

---

## P2 - Eletrodinâmica Clássica - 2021

---

### Instruções gerais:

- O último horário de entrega da prova é às 8h (segunda-feira), dia 05/07/21;
- Estamos trabalhando na base da confiança e da honra. Vocês devem resolver a prova individualmente, e em princípio eu confio nesse compromisso de vocês. Por outro lado, eu também vou verificar se esse compromisso foi cumprido, e as consequências podem ser severas;
- Após terminar de resolver a prova, passe a limpo a sua solução. Deixe claro nas páginas de resposta os passos mais relevantes da sua resolução, que me permitam anotar as suas escolhas/convenções, além de me permitir identificar os eventuais erros nas suas soluções;
- Escaneie ou tire fotos dessas páginas e mande para mim por e-mail: [raulabramo@usp.br](mailto:raulabramo@usp.br). Certifique-se que essas páginas estão **claramente numeradas e identificadas** – e que as **imagens são legíveis**;
- Você pode utilizar, nas suas soluções, quaisquer materiais como notas de aulas e livros. Evidentemente, soluções copiadas da internet serão consideradas inválidas;
- Quaisquer dúvidas sobre essa prova, entrem em contato comigo exclusivamente por meio do meu e-mail (acima), eu tentarei responder rapidamente durante toda a sexta-feira e também no final de semana;
- Boa prova!

### 1 Questão 1 (2.5 pontos)

Uma esfera condutora de raio  $R$  se move com velocidade constante  $\mathbf{v} = v\hat{x}$  através de um campo magnético  $\mathbf{B} = B\hat{y}$ .

a) (0.9) *Encontre os campos elétrico e magnético no referencial inercial do laboratório ( $S$ ) e no referencial inercial da esfera ( $S'$ ).*

b) (0.9) *Encontre o potencial elétrico (dentro e fora da esfera) no referencial  $S'$ . Dica: considere  $\phi(r' = R) = 0$ .*

c) (0.7) *Encontre a densidade de carga induzida nos referenciais  $S$  e  $S'$ .*

### 2 Questão 2 (2.5 pontos)

Nesta questão você deve determinar o movimento de uma partícula carregada utilizando as equações relativísticas – ou seja, não tome  $\beta = v/c \rightarrow 0$ .

a) (1.5) *Determine o movimento de uma partícula carregada em um campo elétrico uniforme no caso em que a velocidade inicial da partícula é perpendicular ao campo. Encontre a velocidade da partícula em função do tempo próprio da mesma ( $\tau$ ) e use o fato de que  $\frac{qE\tau}{mc} \ll 1$  para expandí-la desprezando termos de ordem  $O[(\frac{qE\tau}{mc})^3]$  e maiores. Encontre as equações de movimento em função de  $\tau$  e, isolando as variáveis do movimento, mostre que, no limite  $c \rightarrow \infty$ , o movimento se reduz a uma parábola.*

b) (1.0) *Determine o movimento de uma partícula carregada em um campo eletromagnético uniforme no caso em que  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  sejam paralelos, e a velocidade inicial da partícula seja perpendicular a  $\mathbf{E}$ . Encontre velocidade da partícula em função de seu tempo próprio, suas equações de movimento (também em função de  $\tau$  e desprezando termos de ordem  $O[(\frac{qE\tau}{mc})^3]$  e  $O[(\frac{qB\tau}{mc^2})^3]$  ou maiores). Encontre o movimento em  $x$  e em  $y$  em função de  $z$  e argumente sobre o movimento quando  $c \rightarrow \infty$ .*

### 3 Questão 3 (2.5 pontos)

Um dipólo elétrico oscila com frequência  $\omega$  e amplitude  $P_0$ . O mesmo é colocado a uma distância  $a/2$  de um plano perfeitamente condutor e o dipólo fica paralelo a ele.

a) (1.0) *Encontre o potencial vetor em um ponto  $r$ , acima do plano. Como estamos interessados nos campos de radiação use:  $r \gg a$ .*

b) (1.0) *Encontre os campos elétrico e magnético. Considere apenas termos com ordem  $1/r$ , não superiores.*

c) (0.5) *Como fica a radiação média temporal angular emitida para distâncias  $r \gg \lambda$ ? Considere que  $\lambda \gg a$  e forneça uma expressão aproximada utilizando essa informação até primeira ordem na expansão em  $1/r$ .*

### 4 Questão 4 (2.5 pontos)

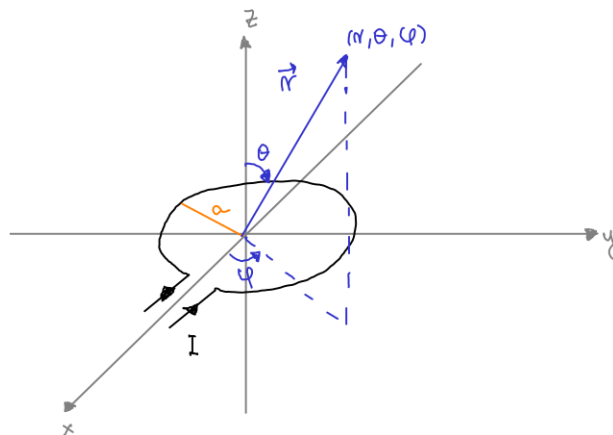


Figure 1: Espira com corrente alternada.

Uma espira de raio  $a$  com corrente  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$  está localizada no plano  $xy$ , como

mostra a figura 1.

- a) (0.5) *Calcule o primeiro multipolo não-nulo do sistema.*
- b) (0.5) *Calcule o potencial vetor e os campos elétrico e magnético assintóticos do sistema na zona de radiação.*
- c) (0.5) *Determine a distribuição angular de radiação no mesmo limite.*
- d) (0.5) *Descreva o padrão de radiação do sistema, fazendo gráficos que mostrem esse comportamento. (Mostre explicitamente como fez esse gráfico, e se possível mostre seu código como parte da sua resposta.)*
- e) (0.5) *Calcule a potência de radiação média emitida.*