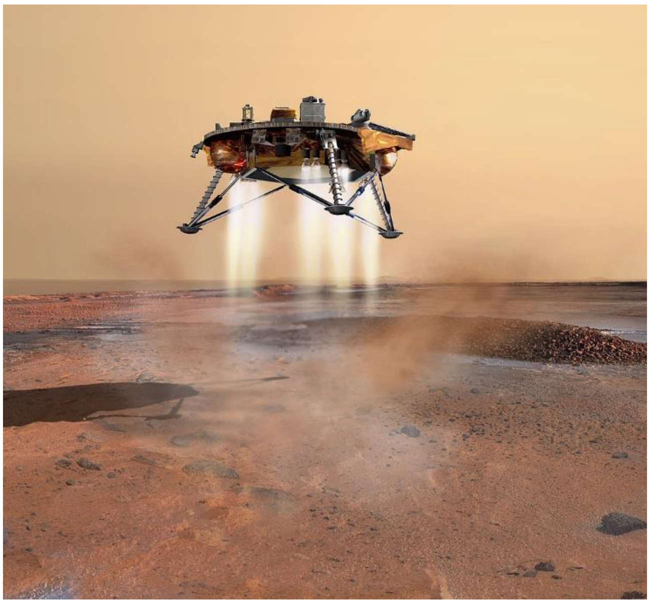
PME3100 Mecânica I

Ronaldo de Breyne Salvagni
E-mail: salvagni@usp.br

1 – Introdução

- *Como prever e controlar o movimento do braço (com dois ou três segmentos) de um robô?*

- *Como dimensionar a lança de um guindaste, sem quebrar nem desperdiçar material?*



- Como prever e controlar a rota e o pouso de uma nave espacial?

<u>A Mecânica é a base para responder a estas e muitas outras perguntas.</u>

<u>Objeto da disciplina:</u>

A interação entre corpos rígidos, com a abordagem da Mecânica Newtoniana.

<u>Objetivo da disciplina:</u>

Desenvolver no aluno uma compreensão mais aprofundada das interações entre corpos, e capacitá-lo a usar recursos matemáticos na análise e simulação básica dessas interações.

A Mecânica é uma ciência física. Como qualquer ciência, pretende estabelecer uma ponte entre, ou correlacionar, dois "mundos": o mundo imaginário, mental e o mundo real (no caso, físico).

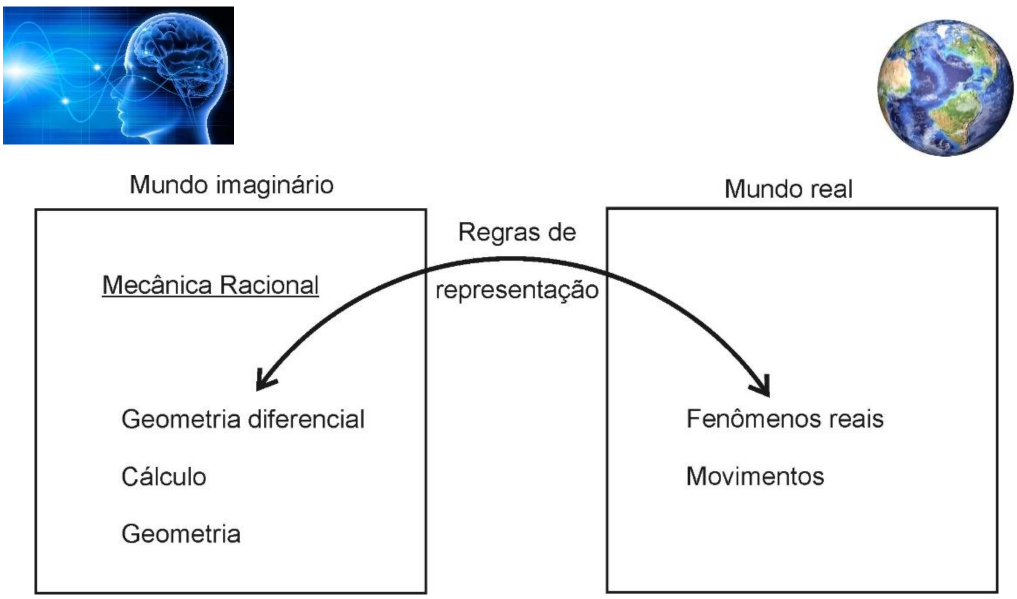


Figura 1.1 – Mundos imaginário e real

MODELOS

O cérebro humano não consegue se relacionar diretamente com o mundo externo, real. Com base nos dados obtidos pelos sentidos do corpo humano, o cérebro constrói uma representação mental desse mundo e passa a raciocinar, pensar, reagir e interagir a partir dela. Este fato corresponde a um conceito básico da Engenharia: o conceito de "modelo" ou "modelo de Engenharia".

Um modelo é uma representação simplificada da realidade, na qual comparecem apenas os efeitos ou grandezas que influam significativamente nos resultados desejados. O "significativamente" vai depender da precisão requerida. Há diversos tipos de modelos, como modelos físicos: maquetes, desenhos, simulações virtuais, ou modelos matemáticos, que são as equações que representam o caso real.

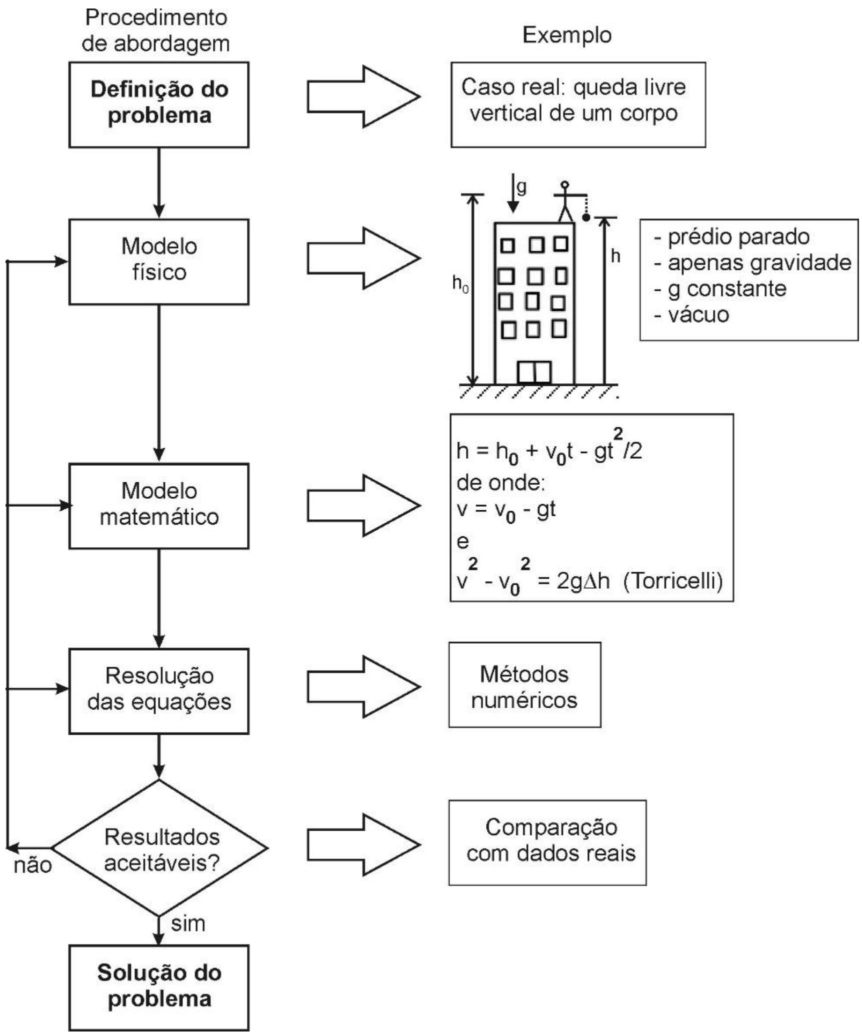


Figura 1.2 Modelos de Engenharia

No presente curso, os exemplos e aplicações já vão partir de modelos físicos.

A MECÂNICA

A Mecânica (newtoniana) é normalmente subdividida em três grandes áreas, de acordo com os modelos físicos adotados, e se propõe a estudar o comportamento de corpos materiais sob a ação de forças:

Mecânica	- dos corpos rígidos	- Estática - Cinemática - Dinâmica	Objeto deste curso
	- dos corpos deformáveis (resistência dos materiais)		
	- dos fluidos		

onde:
Estática: estudo do equilíbrio, ou seja, das situações em que as grandezas não variam com o tempo.
Cinemática: descrição ou representação dos movimentos, sem relacioná-los com suas causas;
Dinâmica: estudo dos movimentos, relacionando-os com suas causas
Movimento: variação de posição, em relação a um dado referencial, de um ponto ou corpo material.
Referencial: é um corpo material em relação ao qual o movimento é descrito ou estudado. Não confundir referencial ou sistema de referência com sistema de coordenadas.

Todo movimento é relativo: refere-se a um determinado referencial ou sistema de referência.

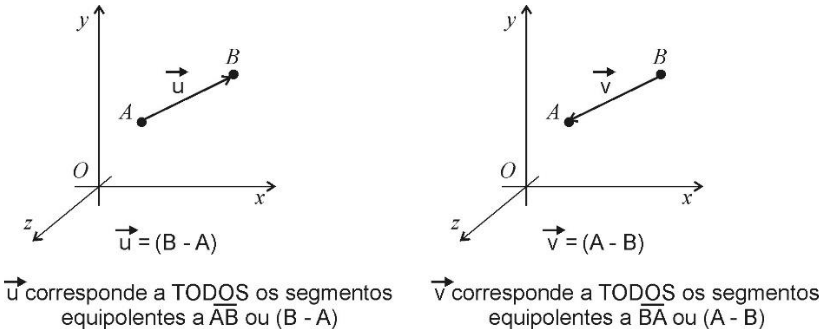
Não se pretenderá aqui aprofundar os aspectos filosóficos envolvidos nos axiomas e conceitos fundamentais da Mecânica, tais como tempo, espaço e matéria.

VETORES (alguns fatos importantes)

No contexto mais amplo da Teoria das Matrizes, um vetor pode ser definido como uma matriz coluna. Numa abordagem mais restrita, um vetor é um conjunto de n números (escalares), que é elemento de um espaço vetorial $\mathbb{V}^n$ de ordem (dimensão) n. Esse espaço vetorial é um conjunto de vetores, munido de elementos especiais e algumas operações com determinadas propriedades. O conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ é um espaço vetorial de ordem 1.

Importante:

- *Vetor não é "flechinha"*: no espaço vetorial de ordem 3, cada elemento pode ser associado a um elemento (segmento de reta orientado) do espaço geométrico cartesiano de ordem 3, bem como suas respectivas operações. Porém, um vetor não é um segmento de reta.



- *<u>Não basta ter módulo, direção e sentido para ser um vetor:</u>* um vetor (de $\mathbb{V}^3$) tem módulo, direção e sentido (do segmento de reta associado), mas nem toda grandeza com módulo, direção e sentido pode ser representada por um vetor. Por exemplo, os deslocamentos lineares no espaço geométrico (que têm módulo, direção e sentido) podem ser aplicados sucessivamente (operação de soma), e o resultado independe da ordem de aplicação, Assim, essa operação tem a propriedade comutativa, assim como a soma de vetores, e os deslocamentos lineares podem ser representados por vetores.

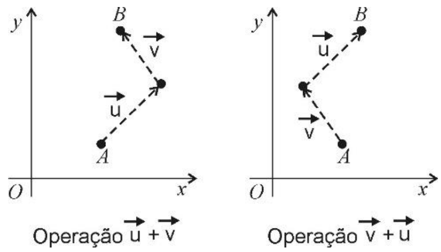


Figura 1.3 – Adição de deslocamentos lineares

Já em deslocamentos angulares (rotações finitas), que também têm módulo (o quanto gira), direção (a direção do eixo de rotação) e sentido, a posição final após aplicações sucessivas (soma) depende da ordem de aplicação, o que significa que sua soma não tem a propriedade comutativa e impede que possam ser representados por vetores.

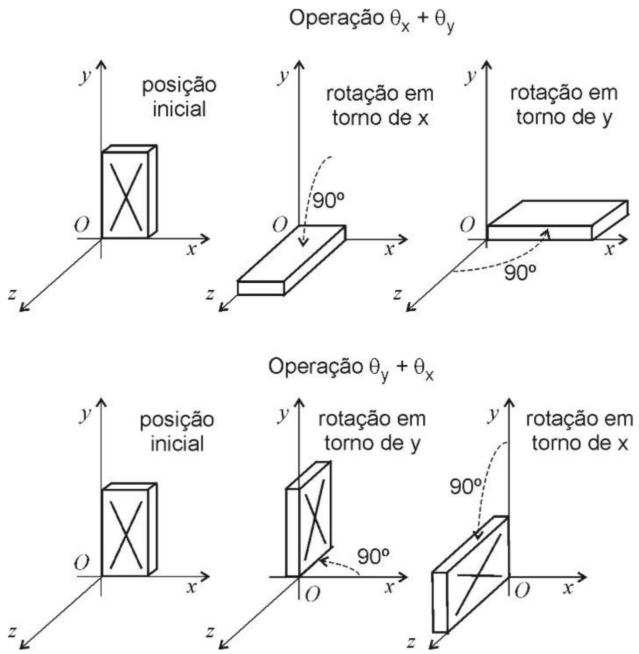


Figura 1.4 – Adição de deslocamentos angulares

<u>- Equações vetoriais</u>

<u>Produto escalar</u>

Equação: $\vec{x} \cdot \vec{u} = c$, com $\vec{x}$ e $\vec{u} \in \mathbb{V}^3$, e $c \in \mathbb{R}$; $\mathbb{V}^3$: espaço vetorial de ordem 3 (3 dimensões)

Solução:

- Se $\vec{u} = \vec{0}$ e $c \neq 0$, então $\nexists\, \vec{x}$.
- Se $\vec{u} = \vec{0}$ e $c = 0$, então $\forall\, \vec{x} \in \mathbb{V}^3$
- Se $\vec{u} \neq \vec{0}$: $\vec{x} = \frac{c}{|\vec{u}|^2}\vec{u} + \vec{s} \wedge \vec{u}, \forall\, \vec{s} \in \mathbb{V}^3$

Geometricamente, $\vec{x}$ representaria todos os vetores (segmentos de reta) cuja projeção na direção de $\vec{u}$ é igual a c.

<u>Produto vetorial</u>

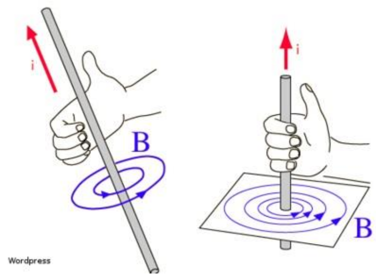
Equação: $\vec{x} \wedge \vec{u} = \vec{v}$, com $\vec{x}$, $\vec{u}$ e $\vec{v} \in \mathbb{V}^3$; $\mathbb{V}^3$: espaço vetorial de ordem 3 (3 dimensões)

Solução:

- Se $\vec{u} = \vec{0}$ e $\vec{v} = \vec{0}$, então $\forall\, \vec{x} \in \mathbb{V}^3$.
- Se $\vec{u} = \vec{0}$ e $\vec{v} \neq \vec{0}$, então $\nexists\, \vec{x}$.
- Se $\vec{u} \neq \vec{0}$, $\vec{v} \neq \vec{0}$ e $\vec{u}$ não for ortogonal a $\vec{v}$ (ou seja, $\vec{u} \cdot \vec{v} \neq 0$), então $\nexists\, \vec{x}$.
- Se $\vec{u} \neq \vec{0}$ e $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$:

$$\vec{x} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{v}}{|\vec{u}|^2} + \lambda\vec{u}, \forall\, \lambda \in \mathbb{R}.$$

Lembrete – “regra da mão direita”:



<u>- Equações vetoriais correspondentes a figuras geométricas:</u>

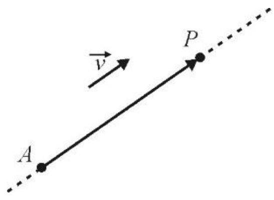
<u>Reta de pontos P</u>

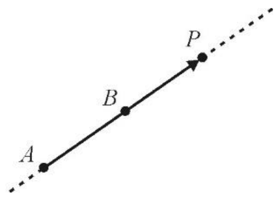
- dados A e $\vec{v}$; reta que passa por A e tem direção de $\vec{v}$

$(P - A) = \lambda\vec{v}, \lambda \in \mathbb{R}$

- dados A e B; reta que passa por A e B

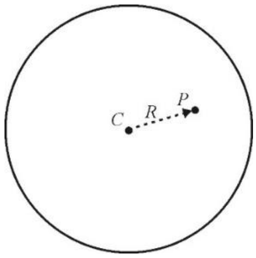
$(P - A) = \lambda(B - A), \lambda \in \mathbb{R}$





<u>Superfície esférica de pontos P, centro C e raio R</u>

$(P - C) = R\frac{\vec{s}}{|\vec{s}|}, \vec{s} \in \mathbb{V}^3$



<u>Superfície cilíndrica de pontos P, eixo A$\vec{u}$ e raio R</u>

$(P - A) = \lambda\vec{u} + R\ \frac{\vec{s}\wedge\vec{u}}{|\vec{s}\wedge\vec{u}|}, \lambda \in \mathbb{R}$ e $\vec{s} \in \mathbb{V}^3$