Nivelamento de Matemática – FEAUSP – 2021.1 ✏
Prof.ª Tatiana Paim ✍
paim@ime.usp.br ✉

5 – MATRIZES E SISTEMAS LINEARES

Lista de Exercícios 2

1 Sistemas Lineares

Exercício 1. O número de soluções do sistema de equações

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y - 2z = 2 \\ 5x + 5y - 5z = 7 \end{cases}$$

é:

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) infinito

Exercício 2. Classifique e resolva os seguintes sistemas lineares:

a. $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ -3x + 4y = 13 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2y - 5z = -11 \\ z - t = -1 \\ x + y + z + t = 10 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 2a - b - c = -4 \\ a + b - 2c = 1 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 2x + y - z = -6 \\ x - y + 3z = 21 \\ 3x + 2z = 15 \end{cases}$

e. $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 3y = 16 \\ x + 2y = 9 \\ 5x - 4y = 17 \end{cases}$

f. $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 3y = 16 \\ x + 2y = 8 \\ 5x - 4y = 17 \end{cases}$

g. $\begin{cases} 3x - y + z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \\ 5x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$

h. $\begin{cases} a + 2b = 0 \\ 3a - b = 0 \\ 5a + 3b = 0 \end{cases}$

Exercício 3. Uma caixa contendo moedas de $1, 5$ e 10 centavos tem 13 moedas totalizando 83 centavos. Quantas moedas de cada tipo há na caixa?

2 Discussão de Sistemas Lineares

Exercício 4. O sistema $\begin{cases} ax + 3y = a \\ 3x + ay = -a \end{cases}$ não tem solução se e só se:

(a) $a \neq -3$ (b) $a \neq 3$ (c) $a = 0$
(d) $a = -3$ (e) $a = 3$

Exercício 5. Discuta o sistema $\begin{cases} x + ky = 2 \\ kx + y = 2 \end{cases}$, segundo os valores de k.

Exercício 6. Para que valores de m o sistema

$$\begin{cases} x + y + mz = 2 \\ 3x + 4y + 2z = m \\ 2x + 3y + z = 1 \end{cases}$$

admite solução?

Exercício 7. Determine os valores de a e b que tornam o sistema

$$\begin{cases} 3x - 7y = a \\ x + y = b \\ x + 2y = a + b - 1 \\ 5x + 3y = 5a + 2b \end{cases}$$

compatível e determinado. Em seguida, resolva o sistema.

Exercício 8. Determine os valores de a e b que tornam o sistema $\begin{cases} 6x + ay = 12 \\ 4x + 4y = b \end{cases}$ indeterminado.

Exercício 9. Discuta o sistema $\begin{cases} mx + y - z = 4 \\ x + my + z = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$.

Exercício 10. Para que os valores de k o sistema

$$\begin{cases} x + ky + 2z = 0 \\ -2x + y - 4z = 0 \\ x - 3y - kz = 0 \end{cases}$$

admite soluções não triviais (ou seja, é indeterminado)?

Exercício 11. Determine k, para que o sistema

$$\begin{cases} -4x+3y &= 2 \\ 5x-4y &= 0 \\ 2x-y &= k \end{cases}$$

admita solução.

Exercício 12. Encontre os valores de $p \in \mathbb{R}$ tais que o sistema homogêneo

$$\begin{cases} 2x-5y+2z &= 0 \\ x+y+z &= 0 \\ 2x+pz &= 0 \end{cases}$$

tenha soluções distintas da solução trivial.

Exercício 13. Que condições a e b devem satisfazer para que o sistema abaixo satisfaça a Regra de Cramer?

$$\begin{cases} ax+by &= 0 \\ a^2x+b^2y &= 0 \end{cases}$$

3 Modelos econômicos de Leontief

Exercício 14. Uma companhia produz projetos de *web*, desenvolve *software* e presta serviços de rede. Considere a companhia como uma economia aberta descrita pela tabela dada, onde o insumo é em unidades monetárias ($) para $1,00 de produto.

		Insumo requerido para produzir $1		
		Projeto de web	***Software***	**Rede**
Fornecedor	**Projeto de Web**	$ 0,40	$ 0,20	$ 0,45
	Software	$ 0,30	$ 0,35	$ 0,30
	Rede	$ 0,15	$ 0,10	$ 0,20

(a) Encontre a matriz de consumo para essa economia.

(b) Suponha que os consumidores (o setor aberto) tenham uma demanda no valor de $5.400 de projetos de web, $2.700 de *software* e $900 de serviços de rede. Use redução por linhas para encontrar um vetor de produção que atenda exatamente essa demanda.

Exercício 15. Duas oficinas de conserto de veículos, uma que trata da parte mecânica (M) e outra de lataria (L), utilizam uma os serviços da outra. Para cada $\$1,00$ de negócios que M faz, M utiliza $0,50 de seus próprios serviços e $\$0,25$ dos serviços de L e, para cada $\$1,00$ de negócios que L faz, L utiliza $\$0,10$ de seus prórios serviços e $\$0,25$ dos serviços de M.

(a) Construa uma matriz de consumo para essa economia.

(b) Quais valores de M e L devem ser produzidos para essa economia gerar negócios de $ 7.000,00 de serviços mecânicos e $ 14.000,00 de serviços de lataria?

Bons estudos! :)

Gabarito:

1. (a) 0 (Ao escalonar, concluímos que o sistema é incompatível.)

2.
a. Sistema compatível determinado.
Conjunto-solução $= \{(-3, 1)\}$

b. Sistema compatível determinado.
Conjunto-solução $= \{(1, 2, 3, 4)\}$

c. Sistema compatível indeterminado.
Conjunto-solução $= \{(-1 + k, 2 + k, k); k \in \mathbb{R}\}$

d. Sistema compatível indeterminado.
Conjunto-solução $= \{(5 - 2k/3, -16 + 7k/3, k); k \in \mathbb{R}\}$

e. Sistema compatível determinado.
Conjunto-solução $= \{(5, 2)\}$

f. Sistema incompatível.
Conjunto-solução $= \emptyset$

g. Sistema compatível indeterminado.
Conjunto-solução $= \{(k/4, 7k/4, k); k \in \mathbb{R}\}$

h. Sistema compatível determinado.
Conjunto-solução $= \{(0, 0)\}$

4. (e) $a = 3$

5.
$k \neq 1$ e $k \neq -1$ $\Rightarrow$ sistema compatível e determinado;

$k = 1$ $\Rightarrow$ sistema compatível e indeterminado;

$k = -1$ $\Rightarrow$ sistema incompatível.

6. Para $m \neq 1$. Neste caso, sistema é compatível e determinado.

7. $a = 2,\ b = 4;\ \{(3, 1)\}$

8. $a = 6$ e $b = 8$

9.
$m \neq -1$ $\Rightarrow$ sistema compatível e determinado;

$m = -1$ $\Rightarrow$ sistema incompatível.

10. $k = -2$ ou $k = -\frac{1}{2}$

11. $k = -6$

12. $p = 2$

13. $ab \neq 0$ e $a \neq b$

15. (a) $\begin{bmatrix} 0,50 & 0,25 \\ 0,25 & 0,10 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 25.290 \\ 22.581 \end{bmatrix}$