Cosiderações - PS5 - 28 de Junho de 2021

Questão 8

a) Foi pedido mostrar que $\tilde{\psi}(t,k,\hat{k})$ (i) e $\psi(t,x,\hat{x})$ (ii) são um dipólo!
Para vermos um dipólo, nos basta notar a componente angular: $\cos\theta$

(i) Isso já é direto, olhando p/ a dependência $\tilde{\psi}(t,k,\hat{k}) \sim \cos\theta_k$, mas podemos mostrar também usando a expansão:

$$\tilde{\psi}(t,k,\hat{k}) = \sum_{l,m} \tilde{f}_{lm}(t,k)\, Y_{lm}(\hat{k})$$

encontrando $\tilde{f}_{l,m}(t,k)$ e, então, verificando que só temos o termo: $Y_{1,0}(\hat{k}) \propto \cos\theta$

(ii) Para mostrar o mesmo no espaço real:

$$f_{lm}(t,r) = \frac{4\pi\, i^{l}}{(2\pi)^3}\int_0^{\infty} dk\, k^2 e^{-i\omega t} \tilde{f}_{lm}(t,k)\, j_l(kr)$$

Do modo que, também:

$$\psi(t,r,\hat{r}) \propto Y_{1,0}(\hat{r}) \propto \cos\theta_r$$

Veja que, graficar $\psi(t,r,\hat{r})$ evoluindo no tempo, mostra claramente a evolução/propagação da onda!
↳ Dica: gráfico da parte real e imaginária
↳ A animação estará disponível conjuntamente com a solução da lista!

b) Para vermos o pulso, podemos fazer a TF do $\tilde{\Psi}(t, k, \hat{k})$:

$$\Psi(t, r, \hat{r}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} \tilde{\Psi}(t, k, \hat{k})$$

Veja que $\boxed{\tilde{\Psi} \propto e^{-i\omega t} = e^{-i k t/c}}$ que é INTEGRADA, ao contrário da discussão anterior!

Isso deixa claro que $\Psi(t, r, \hat{r})$ se propaga em r e t.

Além disso, definimos pulso como:

$$P = r^2 |\Psi(t, r, \hat{r})|^2$$

e o gráfico de tal, mostra claramente a propagação do mesmo, da origem para fora.

As animações também serão disponibilizadas com a solução.

Soluções com o termo $e^{-i\omega t}$ serão consideradas.