

# MAC0329 – Álgebra booleana e aplicações

DCC / IME-USP — Primeiro semestre de 2021

## Lista de exercícios 3

Prazo para entrega: 13/julho/2021 (no moodle)

Entregar apenas dos exercícios marcados com \*. Justifique as respostas. A lista deve ser resolvida individualmente.

Em caso de dúvidas, poste suas dúvidas no Fórum de discussões/dúvidas no moodle.

### Álgebra booleana, expressões booleanas e funções booleanas

Nas questões deste bloco, suponha que a álgebra booleana considerada, caso não haja menção em contrário, é dada por  $\langle A, +, \cdot, \bar{\phantom{x}}, 0, 1 \rangle$ , e que a relação de ordem parcial  $\leq$  sobre  $A$  é definida por  $x \leq y \iff x + y = y, \forall x, y \in A$ .

1. Prove ou mostre um contra-exemplo para a seguinte igualdade:  $x + y + z = x(\overline{y + z})$
2. \* Sejam  $a, b, c \in A$ . A seguinte implicação está correta? Explique.

$$a + b = a + c \implies b = c$$

3. Prove que  $x\bar{y} = 0$  se, e somente se,  $xy = x$ .
4. \* (Teorema do consenso) Prove algebricamente que  $\forall x, y, z \in A$

$$xy + yz + \bar{x}z = xy + \bar{x}z$$

5. \* Prove que,  $\forall x, y \in A$ ,  $x \cdot y = x \iff x + y = y$ .

6. Defina uma relação binária  $\leq$  da seguinte forma:

$$x \leq y \iff x \cdot y = x, \quad \forall x, y \in A$$

Prove que  $\leq$  é uma relação de ordem parcial em  $A$ .

7. Mostre que

- $xy \leq x \leq x + y, \quad \forall x, y \in A$
- $0 \leq x \leq 1, \quad \forall x \in A$

8. Seja a álgebra booleana  $B^3$ . Escreva o elemento 110 como união de átomos.
9. \* Escreva a expressão a seguir na forma soma de produtos (SOP) e soma canônica de produtos (SOP canônica), usando apenas manipulações algébricas das expressões.

$$(a + b\bar{c})\overline{(bc)}$$

10. Escreva a expressão do exercício anterior na forma produto de somas (POS) e produto canônico de somas (POS canônica). Também via manipulação de expressões algébricas.
11. Seja a tabela-verdade da função  $f : B^3 \rightarrow B$  dada conforme a seguir:

| $abc$ | $f(a,b,c)$ |
|-------|------------|
| 0 0 0 | 0          |
| 0 0 1 | 1          |
| 0 1 0 | 0          |
| 0 1 1 | 0          |
| 1 0 0 | 0          |
| 1 0 1 | 1          |
| 1 1 0 | 1          |
| 1 1 1 | 1          |

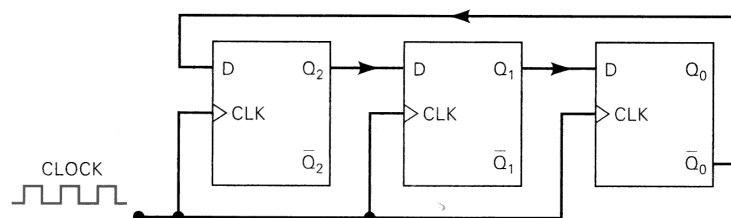
- (a) escreva  $f$  na forma SOP canônica
- (b) escreva  $f$  na forma POS canônica

### Minimização de funções booleanas

8. Seja a notação compacta  $f(a,b,c) = \sum m(1, 5, 6)$ . Escreva a expressão algébrica de  $f$  na forma SOP canônica e desenhe o mapa de Karnaugh de  $f$  (com  $a$  nas linhas e  $bc$  nas colunas do mapa).
9. Desenhe o mapa de Karnaugh de 4 variáveis  $abcd$  (com  $ab$  nas linhas e  $cd$  nas colunas do mapa) e indique no mapa os produtos  $\bar{a}cd$  e  $\bar{b}\bar{d}$ .
10. Sejam funções em 4 variáveis  $abcd$ . A qual intervalo corresponde o produto  $a\bar{b}$ ? A qual produto corresponde o intervalo X010?
11. \* Usando o mapa de Karnaugh, minimize a expressão  $f(a,b,c,d) = \sum m(0, 1, 4, 5, 6, 9, 11, 13, 15)$ . Escreva explicitamente em forma algébrica a expressão minimal obtida.

## Circuitos combinacionais/sequenciais

12. Explique o que é um multiplexador com  $n$  entradas. Quantas saídas há? Mostre o circuito que o implementa para o caso  $n = 4$ .
13. Explique o que é um decodificador com  $n$  entradas. Quantas saídas há? Mostre o circuito que o implementa para o caso  $n = 2$ .
14. Escreva a tabela-verdade a expressão (minimizada na forma SOP) do próximo estado  $Q^*$  de um *flip-flop* SR, em função dos valores de suas entradas  $S$  e  $R$  e do valor do seu estado  $Q$ . Note que é suposto que a entrada  $S = R = 1$  nunca ocorrerá.
15. Repita o exercício anterior, desta vez para o *flip-flop* JK. Note que no JK todas as combinações de valores para as entradas  $J$  e  $K$  são permitidas.
16. \* O estado de um *flip-flop* JK passou de 1 para 0. Quais valores nas entradas  $J$  e  $K$  podem ter provocado essa transição? Explique.
17. O que é um *flip-flop* D? Como ele pode ser implementado usando um *flip-flop* JK ?
18. \* Seja o circuito a seguir. Suponha que o estado inicial é  $Q_2 = Q_1 = Q_0 = 0$  e que os *flip-flops* são disparados na subida do sinal de *clock*.



- Preencha o **diagrama temporal** com a simulação do circuito

