MAXIMIZAÇÃO DO TEMPO DE VIDA DA UTILIDADE

Suponha que um consumidor tenha uma função utilidade $U(C(t))$, onde $C(t)$ é o consumo no instante t. A função utilidade do consumidor é côncava e tem as seguintes propriedades:

$$U' > 0 \quad U'' < 0$$

O consumidor também é dotado de um estoque inicial de riqueza, ou capital, K_0, com fluxo de receita obtido do estoque de capital de acordo com o seguinte:

$$Y = rK$$

onde r é a taxa de juros do mercado. O consumidor utiliza a renda para comprar C. Além disso, ele pode consumir o estoque de capital. Qualquer receita não consumida é adicionada ao estoque de capital como investimento. Assim,

$$K' \equiv I = Y - C = rK - C$$

O problema de maximização do tempo de vida da utilidade do consumidor é:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & \int_0^T U\big(C(t)\big)e^{-\delta t}dt \\ \text{sujeita a} & K' = rK(t) - C(t) \\ \text{e} & K(0) = K_0 \qquad K(T) \geq 0 \end{array}$$

onde δ é a taxa pessoal de preferência de tempo do consumidor ($\delta \geq 0$). Supomos que $C(t) > 0$ e $K(t) > 0$ para todo t. A Hamiltoniana deste problema é

$$H = U\big(C(t)\big)e^{-\delta t} + \lambda(t)[rK(t) - C(t)]$$