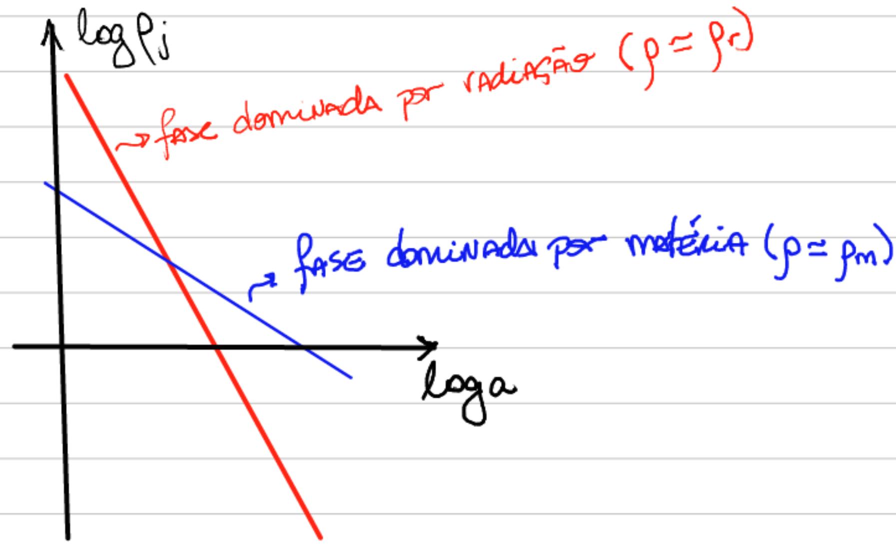
O modelo do Big Bang

Constituintes mínimos do nosso universo: matéria não-relativística ("poeira"; $w_m = 0$) e radiação ($w_r = 1/3$)

$$\rho_m = \rho_{m0}\frac{a_0^3}{a^3} = \rho_{m0}(1+z)^3 \qquad \left(\log\rho_m = \log(\rho_{m0}a_0^3) - 3\log a\right)$$

$$\rho_r = \rho_{r0}\frac{a_0^4}{a^4} = \rho_{r0}(1+z)^4 \qquad \left(\log\rho_r = \log(\rho_{r0}a_0^4) - 4\log a\right)$$



Atualmente: $\rho_{r0}/\rho_{m0} \sim 10^{-4}$

Além disso, lembrando que o espectro de corpo negro é dado por

$$\frac{d\rho_{r0}}{df_0} \propto \frac{f_0^2}{c^3}\frac{hf_0}{[\exp(hf_0/kT_0)-1]} = \left(\frac{a_e}{a_0}\right)^3 \frac{f_e^2}{c^3}\frac{hf_e}{[\exp(hf_e a_e/a_0 kT_0)-1]} \iff$$

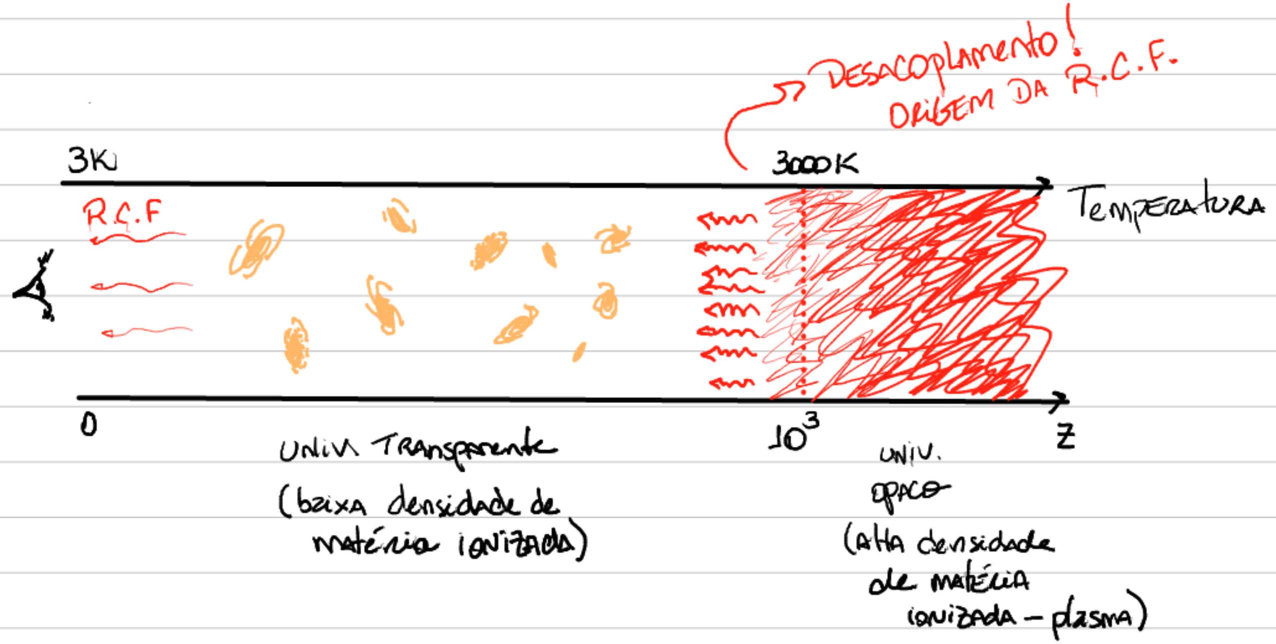
$$\iff \frac{d}{df_e}\left[\left(\frac{a_0}{a_e}\right)^4 \rho_{r0}\right] \propto \frac{f_e^2}{c^3}\frac{hf_e}{[\exp(hf_e/kT_e)-1]}, \quad T_e := \frac{a_0}{a_e}T_0$$

Ou seja, a expansão preserva a natureza térmica da radiação de corpo negro, apenas tendo sua temperatura alterada de acordo com

$$\boxed{T = T_0\left(\frac{a_0}{a}\right) = T_0(1+z)}$$

Atualmente, $T_0 \simeq 2{,}7\,K$

Consequência: No passado, o universo era mais quente. Para temperaturas muito altas ($\sim 3000\,K$) a radiação é energética o suficiente p/ ionizar átomos, fazendo com que a interação entre matéria e radiação seja mais eficiente (pois a matéria estará carregada), de modo que a propagação das ondas eletromagnéticas (ou dos fótons, se preferirem) seja prejudicada



Exercício: Supondo que desde o "desacoplamento" até hoje a expansão tivesse sido dominada pela matéria não-relativística, estime o tempo decorrido desde o "desacoplamento", como função de H_0. Estime esse valor para $H_0 \simeq 70\,km/(s.Mpc)$.

Exercício: Supondo que desde $a=0$ até o "desacoplamento" a expansão tivesse sido dominada pela radiação, estime a idade do universo na época do "desacoplamento". Utilize a análise do exercício anterior p/ relacionar as "condições iniciais" na época do desacoplamento com o valor de H_0. Estime esse valor para $H_0 \simeq 70\,km/(s.Mpc)$.

Exercício: A escala da energia de ligação entre nucleons (prótons e nêutrons) é de 1 MeV — cerca de 10^6 vezes maior que a escala da energia de ligação de elétrons em átomos. Sendo assim, seguindo a mesma lógica anterior, estime a idade do universo a partir de quando núcleos atômicos podem ser formados.

Exercício: Nosso entendimento das interações eletromagnética e nuclear fraca é tal que a temperaturas superiores à chamada "escala eletrofraca" ($k_B T_{EF} \sim 10^2\,GeV$, onde k_B é a constante de Boltzmann), ambas as interações são descritas de maneira unificada, havendo uma "transição de fase" relacionando esses dois regimes ($T > T_{EF}$, $T < T_{EF}$). Supondo que a fase dominada por radiação se estenda, para o passado, até valores de $a(t)$ arbitrariamente pequenos, calcule a idade do universo (desde $a(t)=0$) quando a transição de fase eletrofraca teria ocorrido.

Exercício: Considerando que conhecemos bem as leis da natureza envolvendo escalas de temperatura até $kT \sim 10\,TeV$, estime a idade do universo (desde $a=0$ num modelo dominado por radiação) a partir de quando podemos ter segurança sobre o nosso entendimento de sua evolução. Mostre também, no entanto, que sempre podemos acrescentar uma fase de expansão exponencial anterior a esse instante, fazendo a idade do universo infinita.