Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos - PMR

Aula 1 – Análise de Sistemas Não Lineares

Sistemas Não Lineares - Comportamentos

Prof. Eduardo A. Tannuri

PMR 5014

Controle Não Linear Aplicado a Sistemas Mecânicos e Mecatrônicos

1. Aulas serão pelo Zoom
2. Aulas serão gravadas e disponibilizadas no e-disciplinas no mesmo dia
3. Em cada aula será enviado um exercício para valer presença, que deve ser entregue até a aula seguinte (via e-disciplinas)
4. O material para estudo (capítulos de livros, documentos de internet, rotinas python) são disponibilizados e informados antes e ao final de cada aula (via e-disciplinas)

15/06 – Aula 1 – Análise 1

22/06 – Aula 2 – Análise 2

29/06 – Aula 3 - Análise 3

06/07 – Aula 4 - Controle FL - Entrega da LISTA 1 / PROVA 1

13/07 – Aula 5 - Controle FL

20/07 – Aula 6- Controle FL/Backstepping

27/07 – Aula 7- Controle SMC – Sliding Mode Control

03/08 - Aula 8 - Sliding Mode Control + Controle Adaptativo Entrega da LISTA 2

10/08 – Aula 9 - Observadores

17/08 – Aula 10 - Apresentação dos temas para trabalho e modelagem / PROVA 2 / Entrega da LISTA 3.

24/08 - Aula 11 - Apresentação do controlador 1

31/08 - Aula 12 – Apresentação do controlador 2

07/09 – Entrega dos papers (FERIADO)

Critério de Avaliação

M = (P/3 + L/3 + Proj/3)

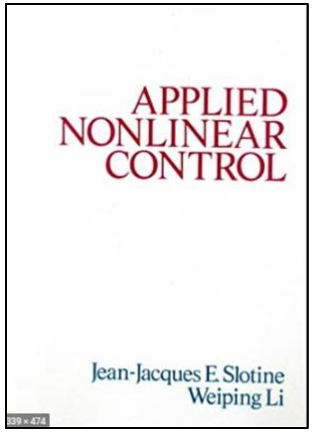
P = média das provas (P1+P2)/2

L = média das listas de exercícios (L1+L2+L3)/3

Proj = nota do projeto e paper

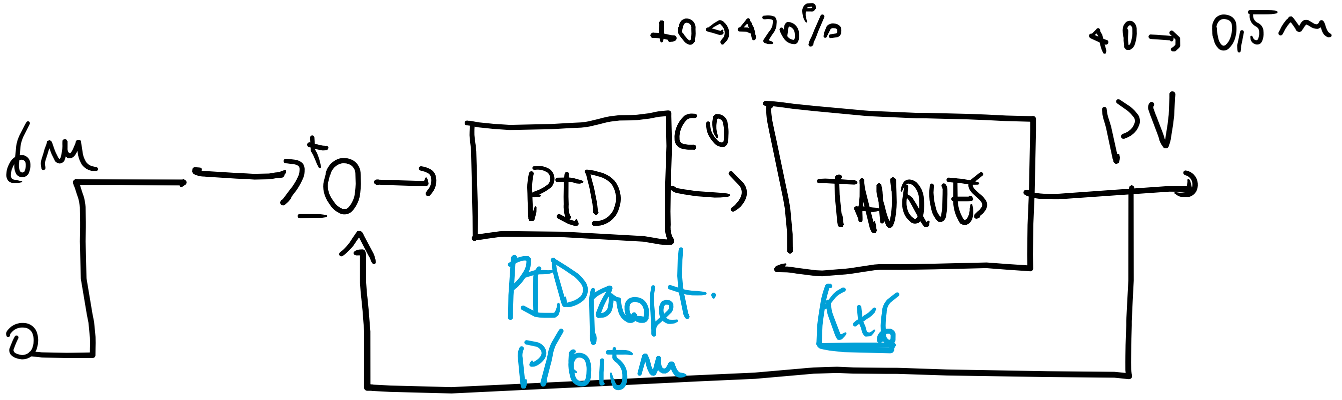
Livro Texto

Slotine, J.J. E. e Li, W. (1991) Applied nonlinear control, Prentice-Hall, Inc, Upper Saddle River



SIST NÃO LINEARES

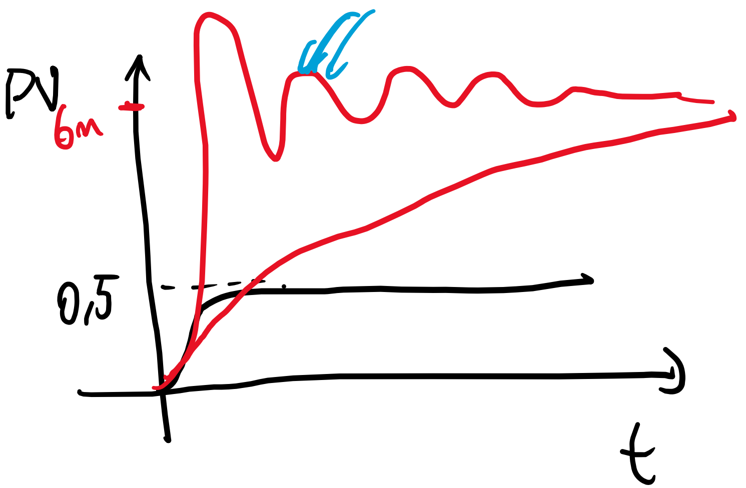
RAZÕES P/ CONT. NÃO LINEAR

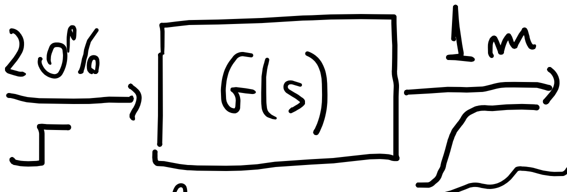


LINEAR

↓

- PEQUENAS VARIAÇÕES PTO OPERAÇÃO
- BAIXAS VELOCIDADES ($\sim \omega^2$)



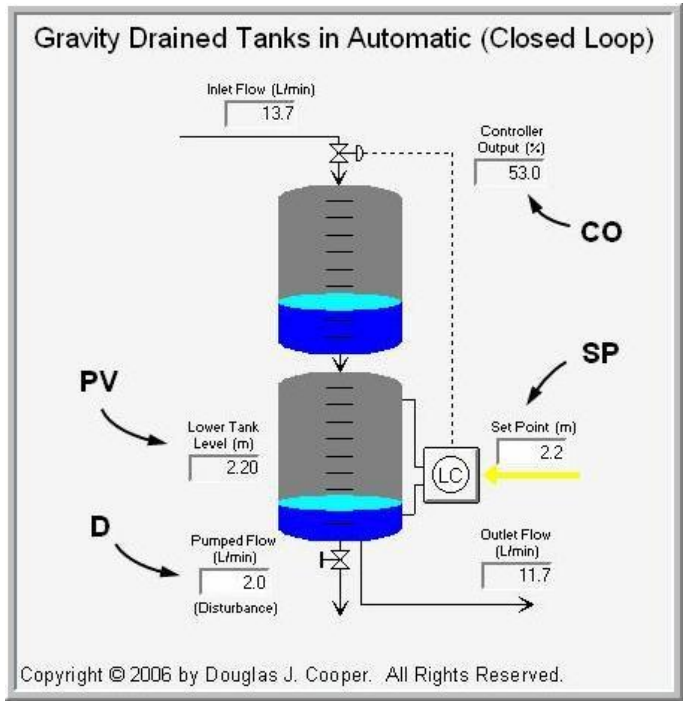


$$K = \frac{1m}{20\%} \cong 5$$

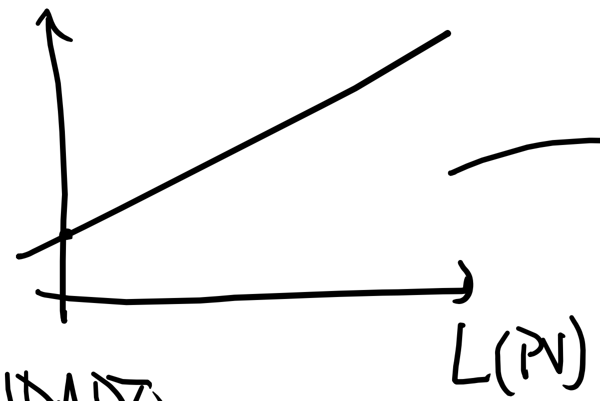
$$G(s) = \frac{K}{(s+p)^2}$$

GANHO EM MALHA ABERTA = $K_p \cdot K$

$\frac{0{,}1}{20} \to \times 6$



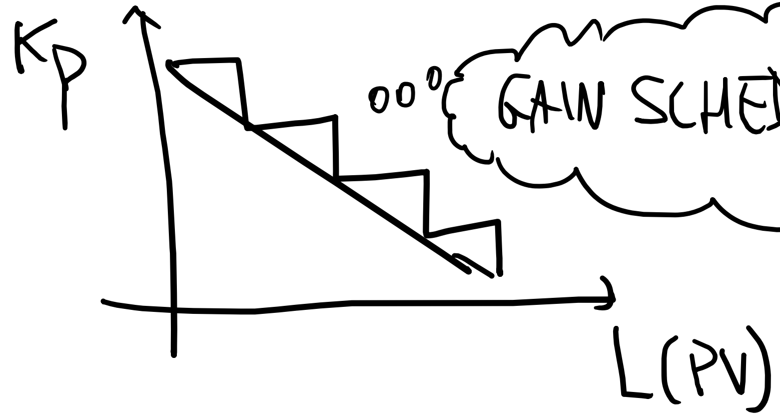
$$G(s) = \frac{K}{(s+p)^n}$$



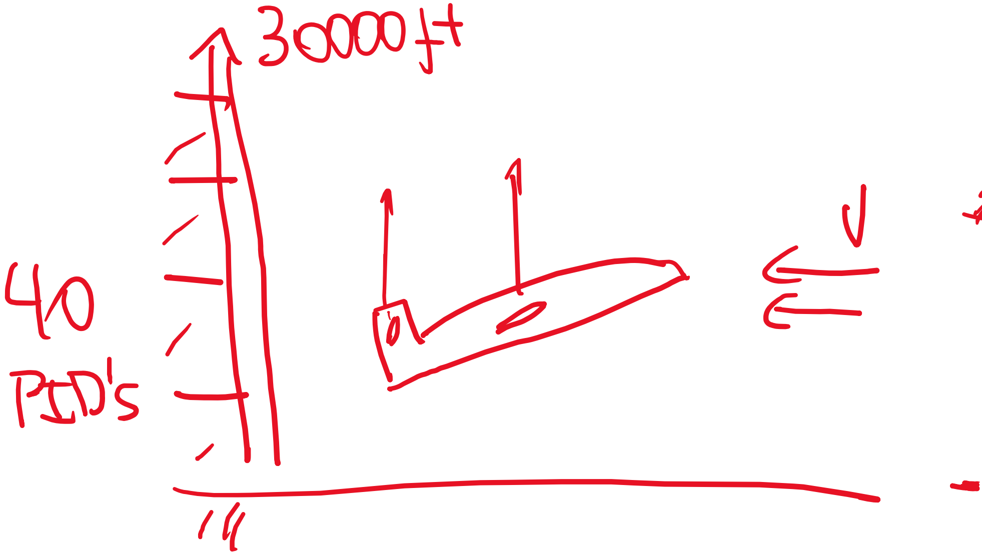
NÃO LINEARIDADE

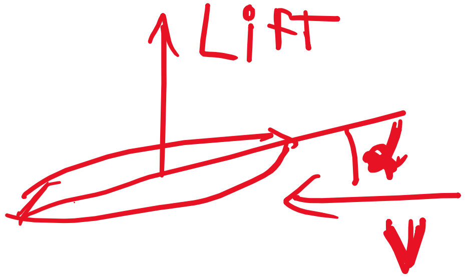
FRACA, K VARIA

COM PONTO OPERAÇÃO



GAIN SCHEDULING





$$L = f(V^2)$$

NÃO LINEAR

↳ ALTAS VELOCIDADES

↳ CENTRÍPETAS ($\sim \omega^2$)

ARRASTO ($\sim v^2$)

↳ NÃO LINEARIDADES FORTES → DESCONTÍNUAS → PODEMOS PROJETAR CONT. NÃO LINEARES P/ COMPENSAR

↳ ATRITO COULOMB

SATURAÇÃO

ZONA MORTA

FOLGA OU BACKLASH

SIST. LINEARES

L.T.I.

$\dot{\tilde{x}} = A \cdot \tilde{x}$ → MATRIZ SISTEMA $n \times n$

↳ $n \times 1$ ESTADOS

- A NÃO SINGULAR → 1 PTO EQUILÍBRIO $\tilde{x} = \tilde{0}$

- EIG(A) → SPE → $\tilde{x} = \tilde{0}$ É ESTÁVEL P/ $\forall\ \tilde{x}(0)$.

- RESP. TRANSITÓRIA É UMA COMPOSIÇÃO MODOS NATURAIS E PODE SER OBTIDA ANALITICAMENTE

- NA PRESENÇA PERTUBAÇÃO EXTERNA

- $\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B \cdot u$

  ↳ $m \times 1$

  ↳ $n \times m$

- LINEARIDADE

$$\left[\begin{array}{l} \text{se } \tilde{x}_1(t) \text{ é solução } u_1(t) \\ \Rightarrow \alpha \cdot x_1(t) \text{ é solução } \alpha \cdot u_1(t) \end{array}\right.$$

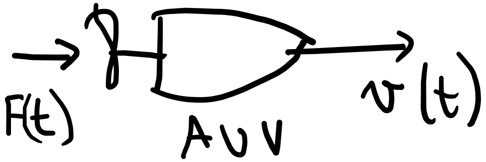
$$\left[\begin{array}{l} x_1 \to u_1 \\ x_2 \to u_2 \end{array}\right. \Rightarrow x_1 + x_2 \to u_1 + u_2$$

- $u(t)$ É SENOIDAL → $x(t)$ TENDE A SER UMA SENOIDE NA MESMA FREQ.

- $u(t)$ FOR LIMITADO E SISTEMA ESTÁVEL ⇒ $x(t)$ É LIMITADO (BIBO)

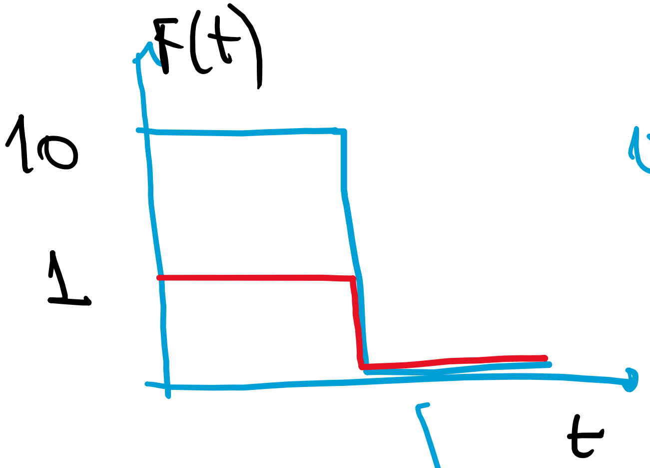
SIST NÃO LINEARES

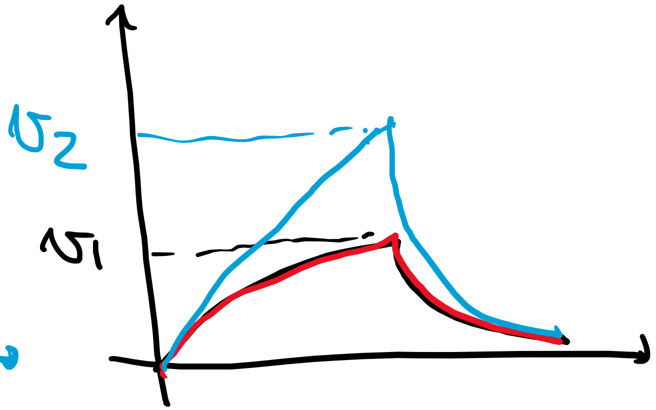
- NÃO VALE A LINEARIDADE



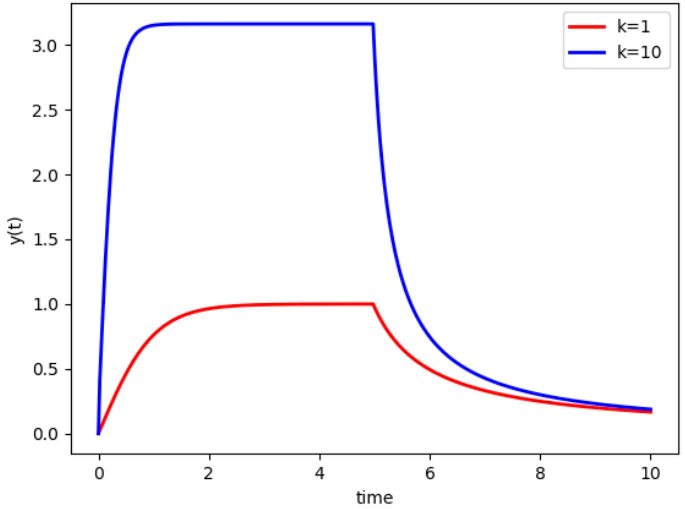
$$\boxed{\dot{v} = -v|v| + F}$$

$\therefore F_D = -\alpha v|v|$



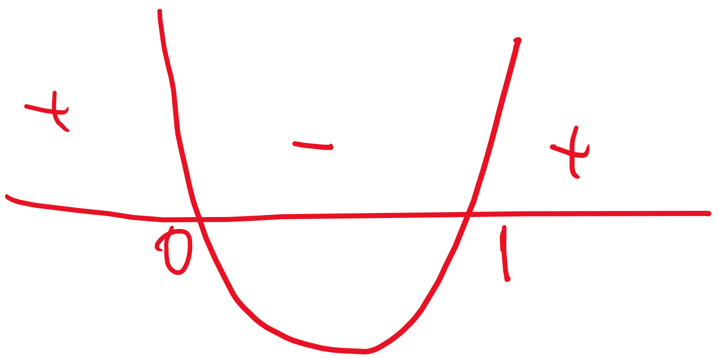


$v_2 \neq 10 v_1$



SIST NÃO LINEARES

MÚLTIPLOS PONTOS EQUILÍBRIO

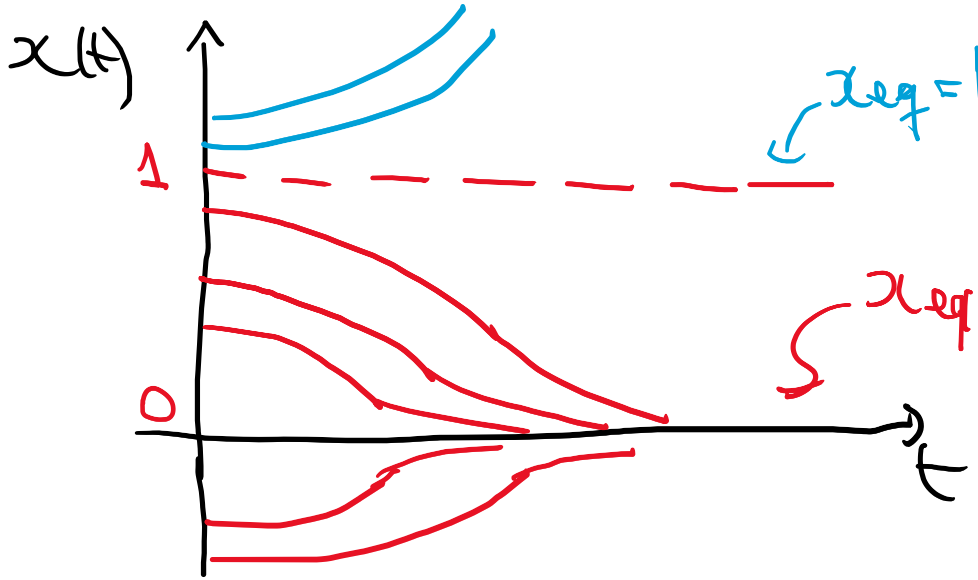


$$\dot{x} = -x + x^2$$

↳ PTOS EQUILÍBRIO

$$\dot{x} = 0 \Rightarrow -x + x^2 = 0 \begin{cases} x_{eq} = 0 \\ x_{eq} = 1 \end{cases}$$

O COMPORTAMENTO DEPENDE DA COND. INICIAL



$x_{eq} = 1$ INSTÁVEL

$x_{eq} = 0$ ESTÁVEL

SIST. NÃO LINEAR

- CICLO LIMITE

Sistemas não lineares podem apresentar oscilação com amplitude e frequência fixa sem excitação externa --> ciclo linte ou vibração auto excitada

Ex) VAN DER POL

$$m\ddot{x} + \underbrace{2c\,(x^2-1)}_{\text{"AMORTECIMENTO"}}\dot{x} + Kx = 0$$

$|x| < 1 \rightarrow$ AMORT. NEGATIVO

$|x| > 1 \rightarrow$ AMORT. POSITIVO

```python
def model(z,t,u,k,c):
    #z[0]=x
    #z[1]=xdot
    dz1dt = z[1]
    dz2dt = -2*c*(z[0]**2-1)*z[1] - k*z[0]
    dzdt = [dz1dt,dz2dt]
    return dzdt
```

$$\dot{z}_1 = z_2 \Rightarrow \ddot{z}_1 = \dot{z}_2$$

$$\dot{z}_2 = -2c.(z_1^2-1).z_2 - K.z_1$$

$$\Downarrow$$

$$\ddot{z}_1 = -2c.(z_1^2-1).\dot{z}_1 - K.z_1$$

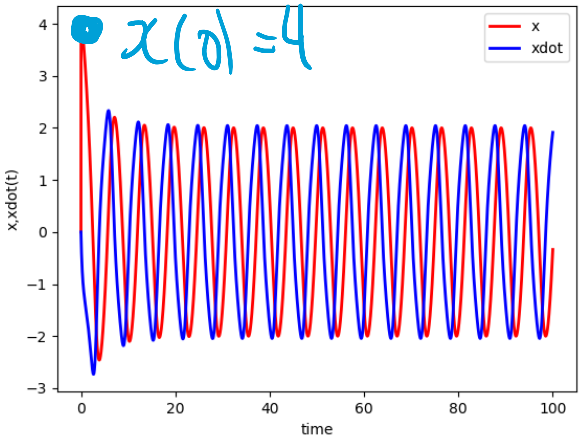
SIST. NÃO LINEAR

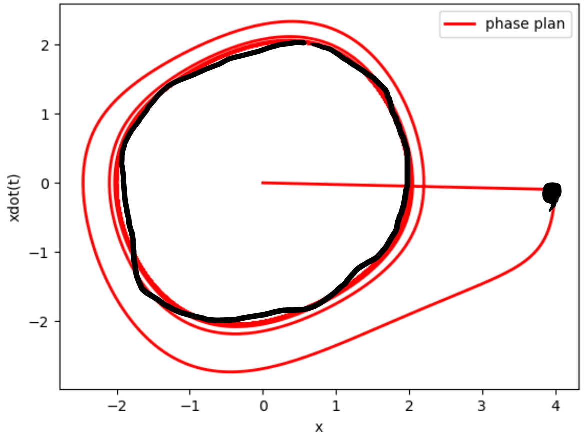
- CICLO LIMITE

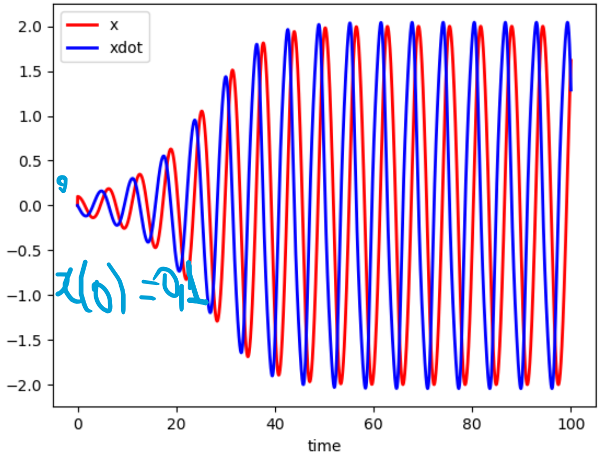
$$\ddot{x} + \underline{2c(x^2-1)}\dot{x} + Kx = 0$$

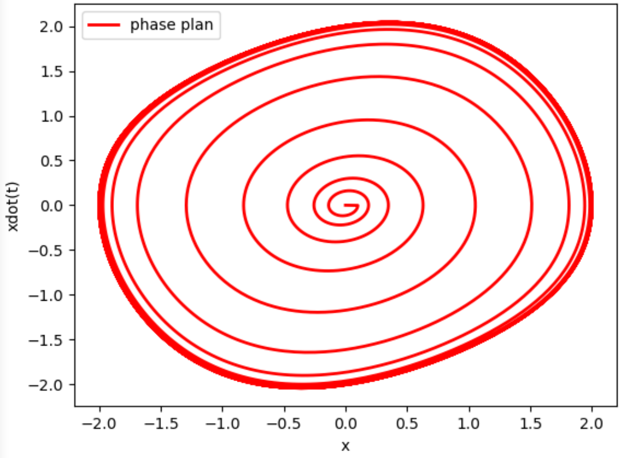
→ AMPLIT. OSCILAÇÃO É IDÊNTICA, NÃO DEPENDE DE $x(0)$

→ NÃO É SENSÍVEL A PEQ. VARIAÇÕES PARÂMETROS

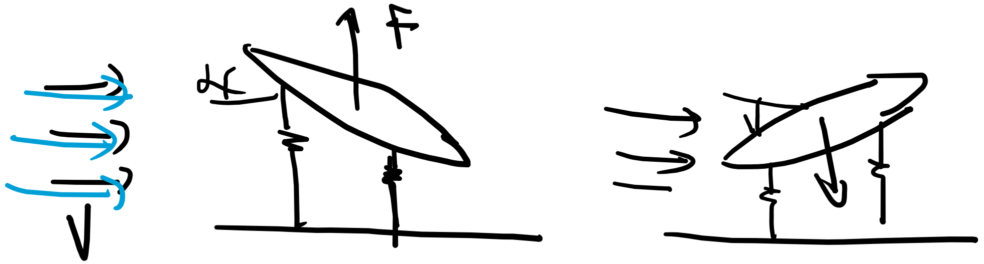


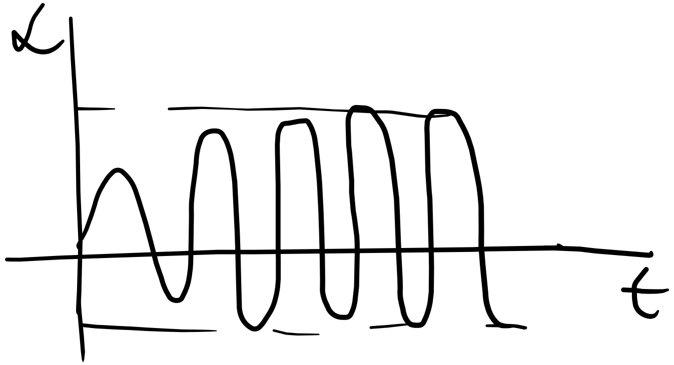


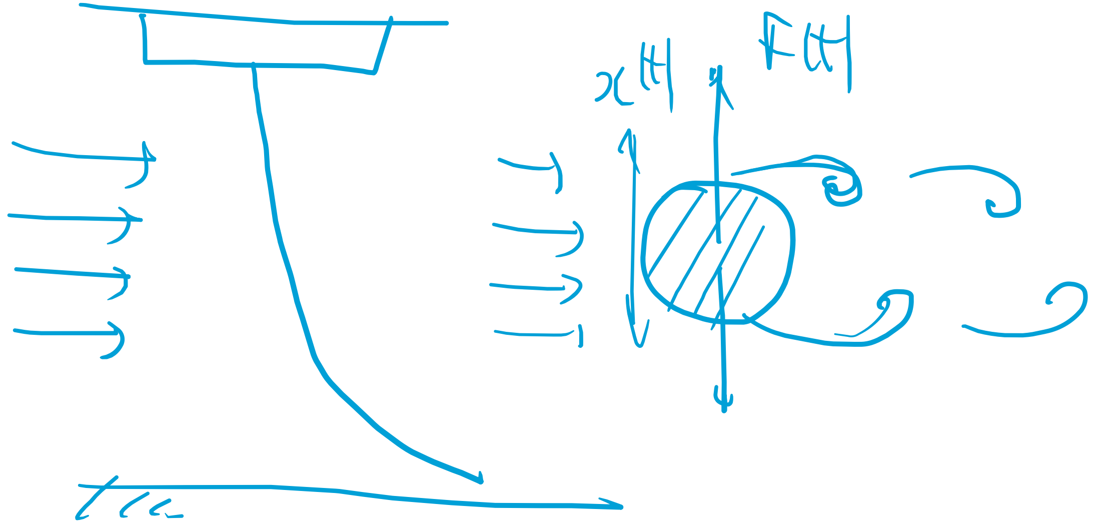




FLUTTERING



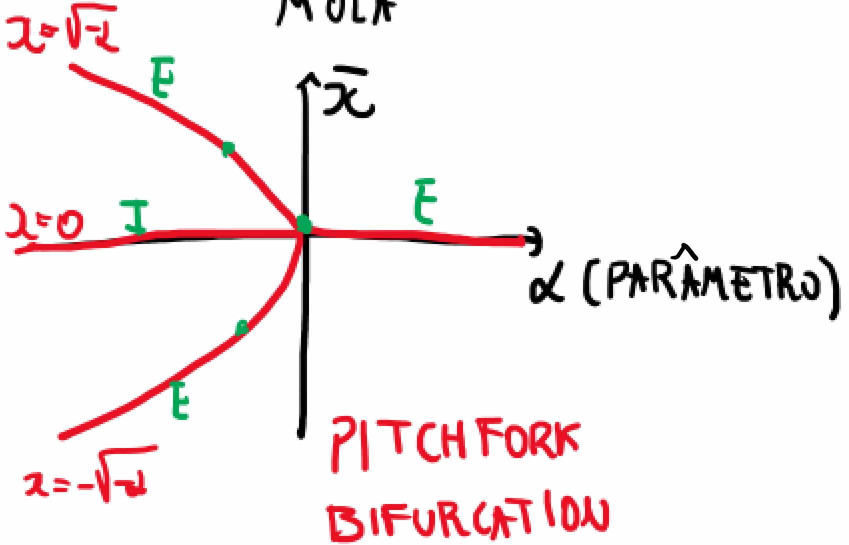




- BIFURCAÇÃO

Uma variação paramétrica ocasioa uma variação QUALITATIVA do comportamento do sistema

$$\ddot{x} + \underbrace{\alpha x + x^3}_{\text{"MOLA"}} = 0$$



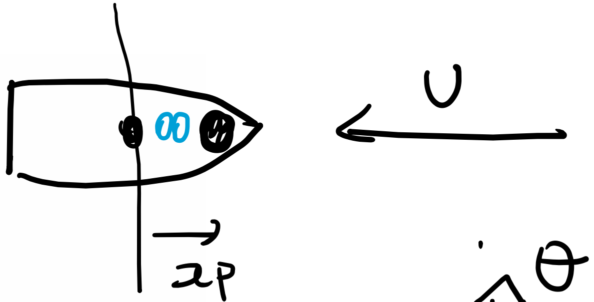
EQUILÍBRIO

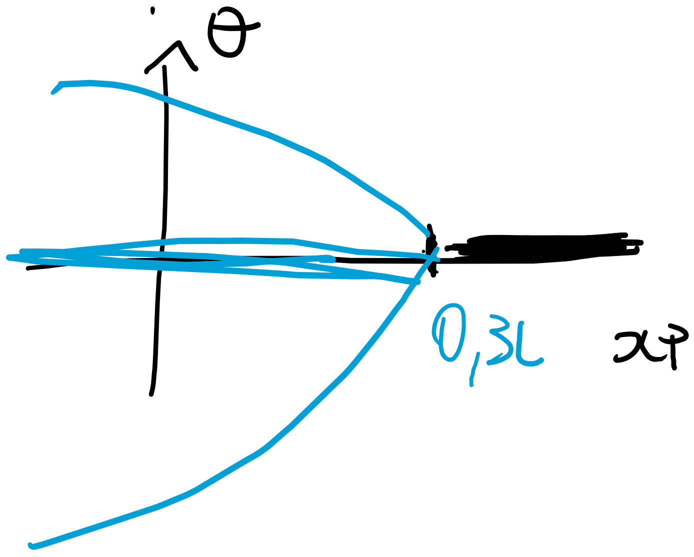
$$\alpha x + x^3 = 0$$

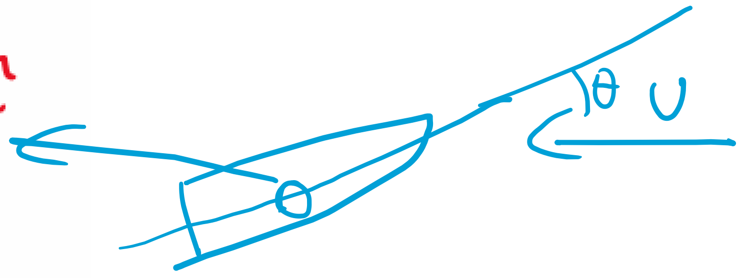
$$x(\alpha + x^2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{-\alpha} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha > 0 \Rightarrow \bar{x} = 0$$

$$\alpha < 0 \begin{cases} \bar{x} = 0 \\ \bar{x} = \pm\sqrt{-\alpha} \end{cases}$$







- <u>CAOS</u> PEQ. VARIAÇÕES COND. INICIAL

↳ LEVAM A GRANDES MUDANÇAS NO LONGO PRAZO

$$\ddot{x} + 0{,}1\,\dot{x} + x^5 = 6\sin t$$