  - A luz é uma onda eletromagnética

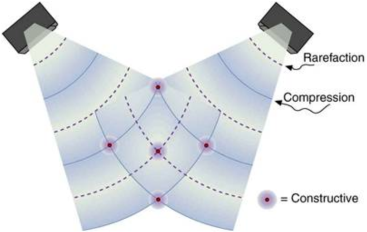


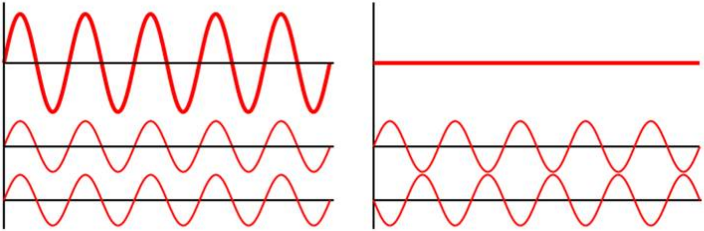


Sumário

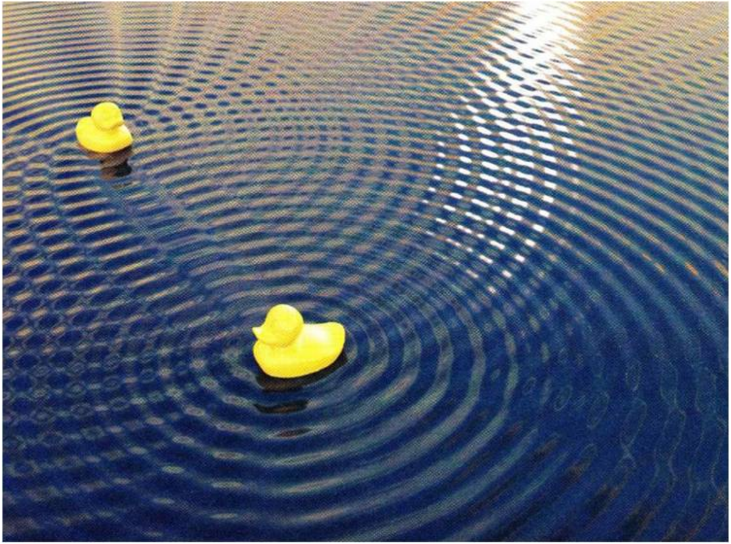
Interferência

- O princípio de superposição de ondas
  - Amplitudes se somam ponto a ponto
    - Interferência
- Interferência construtiva ou destrutiva





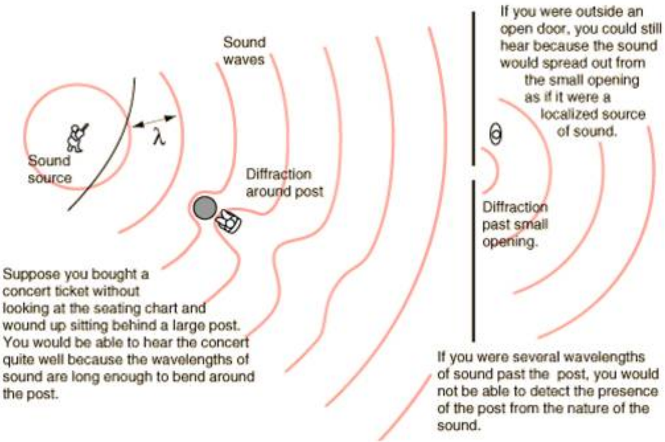
Interferência



Sumário

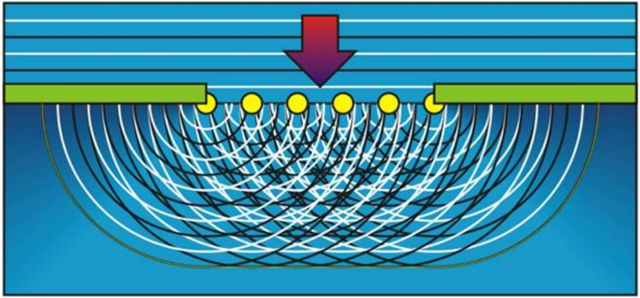
Difração

- Como um espectador, atrás de uma porta, por exemplo, é capaz de ouvir um som mas não é capaz de enxergar a pessoa falando?

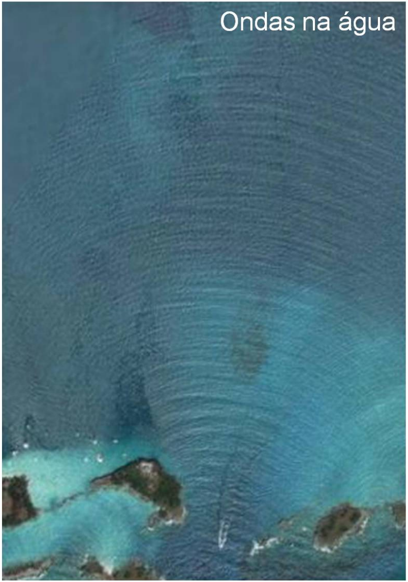


Explicando o fenômeno da difração

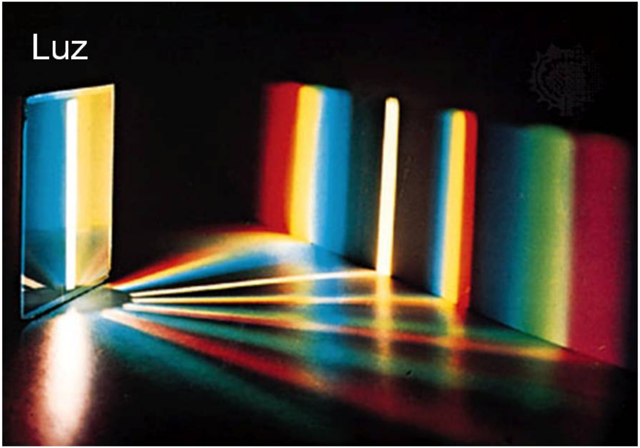
- Princípio de Huygens-Fresnel
  - Cada ponto de uma frente de onda (não obstruído) funciona como uma fonte emissora puntiforme esférica
  - A onda resultante consiste da superposição de todas as ondas esféricas, levando em consideração a fase entre elas



Difração na natureza

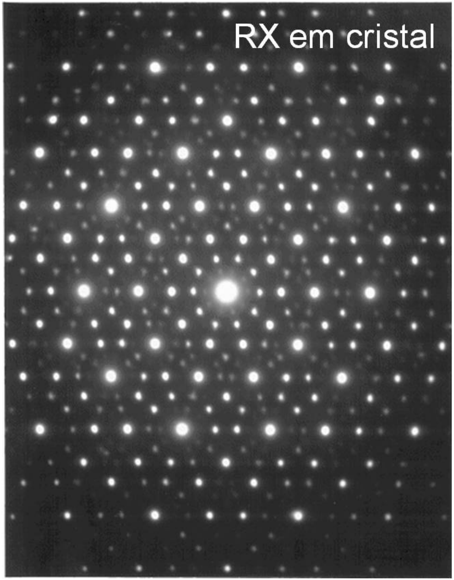


Difração na natureza



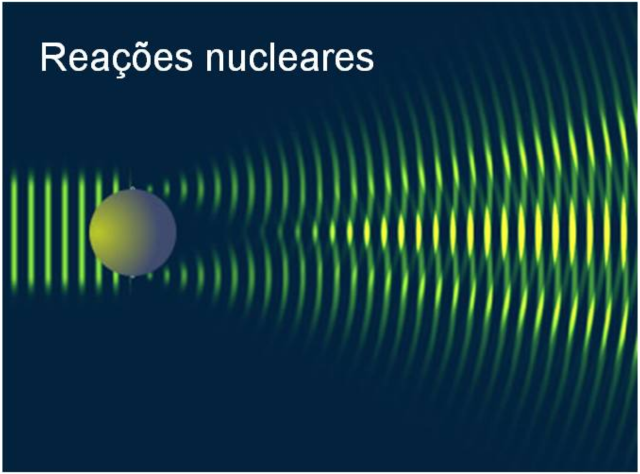
Difração na natureza

Difração na natureza



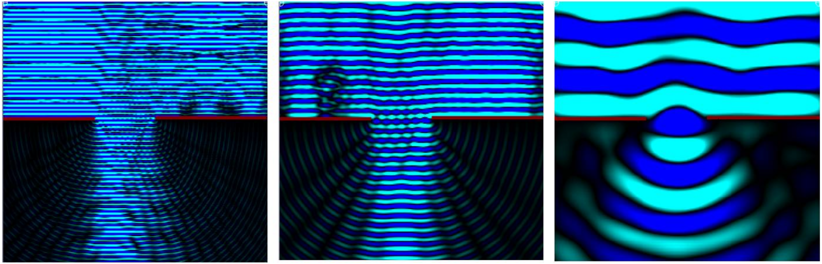
Difração na natureza

Difração na natureza



Dependência das dimensões dos obstáculos

- Ondas de comprimento muito menor que as dimensões do obstáculo sofrem pouca difração

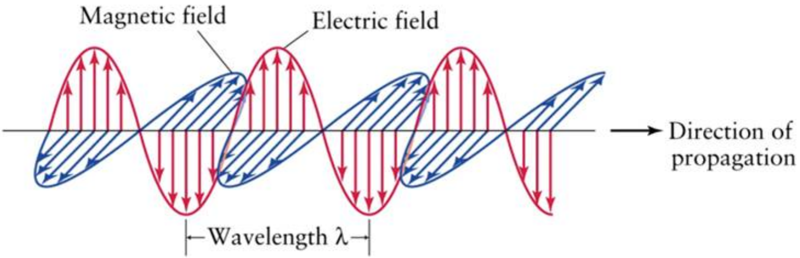


Ondas longitudinais e transversais

Ondas mistas (ondas do mar)

Ondas transversais

- São aquelas nas quais as suas vibrações são perpendiculares à direção de propagação
- A luz é formada por um campo elétrico e magnético transversais e variantes no tempo



Sumário

Sumário

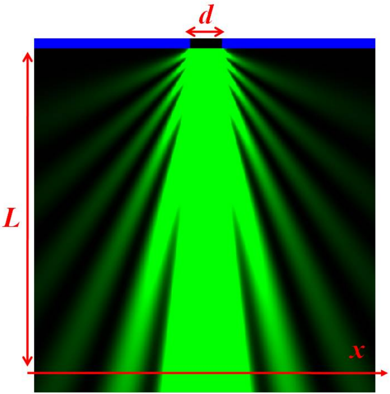
Objetivos do experimento

- Investigar a natureza ondulatória da luz através do estudo da difração e interferência
- Estudar a difração de objetos bi-dimensionais
- Estudar a difração como uma transformada de Fourier
- Analisar um computador óptico

Sumário

Estudo de uma fenda simples

- Seja uma fenda de largura d, comparável com o comprimento de onda λ
- Se colocarmos um anteparo a uma distância L, muito maior que d (difração de Fraunhofer), qual é a intensidade luminosa ao longo do eixo x?

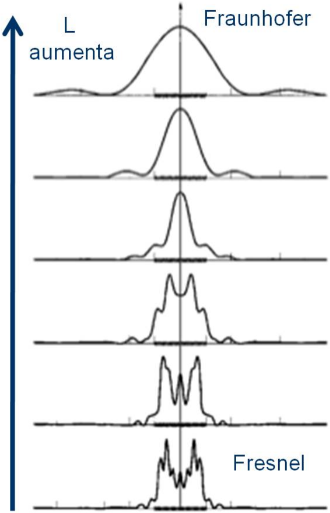


Por que $L \gg d$?

- Dois limites
  - Difração de Fresnel
    - Próximo ao obstáculo
    - Cálculos complexos
    - Efeitos de borda importantes
  - Difração de Fraunhofer
    - Longe do obstáculo
    - Muito mais simples de calcular

http://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_diffraction

http://en.wikipedia.org/wiki/Fraunhofer_diffraction



Generalizando a difração de Fraunhofer

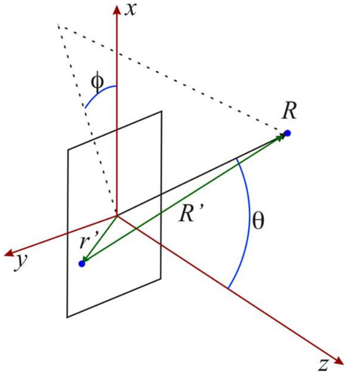
- Campo elétrico incidente no objeto

$$\hat{E} = E_0 e^{j(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

por simplicidade

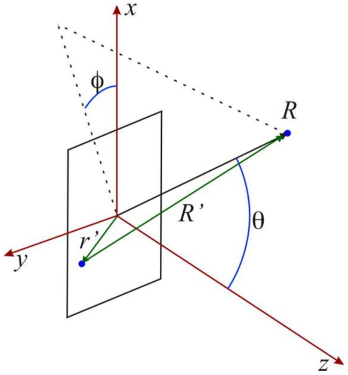
$$\hat{E} = E_0 e^{j\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

- Qual o campo elétrico no ponto R?



- Na posição R, o campo devido ao ponto em r' vale:

$$\hat{E}_{r'}(\vec{R}) = \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k}\cdot\vec{R'}}$$



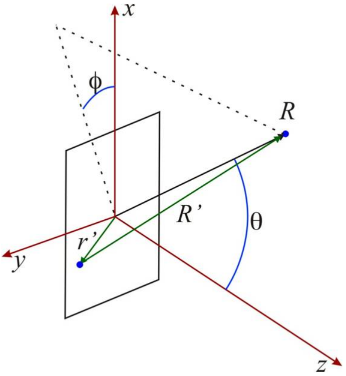
Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na posição R, o campo devido ao ponto em r' vale:

$$\hat{E}_{r'}(\vec{R}) = \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k}\cdot\vec{R'}}$$

- O campo total é dado por:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k}\cdot\vec{R'}} dxdy$$

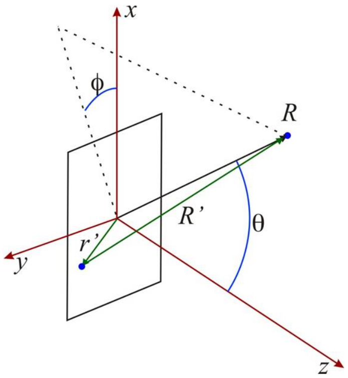


Generalizando a difração de Fraunhofer

- Para grandes distâncias

$$\vec{k} = k\hat{r}$$

$$\vec{R'} = \vec{R} - \vec{r'} = R\hat{r} - \vec{r'}$$



Generalizando a difração de Fraunhofer

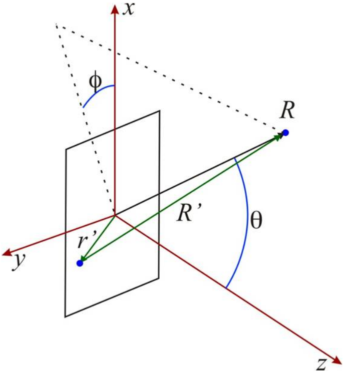
- Para grandes distâncias

$$\vec{k} = k\hat{r}$$

$$\vec{R'} = \vec{R} - \vec{r'} = R\hat{r} - \vec{r'}$$

- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{j(kR - \vec{k}\cdot\vec{r'})} dxdy$$



Generalizando a difração de Fraunhofer

- Para grandes distâncias

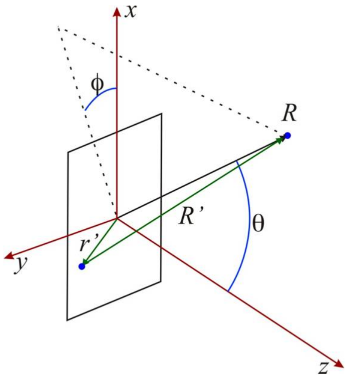
$$\vec{k} = k\hat{r}$$

$$\vec{R'} = \vec{R} - \vec{r'} = R\hat{r} - \vec{r'}$$

- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{j(kR - \vec{k}\cdot\vec{r'})} dxdy$$

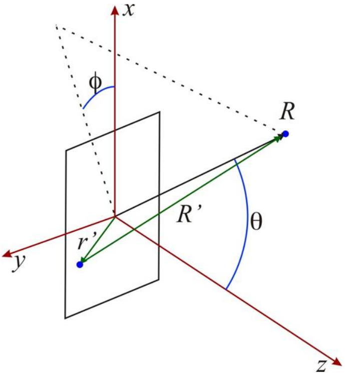
$$\hat{E}(\vec{R}) = e^{jkR} \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r'}} dxdy$$



Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na condição de Fraunhofer

$$R' = R \text{ (módulo)}$$



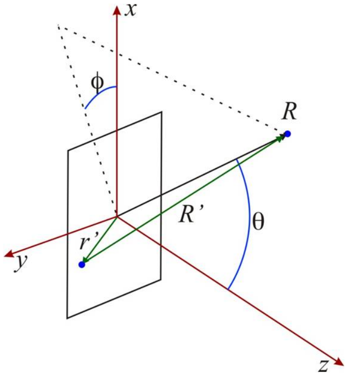
Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na condição de Fraunhofer

$$R' = R \text{ (módulo)}$$

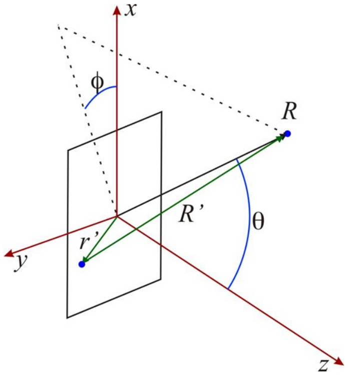
- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r') e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r'}} dxdy$$



Generalizando a difração de Fraunhofer

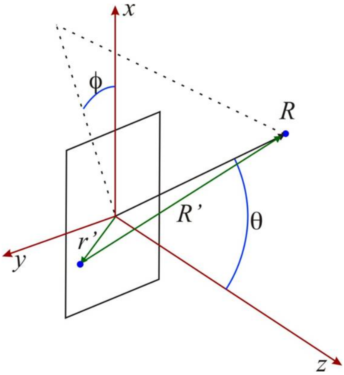
- Quem é $\vec{k} \cdot \vec{r'}$?



Generalizando a difração de Fraunhofer

- Quem é $\vec{k} \cdot \vec{r'}$?

$$\vec{r'} = x\hat{x} + y\hat{y}$$

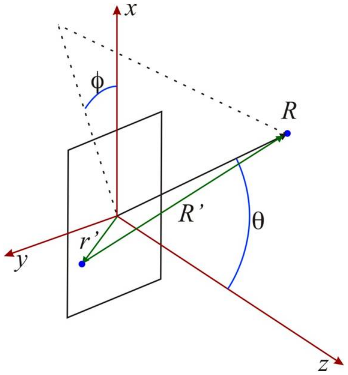


Generalizando a difração de Fraunhofer

- Quem é $\vec{k} \cdot \vec{r'}$?

$$\vec{r'} = x\hat{x} + y\hat{y}$$

$$\vec{k} = k\hat{r} = \begin{array}{l} (k\mathrm{sen}\theta\cos\phi)\hat{x} + \\ (k\mathrm{sen}\theta\mathrm{sen}\phi)\hat{y} + k\cos\theta\hat{z} \end{array}$$



Generalizando a difração de Fraunhofer

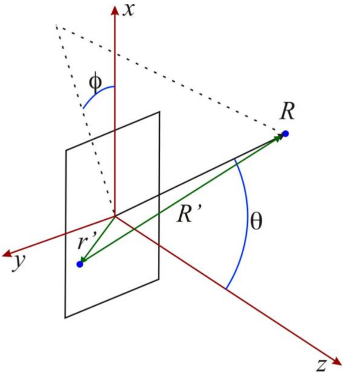
- Quem é $\vec{k} \cdot \vec{r'}$?

$$\vec{r'} = x\hat{x} + y\hat{y}$$

$$\vec{k} = k\hat{r} = \begin{array}{l} (k\mathrm{sen}\theta\cos\phi)\hat{x} + \\ (k\mathrm{sen}\theta\mathrm{sen}\phi)\hat{y} + k\cos\theta\hat{z} \end{array}$$

- Assim:

$$\vec{k}\cdot\vec{r'} = (k\mathrm{sen}\theta\cos\phi)x + (k\mathrm{sen}\theta\mathrm{sen}\phi)y$$

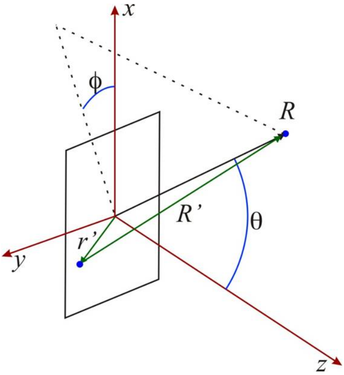


Generalizando a difração de Fraunhofer

- Quem é $\vec{k} \cdot \vec{r'}$?

$$\vec{r'} = x\hat{x} + y\hat{y}$$

$$\vec{k} = k\hat{r} = \begin{array}{l}(k\mathrm{sen}\theta\cos\phi)\hat{x}+ \\ (k\mathrm{sen}\theta\mathrm{sen}\phi)\hat{y} + k\cos\theta\hat{z}\end{array}$$



- Assim:

$$\vec{k}\cdot\vec{r'} = (k\mathrm{sen}\theta\cos\phi)x+(k\mathrm{sen}\theta\mathrm{sen}\phi)y$$

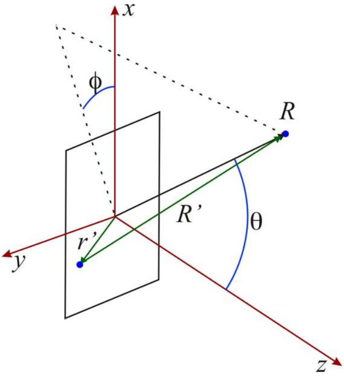
- Definindo:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_x = k\mathrm{sen}\theta\cos\phi \\ k_y = k\mathrm{sen}\theta\mathrm{sen}\phi \end{array} \right. \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{r'} = k_x x + k_y y$$

Generalizando a difração de Fraunhofer

- A expressão para o campo

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R}\int E_0(r')e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r'}}dxdy$$



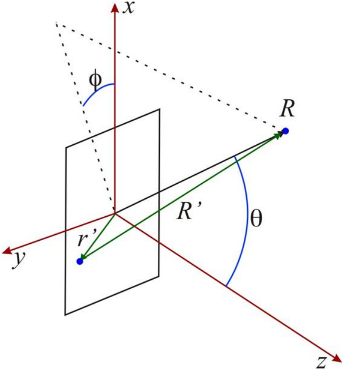
Generalizando a difração de Fraunhofer

- A expressão para o campo

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r')e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r'}} dxdy$$

- Torna-se:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x,y)e^{-j(k_x x + k_y y)} dxdy$$

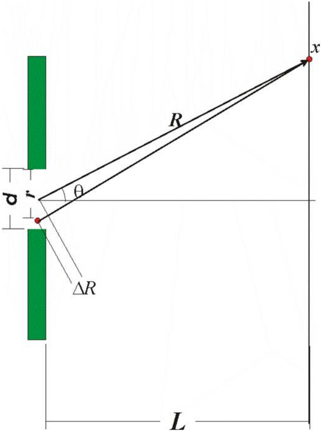


Sumário

O estudo de uma fenda simples em 1D

- O problema em 2D se resume a uma dimensão:

$$\phi = 0 \Rightarrow \begin{cases} k_x = k\text{sen}\theta\cos\phi = k\text{sen}\theta \\ k_y = k\text{sen}\theta\text{sen}\phi = 0 \end{cases}$$



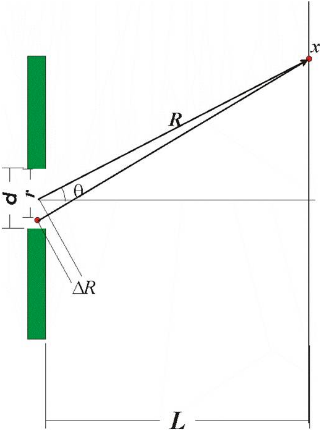
O estudo de uma fenda simples em 1D

- O problema em 2D se resume a uma dimensão:

$$\phi = 0 \Rightarrow \begin{cases} k_x = k\mathrm{sen}\theta\cos\phi = k\mathrm{sen}\theta \\ k_y = k\mathrm{sen}\theta\mathrm{sen}\phi = 0 \end{cases}$$

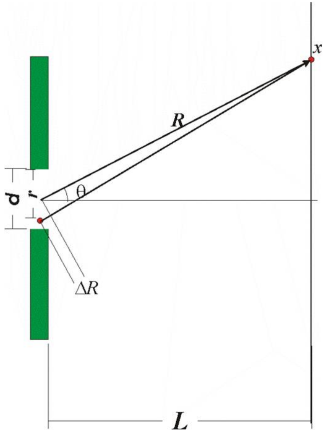
- O campo elétrico em um ponto x qualquer, distante da fenda vale:

$$\begin{aligned} \hat{E}(\vec{R}) &= \frac{e^{jkR}}{R} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} E_0 e^{-jk_x x} dx \\ &= \hat{C} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} e^{-jk_x x} dx \end{aligned}$$



- Ou seja:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \hat{C} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} e^{-jk_x x} dx$$



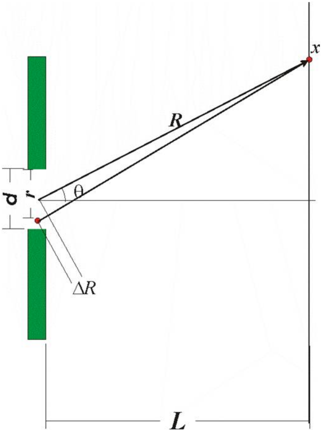
O estudo de uma fenda simples em 1D

- Ou seja:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \hat{C} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} e^{-jk_x x} dx$$

- Que resulta em:

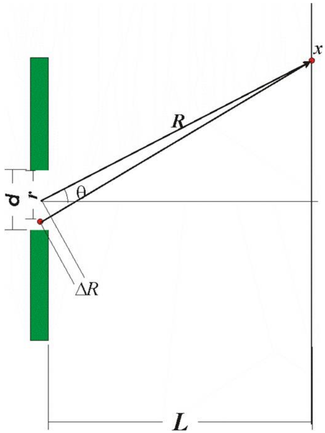
$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{\hat{C}}{jk_x} \left(e^{jk_x \frac{d}{2}} - e^{-jk_x \frac{d}{2}} \right)$$



O estudo de uma fenda simples em 1D

- Sabendo que:

$$\text{sen}\alpha = \frac{1}{2j}\left(e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}\right)$$



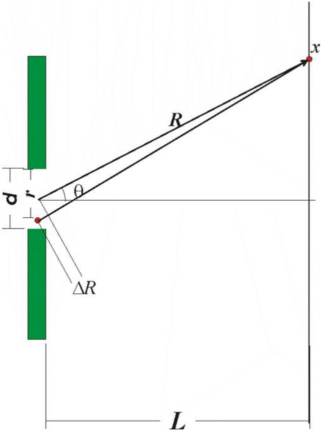
O estudo de uma fenda simples em 1D

- Sabendo que:

$$\text{sen}\alpha = \frac{1}{2j}\left(e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}\right)$$

- Temos que:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{\hat{D}}{k_x}\text{sen}\left(k_x\frac{d}{2}\right)$$



O estudo de uma fenda simples em 1D

- Sabendo que:

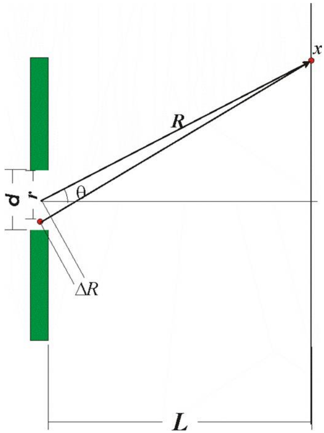
$$\text{sen}\alpha = \frac{1}{2j}\left(e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}\right)$$

- Temos que:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{\hat{D}}{k_x}\text{sen}\left(k_x \frac{d}{2}\right)$$

- Lembrando que:

$$k_x = k\text{sen}\theta = \frac{2\pi}{\lambda}\text{sen}\theta$$



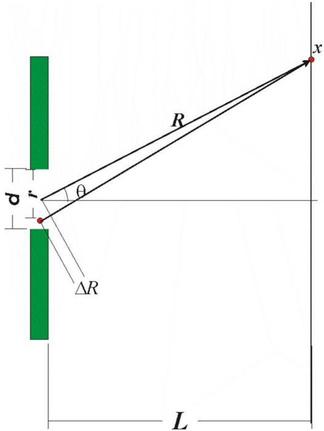
O estudo de uma fenda simples em 1D

- Com um pouco de manipulação, podemos escrever que:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \hat{A}\frac{\mathrm{sen}\beta}{\beta}$$

- com:

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}\mathrm{sen}\theta, \text{ e } \hat{A} = \text{constante}$$



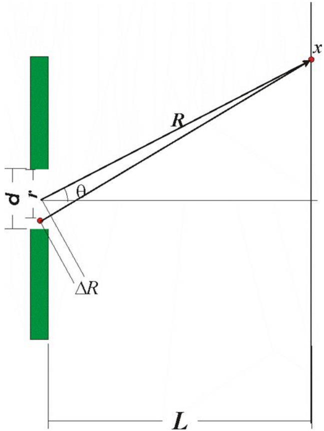
O estudo de uma fenda simples em 1D

- Como a intensidade luminosa é proporcional ao quadrado do campo elétrico temos que:

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left(\frac{\text{sen}\beta}{\beta} \right)^2$$

- com:

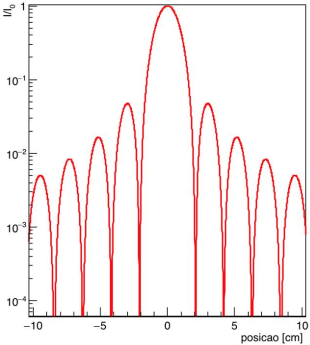
$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \text{sen}\theta$$



O estudo de uma fenda simples em 1D

- Variação de intensidade com o ângulo:

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left(\frac{\mathrm{sen}\beta}{\beta} \right)^2$$



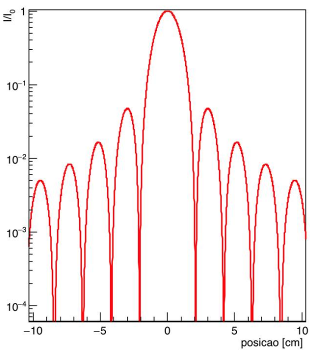
O estudo de uma fenda simples em 1D

- Variação de intensidade com o ângulo:

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left(\frac{\mathrm{sen}\beta}{\beta}\right)^2$$

- Mínimos $\rightarrow \mathrm{sen}\beta = 0$:

$$\beta = \pi, 2\pi, \ldots, n\pi$$



O estudo de uma fenda simples em 1D

- Variação de intensidade com o ângulo:

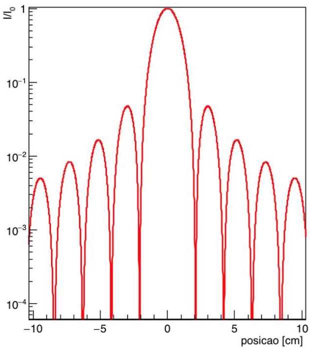
$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left(\frac{\mathrm{sen}\beta}{\beta} \right)^2$$

- Mínimos $\rightarrow \mathrm{sen}\beta = 0$:

$$\beta = \pi, 2\pi, \ldots, n\pi$$

- Máximos $\rightarrow \beta = \tan\beta$:

$$\beta = 0 \text{ e } \beta \approx \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \ldots, \frac{2n+1}{2}\pi$$



Sumário

Duas fendas separadas

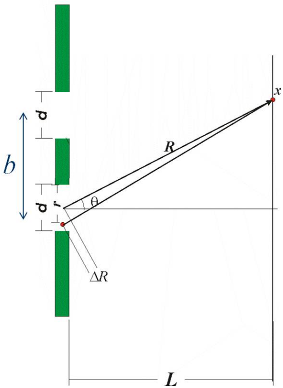
- Soma sobre duas fendas separadas de uma distância b:

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \underbrace{\left(\frac{\mathrm{sen}\beta}{\beta}\right)^2}_{\text{Difração}} \cdot \underbrace{\cos^2\left(\frac{\pi b}{\lambda}\mathrm{sen}\theta\right)}_{\text{Interferência}}$$

- com:

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}\mathrm{sen}\theta$$

- Pode-se deduzir as posições dos máximos e mínimos de interferência e difração da mesma forma que para a fenda simples



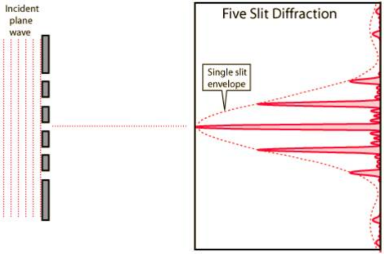
Sumário

Muitas fendas separadas (rede de difração)

- Na medida em que aumentamos o número de fendas, os máximos ficam bem localizados
- Rede de difração
  - Muitas fendas igualmente espaçadas
  - Máximos em:

$$n\lambda = d\text{sen}\theta$$

  - d = distância entre as linhas



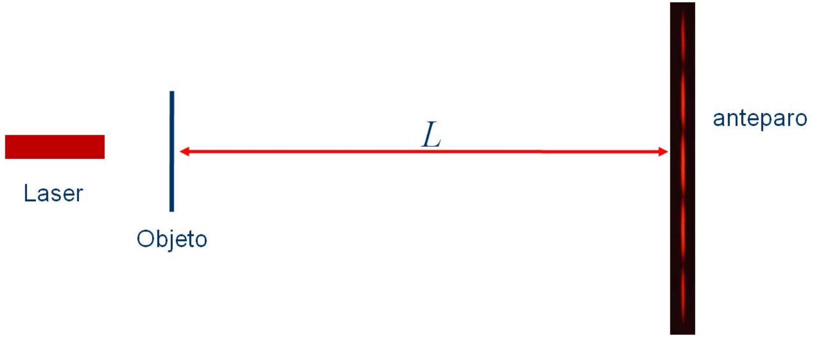
Sumário

Atividades

- Estudar, quantitativamente, a figura de difração de uma fenda simples, uma fenda dupla e da rede de difração

Como obter figuras de difração?

- Montagem: laser + objeto + anteparo
- O anteparo é colocado a uma distância conhecida para observar as figuras de interferência e difração



Difração por fenda simples e dupla

Atividades preparatória

- Estimar a distância entre o anteparo e a fenda de modo a ser possível medir as posições dos mínimos/máximos de difração de forma confortável, tanto para a fenda simples como para a dupla
- Fazer os gráficos de intensidade em função da posição no anteparo para a fenda simples e para a fenda dupla
- Estimar o número de pontos que você vai conseguir medir para cada uma das fendas utilizadas
    - Ver detalhes na página da disciplina

Atividades da semana

- Para uma fenda simples e uma fenda dupla
  - Observe os fenômenos de interferência e difração
  - Meça as posições de mínimo de interferência e difração
    - Alguns acham melhor medir os máximos
  - Faça a análise apropriada e determine as dimensões das fendas
    - Compare com os valores nominais
- Para a rede de difração meça as posições de máximo de interferência e determine a densidade de fios da rede