

ESCOAMENTO INTERNO - AULA 01

Tubulação da hidrelétrica de Henry Borden
(Cubatão – SP)



Tubulação de planta industrial



Sistema de dutos de ar condicionado



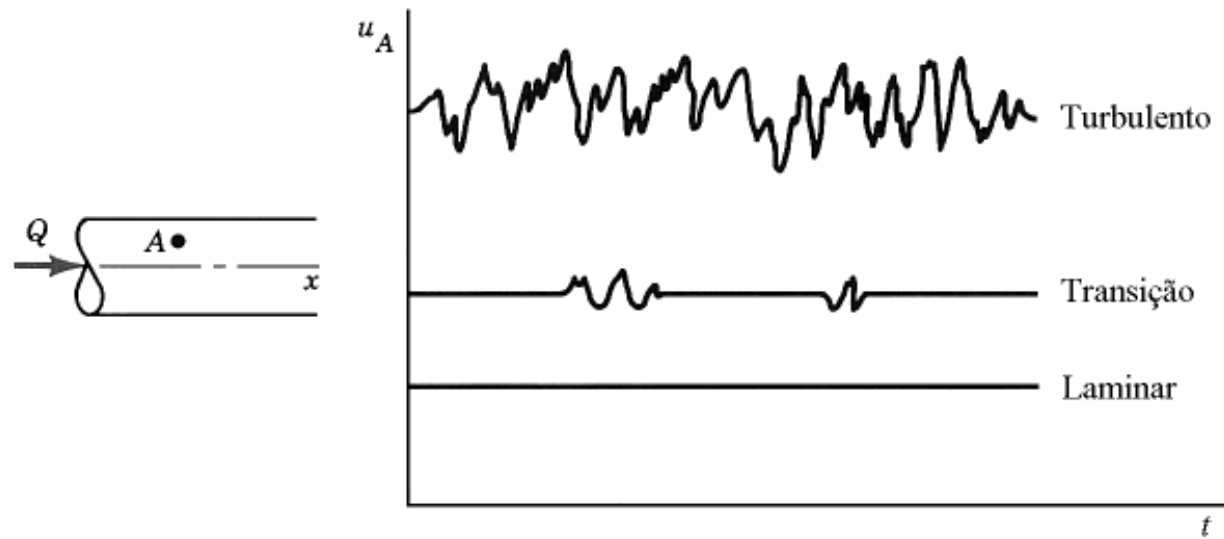
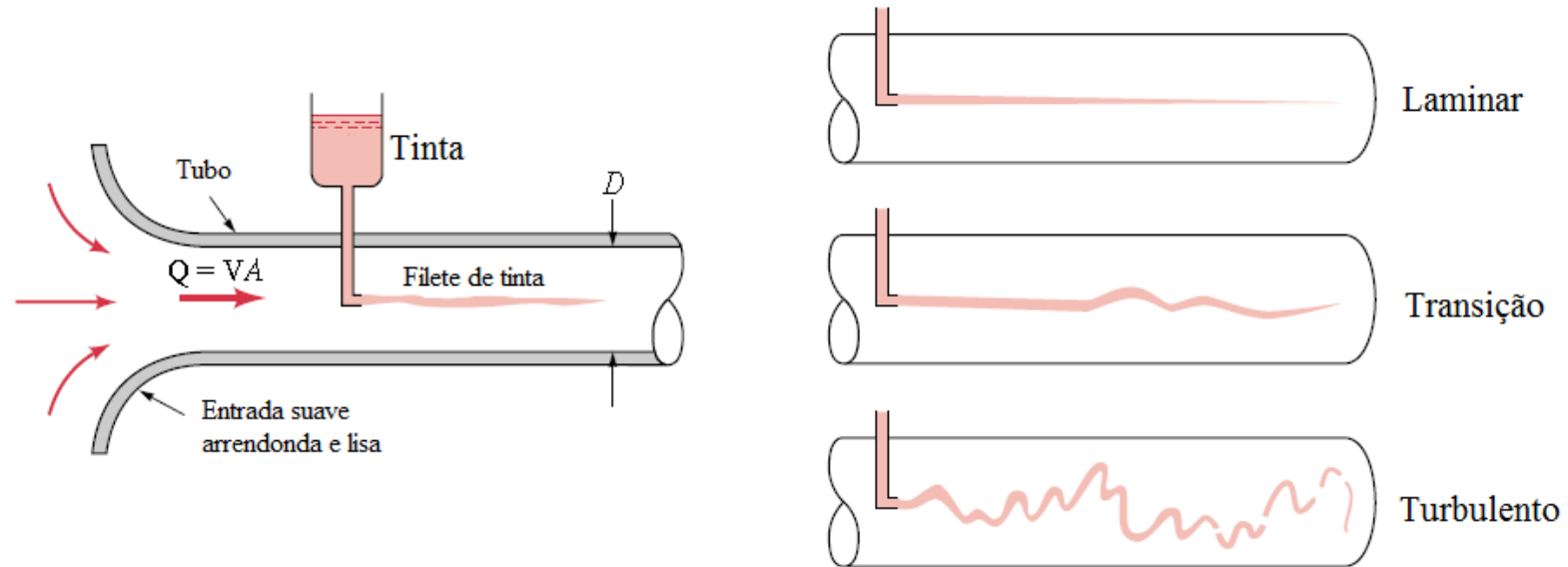








Características Gerais do escoamento laminar e turbulento



Características Gerais do escoamento laminar e turbulento

- Escoamento turbulento: velocidade apresenta flutuações aleatórias
- Parâmetro importante no escoamento viscoso em condutos: número de Reynolds

$$\text{Re} = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu}$$

Para cálculos de engenharia:

- $\text{Re} \leq 2100 \rightarrow$ escoamento laminar
- $2100 \leq \text{Re} \leq 4000 \rightarrow$ escoamento de transição
- $\text{Re} > 4000 \rightarrow$ escoamento turbulento

Dutos de seção não circular - Diâmetro hidráulico



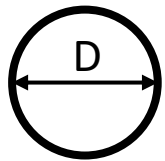
$$D_h = \frac{4A}{P}$$

A = área da seção transversal

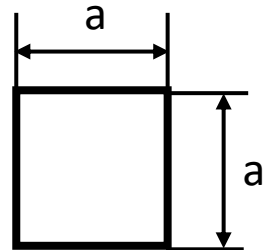
P = perímetro molhado

Seção

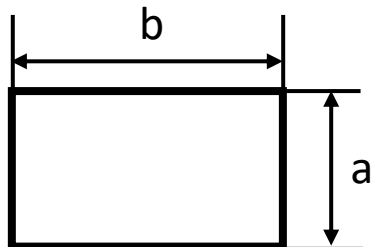
Diâmetro hidráulico



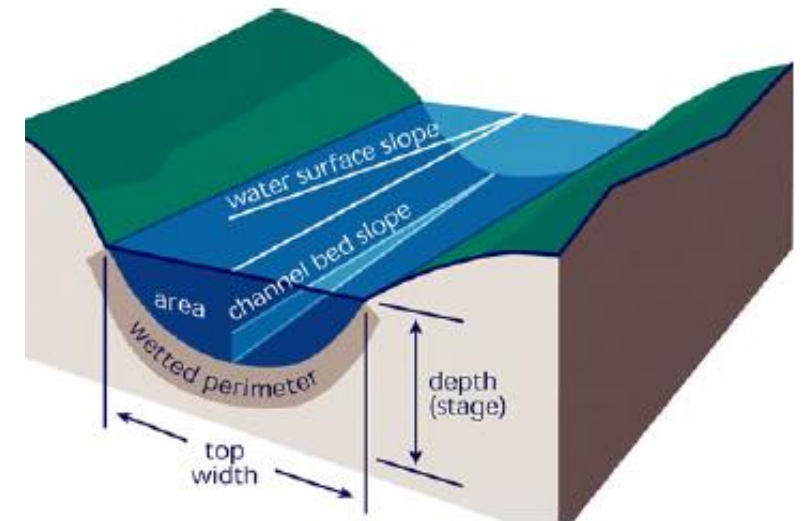
$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4 \frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = D$$



$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4a^2}{4a} = a$$

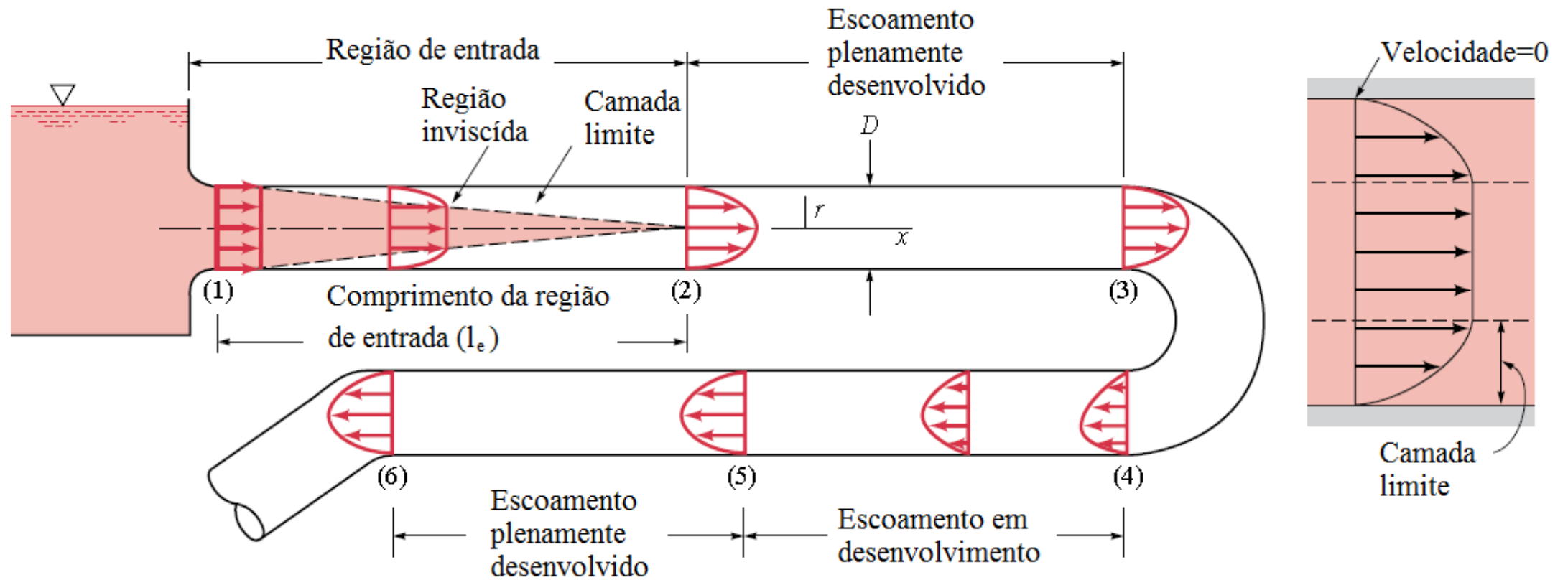


$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4ab}{2(a+b)}$$



Características gerais: Região de entrada

Escoamento completamente desenvolvido

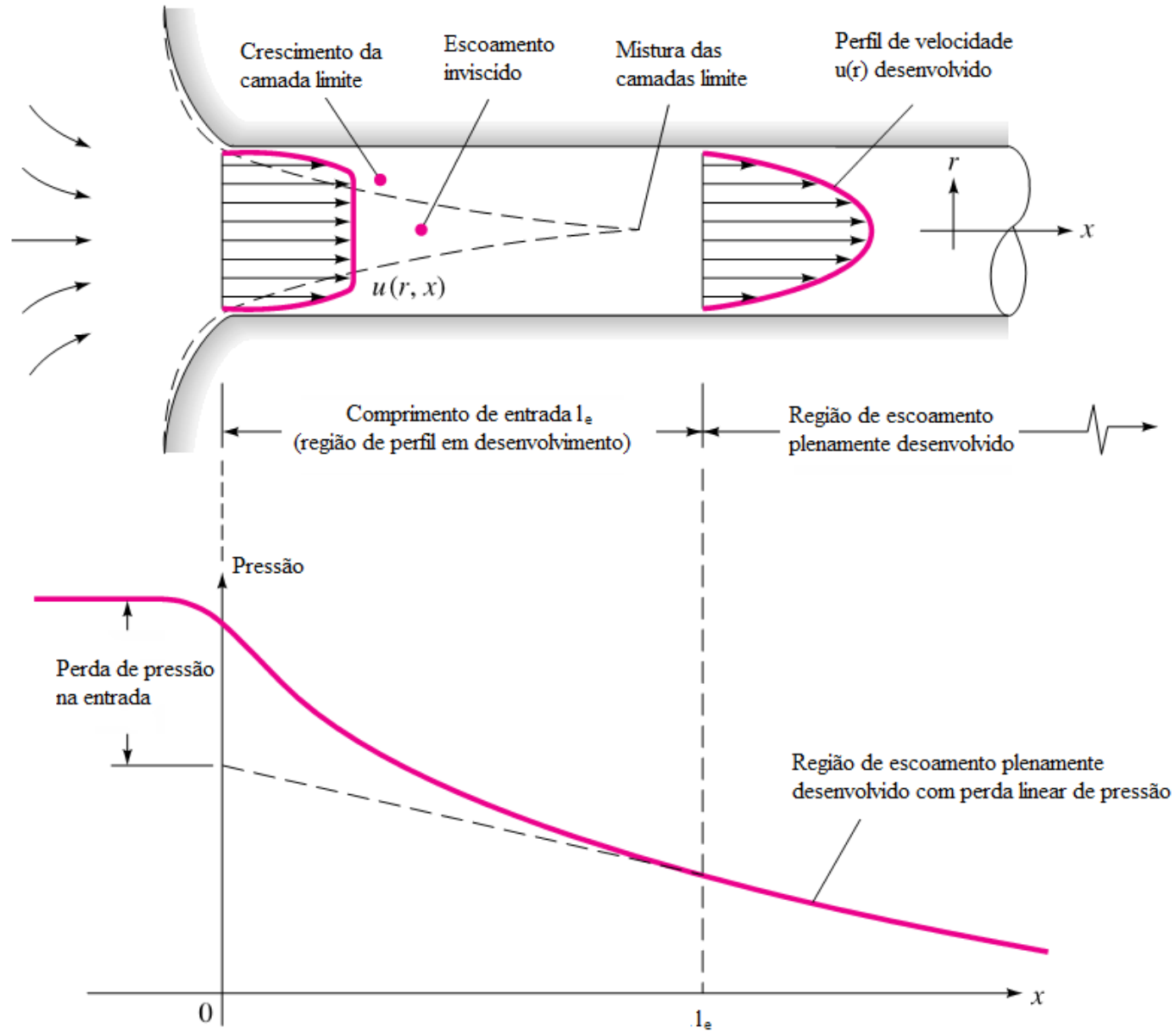


Características gerais: Região de entrada

Escoamento completamente desenvolvido

- Região de entrada: região do escoamento próxima da seção de alimentação.
- Escoamento plenamente (ou completamente) desenvolvido (E.P.D.): perfil de velocidades não muda com a distância longitudinal (eixo x).
- Comprimento da região de entrada l_e :
 - $l_e = 0,06 * Re * D$, para escoamento laminar
 - $l_e = 4,4 * (Re)^{1/6} D$, para escoamento turbulento

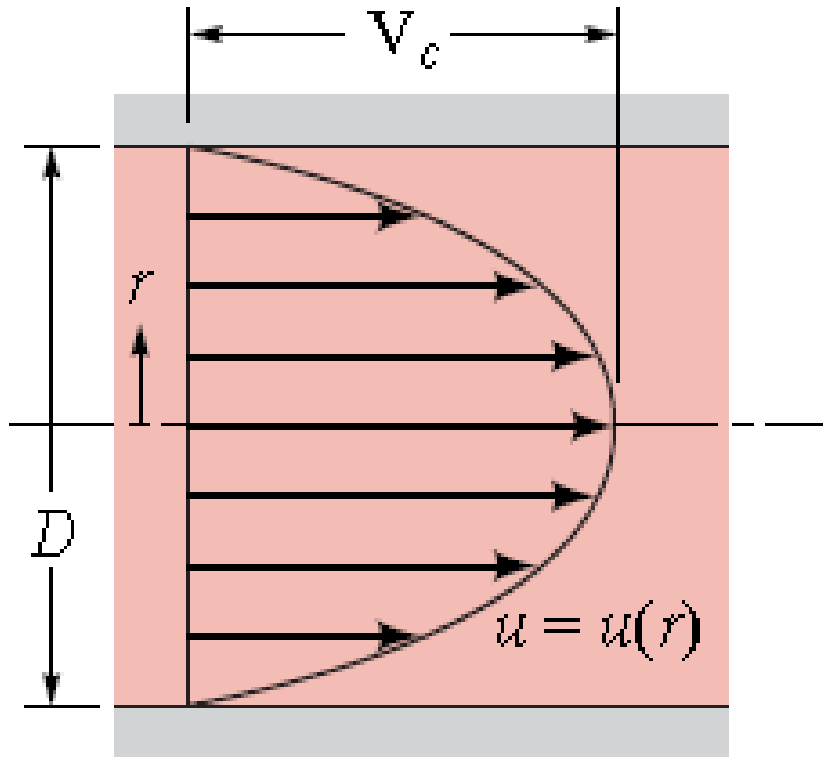
Características gerais: Tensão de cisalhamento e pressão



Características gerais: Tensão de cisalhamento e pressão

- Escoamento plenamente desenvolvido: forças de pressão são equilibradas pelas forças viscosas
- Escoamento não é plenamente desenvolvido: forças de inércia não são desprezíveis
- Tubo não é horizontal: força peso é relevante
- Efeitos viscosos fazem com que o gradiente de pressão não seja nulo.

Escoamento laminar plenamente desenvolvido



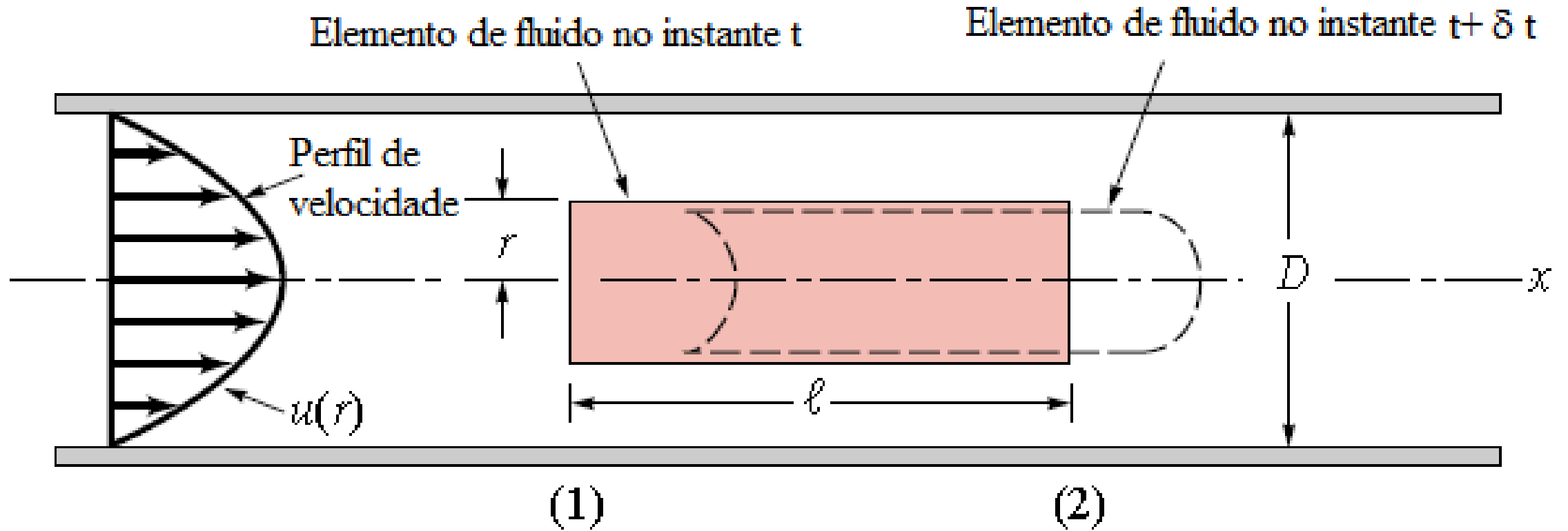
Hipóteses:

- Escoamento em trechos retos de tubulação
- Escoamento laminar plenamente desenvolvido
- Regime permanente
- Fluido Newtoniano
- Efeitos gravitacionais desprezados

$$u(r) = V_c \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right]$$

sendo:
$$V_c = \frac{\Delta p D^2}{16 \mu l}$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

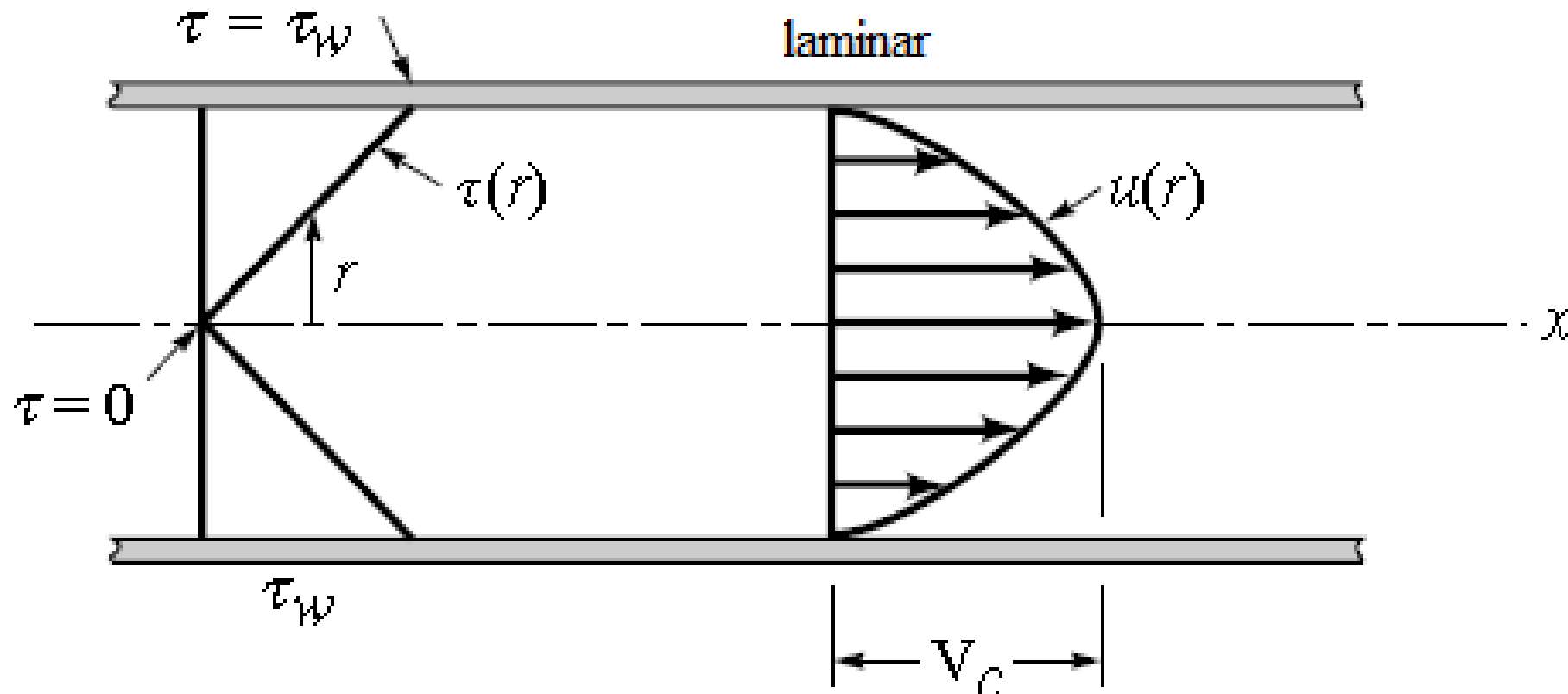


$$p_2 = p_1 - \Delta p; \Delta p > 0$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

Distribuição da
tensão de cisalhamento

Perfil de escoamento
laminar



- Efeitos gravitacionais desprezados: pressão constante ao longo da seção vertical
- Pressão varia ao longo da tubulação

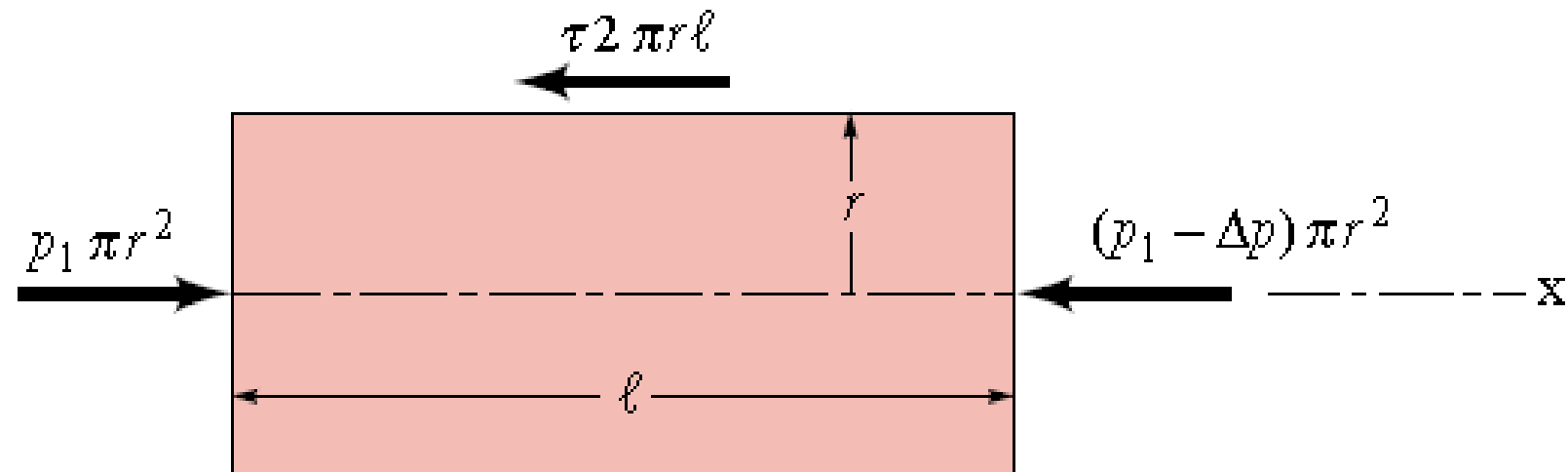
Escoamento laminar plenamente desenvolvido

2ª Lei de Newton: $\sum F_x = ma_x$

Sem aceleração no escoamento do fluido: $a_x = 0$

Camadas de fluido mais lentas exercem sobre o volume de controle uma força devido a tensão de cisalhamento:

$$F_{\text{cisalhamento}} = \tau * (2\pi r l)$$



Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\sum F_x = 0$$

$$p_1 * (\pi r^2) - (p_1 - \Delta p) * (\pi r^2) - \tau * (2\pi r l) = 0$$

$$\frac{\Delta p}{l} = \frac{2\tau}{r}$$

$\left. \begin{array}{l} \Delta p \\ l \end{array} \right\}$ não depende de r \longrightarrow Para $\frac{2\tau}{r}$ não depende de r

$\tau = Cr$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\tau = Cr$$

Condições de contorno:

- para $r=0 \rightarrow \tau=0$
- para $r=D/2 \rightarrow \tau = \tau_w$ (tensão de cisalhamento na parede)

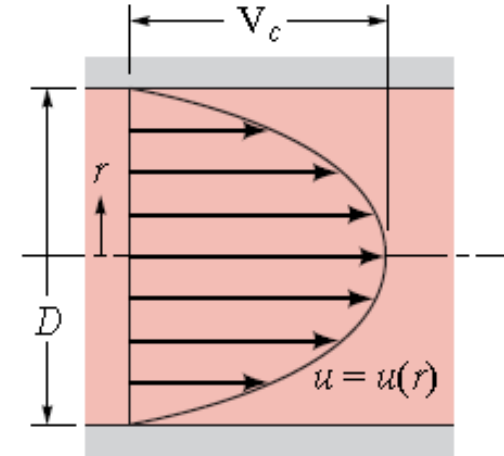
$$\tau_w = C \frac{D}{2}$$

Logo:

$$C = \frac{2\tau_w}{D} \Rightarrow \tau = \frac{2\tau_w}{D} r$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{2\tau_w}{D} r \\ \frac{\Delta p}{l} &= \frac{2\tau}{r} \end{aligned} \right\} \Delta p = \frac{4l\tau_w}{D}$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dr} < 0 & \quad (\text{velocidade decresce com } r) \\ \tau > 0 \\ \tau = \mu \frac{du}{dr} & \quad (\text{Fluido newtoniano}) \end{aligned} \right\} \tau = -\mu \frac{du}{dr}$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{2\tau_w}{D} r \\ \tau &= -\mu \frac{du}{dr} \\ \tau_w &= \frac{\Delta p D}{4l} \end{aligned} \right\} \underbrace{-\mu \frac{du}{dr} = \frac{2\tau_w}{D} r \Rightarrow \frac{du}{dr} = -\frac{2\tau_w}{\mu D} r}_{\frac{du}{dr} = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right) r}$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$\frac{du}{dr} = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right)r \Rightarrow du = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right)rdr$$

Integrando:

$$\int du = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right)\int rdr$$

$$u = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu l}\right)\frac{r^2}{2} + C_1 = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right)r^2 + C_1$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

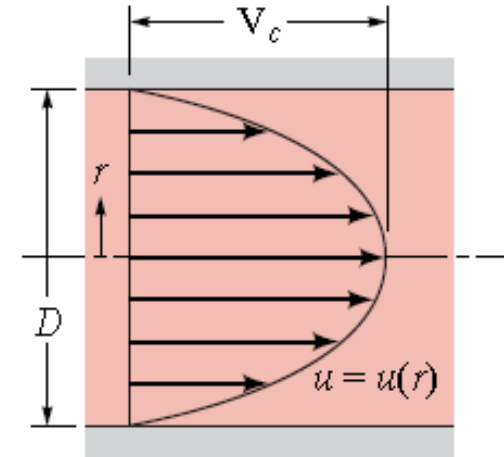
$$u = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right)r^2 + C_1$$

Como para $r=D/2 \rightarrow u=0$:

$$0 = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right)\left(\frac{D}{2}\right)^2 + C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{\Delta p D^2}{16\mu l}$$

$$u = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right)r^2 + C_1 = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right)r^2 + \frac{\Delta p D^2}{16\mu l}$$

$$u = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu l}\right)r^2 + \frac{\Delta p D^2}{16\mu l} = \frac{\Delta p D^2}{16\mu l} \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right] = V_c \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right]$$



Escoamento laminar plenamente desenvolvido

$$u = V_c \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right]$$

Vazão volumétrica (Q)

$$\dot{Q} = \int u dA = \int_{r=0}^{r=R} u(r) 2\pi r dr = \int_0^R V_c \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right] 2\pi r dr$$

$$\dot{Q} = 2\pi V_c \int_0^R \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right] r dr \Rightarrow \dot{Q} = \frac{\pi R^2 V_c}{2}$$

Escoamento laminar plenamente desenvolvido

Velocidade média:

$$V = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\pi R^2 V_c}{2 \pi R^2} = \frac{V_c}{2} \quad \text{Como: } V_c = \frac{\Delta p D^2}{16 \mu l}$$

$$V = \frac{V_c}{2} = \frac{\frac{\Delta p D^2}{16 \mu l}}{2} = \frac{\Delta p D^2}{32 \mu l}$$

Logo:

$$\dot{Q} = \frac{\pi R^2 V_c}{2} = \frac{\pi R^2 \frac{\Delta p D^2}{16 \mu l}}{2} = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128 \mu l} \quad (\text{Lei de Poiseuille})$$

Perda de carga em escoamento laminar plenamente desenvolvido

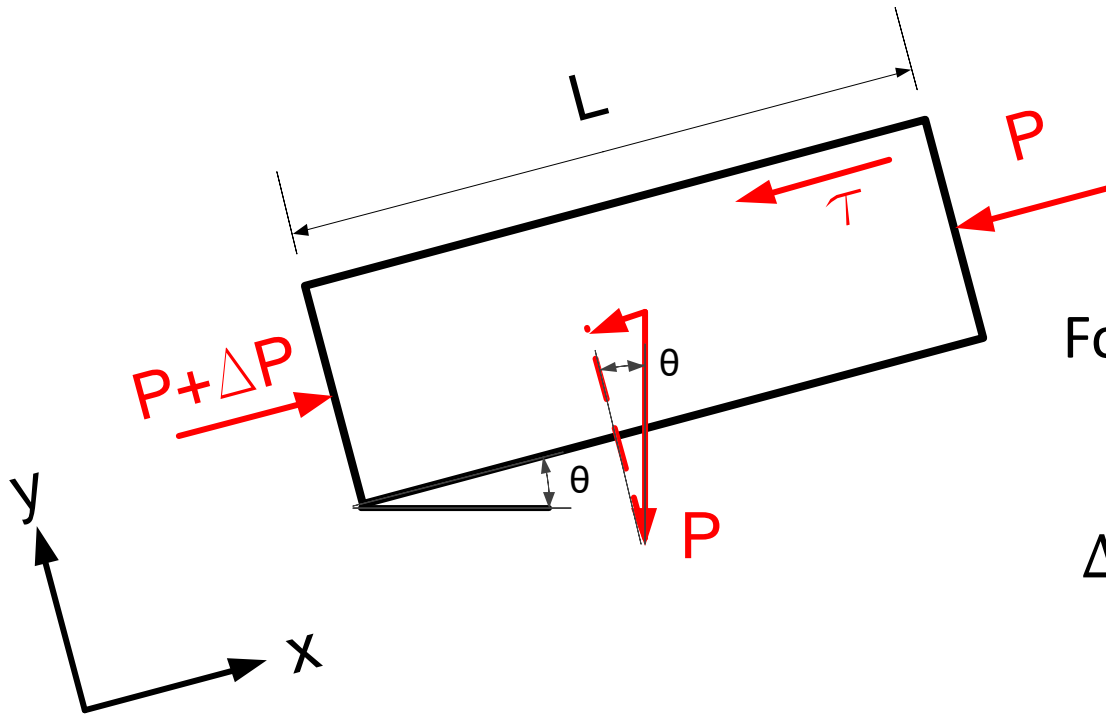
Para dutos circulares com diâmetro D:

$$\dot{Q} = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128 \mu L} = VA = V \frac{\pi}{4} D^2 \quad \longrightarrow \quad \Delta p = 32 \frac{\mu L V}{D^2}$$

Equação de Darcy-Weisbach para avaliação de perda de carga em dutos circulares com diâmetro D e comprimento L

$$h_f = \frac{\Delta p}{\gamma} = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad \longrightarrow \quad \frac{32 \frac{\mu L V}{D^2}}{\rho g} = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad \longrightarrow \quad f = \frac{64 \mu}{\rho V D} = \frac{64}{Re}$$

Perda de carga em escoamento laminar plenamente desenvolvido
 Tubos de seção circular (diâmetro $D=2R$) inclinados de ângulo θ



Equilíbrio mecânico na direção x:

Forças de pressão = forças viscosas + Peso do líquido

$$\Delta p \pi r^2 = \mu \frac{\partial u}{\partial r} 2\pi r L + \gamma \pi r^2 L \sin \theta$$

$$\frac{\Delta p - \gamma L \sin \theta}{L} = \mu \frac{\partial u}{\partial r} \frac{2}{r}$$

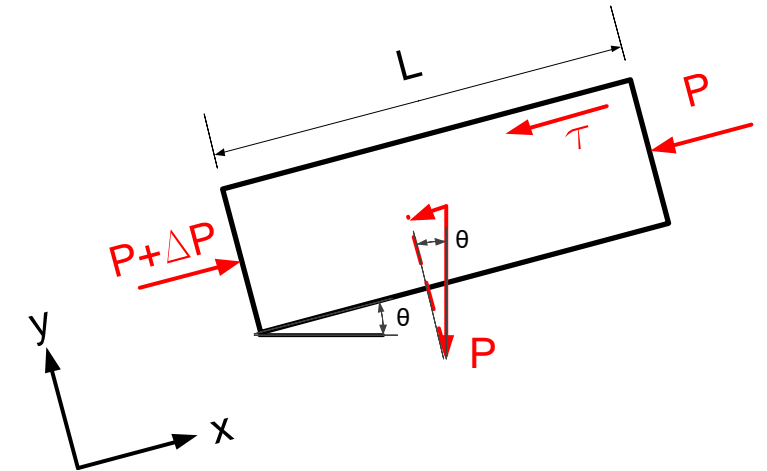
Perda de carga em escoamento laminar plenamente desenvolvido
 Tubos de seção circular (diâmetro $D=2r$) inclinados de ângulo θ

Integrando de 0 a R:

$$V = \frac{(\Delta p - \gamma L \sin \theta) D^2}{32 \mu L}$$

$$\dot{Q} = \frac{(\Delta p - \gamma L \sin \theta) D^4}{128 \mu L}$$

$$\Delta p = \frac{32 \mu L V}{D^2} + \gamma L \sin \theta$$



Tubos horizontais $\Rightarrow \sin(0^\circ) = 0 \Rightarrow \Delta p = \frac{32 \mu L V}{D^2}$

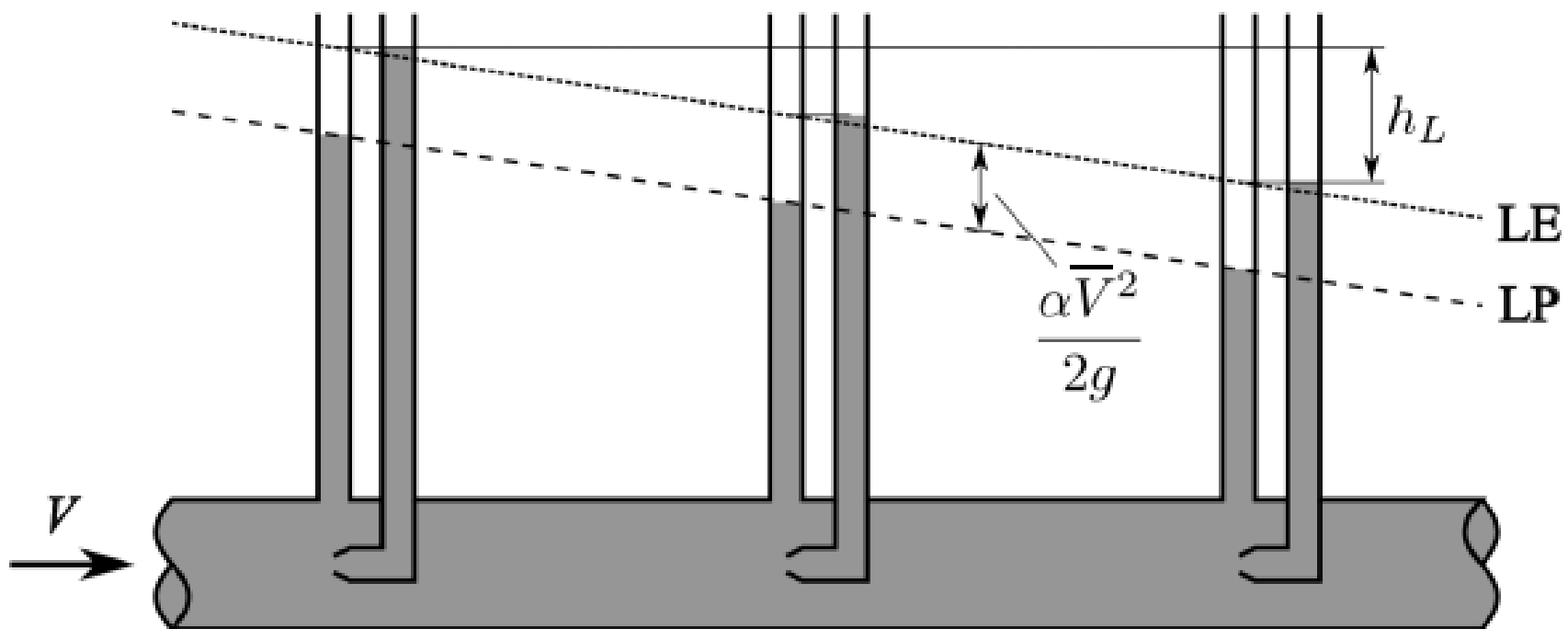
Tubos verticais $\Rightarrow \sin(90^\circ) = 1 \Rightarrow \Delta p = \frac{32 \mu L V}{D^2} + \gamma L$

Linha piezométrica e Linha de energia

Equação de Bernoulli

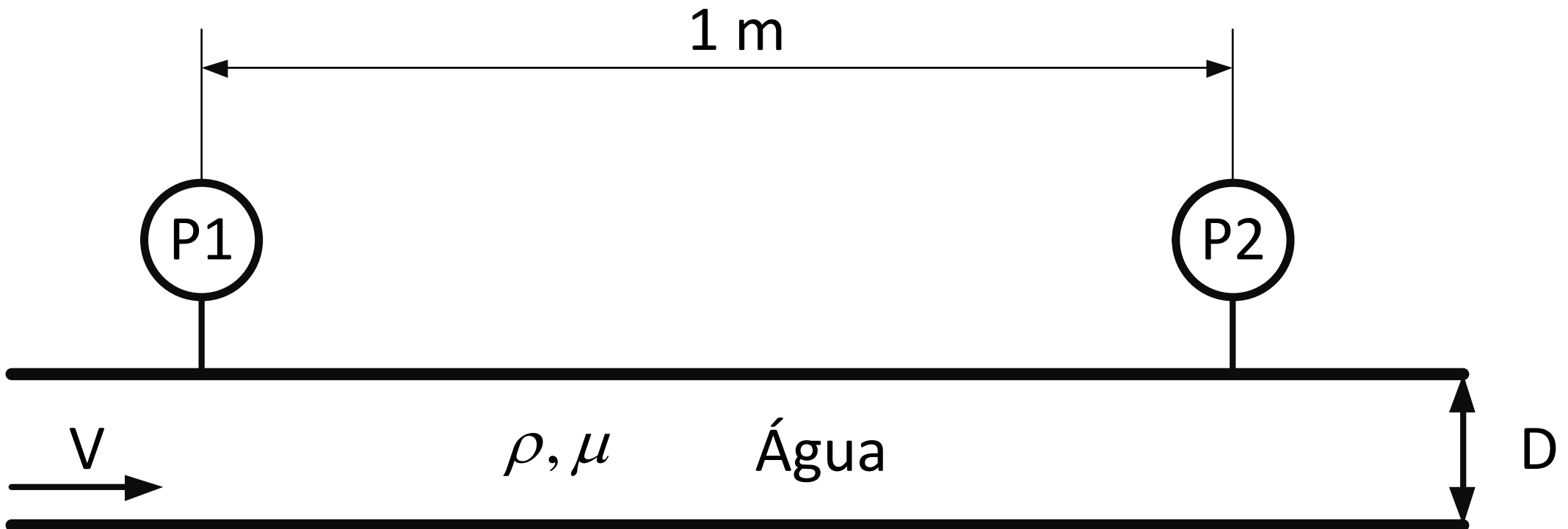
$$\frac{p}{\rho g} + z + \frac{V^2}{2g} = \text{constante} \leftarrow \text{Linha de energia(LE) (unidade dos termos em metros)}$$

$$\frac{p}{\rho g} + z = \text{constante} \leftarrow \text{Linha piezométricas (LP) (unidade dos termos em metros)}$$



Exercício 01

Água escoa em tubo horizontal com 1 mm de diâmetro no qual são colocados dois medidores de pressão separados por uma distância de 1 m. Qual é a perda máxima de pressão que pode ser medida, admitindo que o escoamento seja laminar?



Exercício 01

Para escoamento laminar:

$$\dot{Q} = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128 \mu l} \Rightarrow \Delta p = \frac{128 \mu l \dot{Q}}{\pi D^4}$$

Para água a 20°C a 101,325 kPa: $\rho=998,2 \text{ kg/m}^3$ e $\mu=1,002 \times 10^{-3} \text{ N.s/m}^2$

Temos que:

$$\dot{Q} = VA = V \frac{\pi D^2}{4}$$

Para avaliar a máxima pressão, deve-se avaliar a maior velocidade para escoamento laminar em tubos. Logo: $V_{\max} \rightarrow Re_{\max} = 2100$

Exercício 01

Portanto:

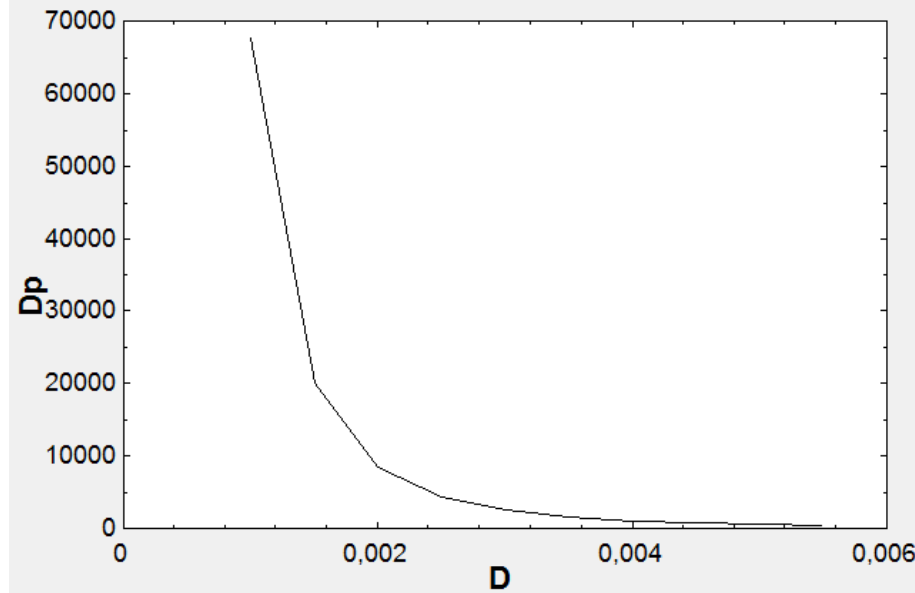
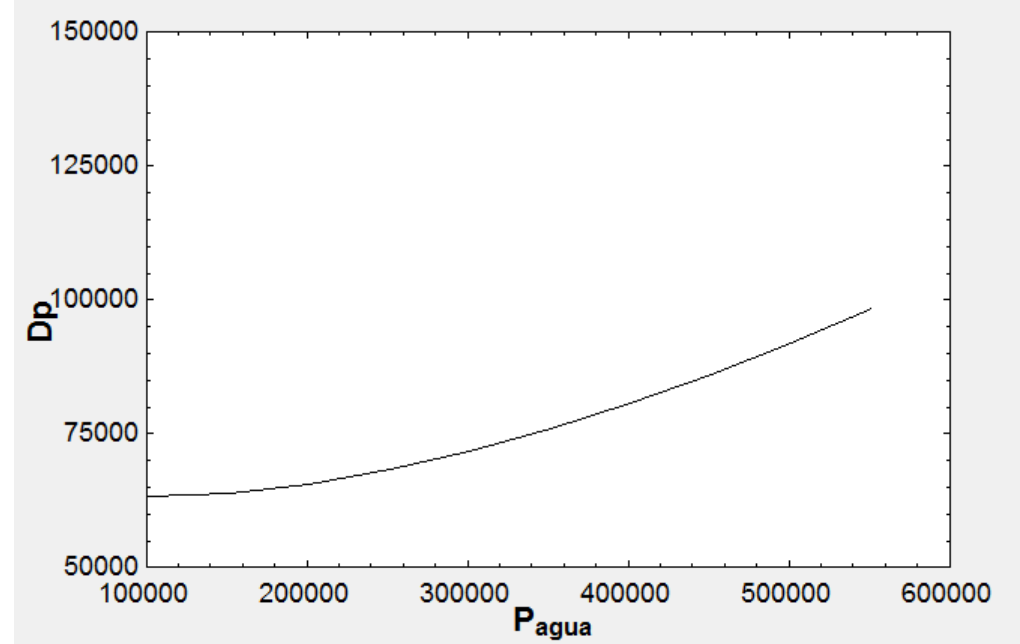
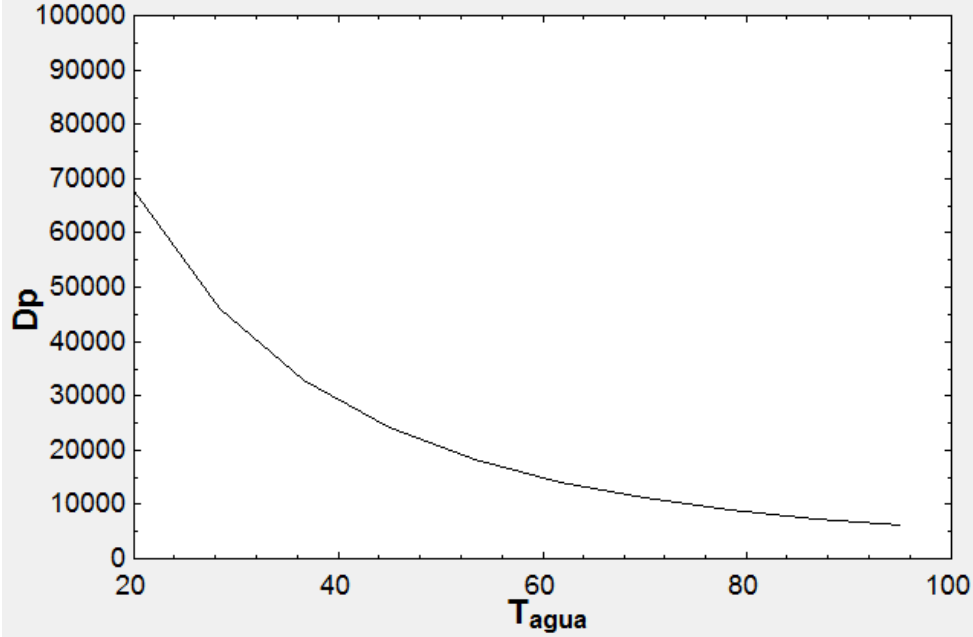
$$\text{Re}_{\max} = 2100 = \frac{\rho V D}{\mu} \Rightarrow V = \frac{2100 \mu}{\rho D} = \frac{2100 * (1,002 \times 10^{-3})}{(998,2)(1 \times 10^{-3})} = 2,11 \text{ m/s}$$

$$\dot{Q} = V \frac{\pi D^2}{4} = 2,11 * \left(\frac{\pi (1 \times 10^{-3})^2}{4} \right) = 1,66 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta p = \frac{128 \mu l \dot{Q}}{\pi D^4} = \frac{128 * (1,002 \times 10^{-3})(1)(1,66 \times 10^{-6})}{\pi (1 \times 10^{-3})^4} = 6,76 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

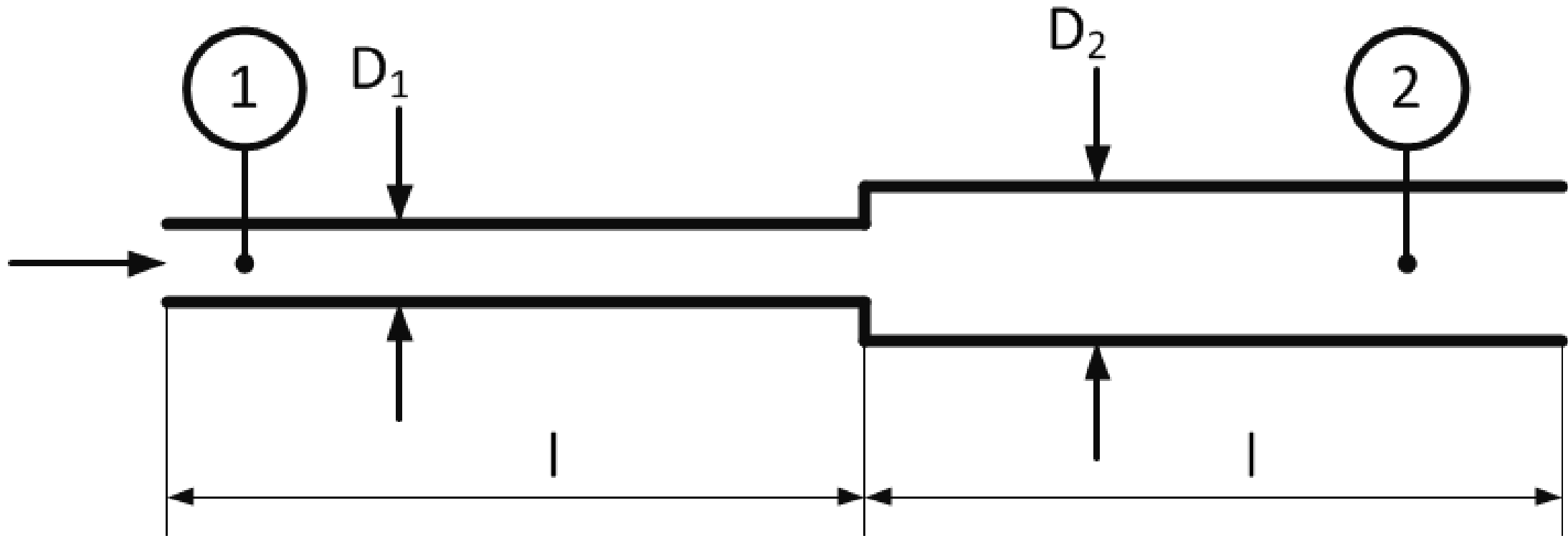
$$\Delta p = 6,76 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 6,76 \times 10^4 \text{ Pa} = 67,6 \text{ kPa}$$

Exercício 01



Exercício 02

Um fluido escoar em dois tubos horizontais de igual comprimento que conectados forma uma tubulação de comprimento $2l$. Pode-se considerar que o escoamento é laminar e plenamente desenvolvido. A perda de pressão no primeiro trecho é 1,24 vezes maior que no segundo trecho. Se o diâmetro do primeiro trecho é D , determine o diâmetro do segundo trecho.



Exercício 02

Realizando o balanço de massa entre os pontos 1 e 2:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

Fazendo a hipótese de fluido incompressível e que variações da viscosidade são desprezíveis:

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 \quad \rho_1 = \rho_2 \quad \mu_1 = \mu_2$$

Sendo escoamento laminar plenamente desenvolvido:

$$\dot{Q} = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128 \mu l} \Rightarrow \frac{\pi D_1^4 \Delta p_1}{128 \mu_1 l} = \frac{\pi D_2^4 \Delta p_2}{128 \mu_2 l} \quad \longrightarrow \quad D^4 \Delta p_1 = D_2^4 \Delta p_2 \Rightarrow D_2 = D \left(\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} \right)^{1/4}$$

Exercício 02

Como: $\Delta p_1 = 1,24\Delta p_2$

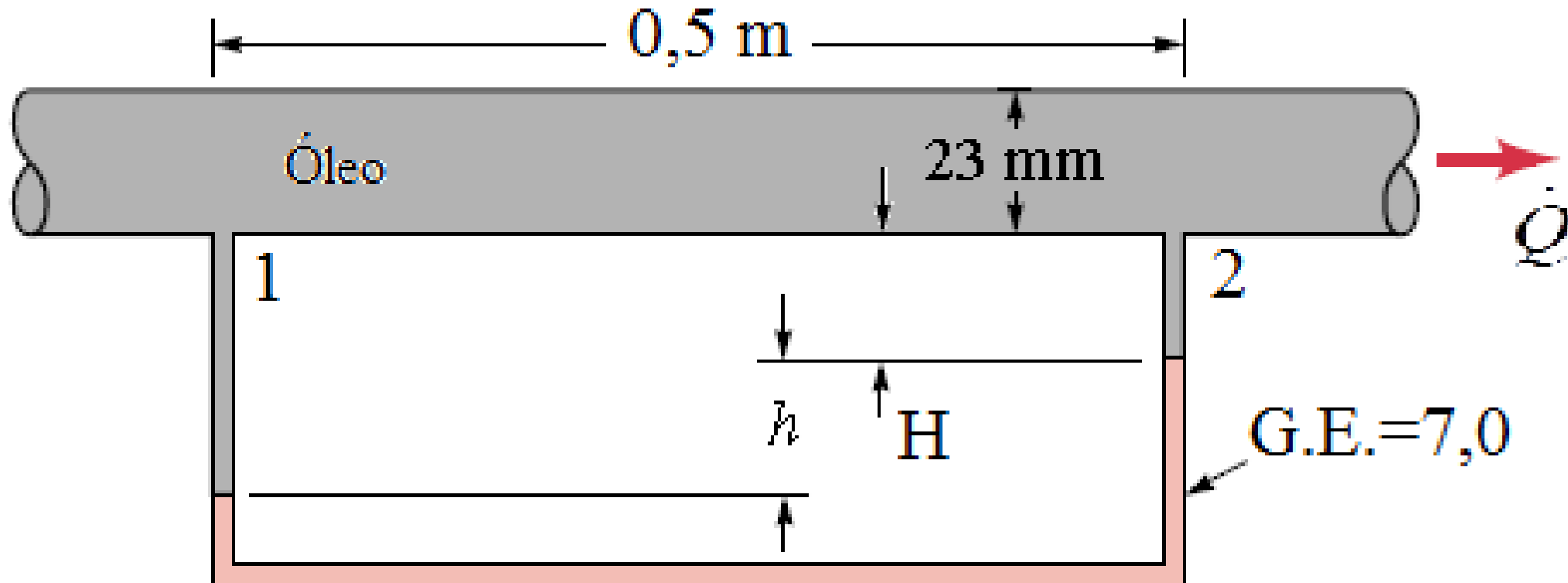
$$D_2 = D \left(\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} \right)^{1/4}$$

$$D_2 = D (1,24)^{1/4}$$

$$D_2 = 1,055D$$

Exercício 03

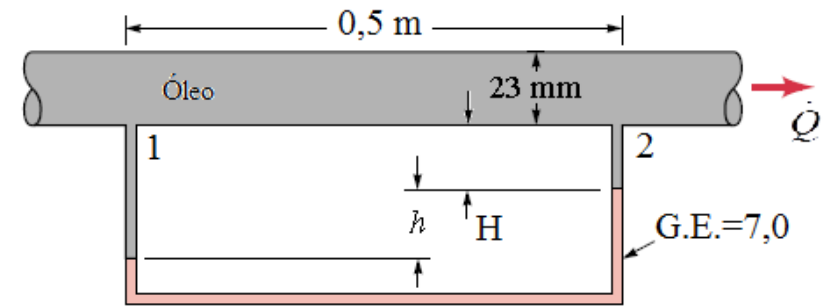
Óleo (peso específica=8.900 N/m³, viscosidade=0,10 N.s/m²) escoam em um tubo horizontal de diâmetro igual a 23 mm. Um manômetro em U é usado para medir a pressão como mostra a figura abaixo. Determine a faixa de valores de h para a condição de escoamento laminar



Exercício 03

$h_{\text{mínimo}} = 0$ (sem escoamento)

$h_{\text{máximo}} \rightarrow \text{Re} = 2100$ (escoamento laminar)



Realizando o equilíbrio de forças no manômetro em U temos:

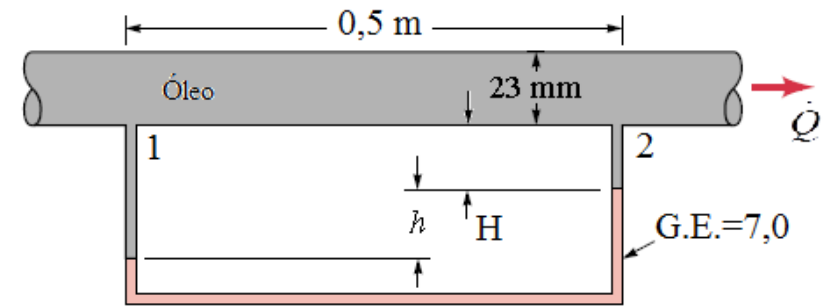
$$p_1 + \gamma_{\text{óleo}} (H + h) - \gamma_{\text{manômetro}} h - \gamma_{\text{óleo}} H = p_2$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = (\gamma_{\text{manômetro}} - \gamma_{\text{óleo}}) h$$

Sendo escoamento laminar:

$$\Delta p = \frac{128 \mu l \dot{Q}}{\pi D^4}$$

Exercício 03



Como:

$$\dot{Q} = VA = V \frac{\pi D^2}{4}$$

$$Re = \frac{\rho_{\text{óleo}} VD}{\mu_{\text{óleo}}} = 2.100 \Rightarrow V = \frac{2.100 \mu_{\text{óleo}}}{\rho_{\text{óleo}} D} = \frac{2.100 * 0,10}{\left(\frac{8.900}{9,81}\right) * 23 \times 10^{-3}} = 10,06 \text{ m/s}$$

$$\dot{Q} = V \frac{\pi D^2}{4} = 10,06 * \frac{\pi (23 \times 10^{-3})^2}{4} = 0,0042 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta p = \frac{128 \mu_{\text{óleo}} l \dot{Q}}{\pi D^4} = \frac{128 * 0,10 * 0,50 * 0,0042}{\pi (23 \times 10^{-3})^4} = 30575 \text{ N/m}^2$$

Exercício 03

Como:

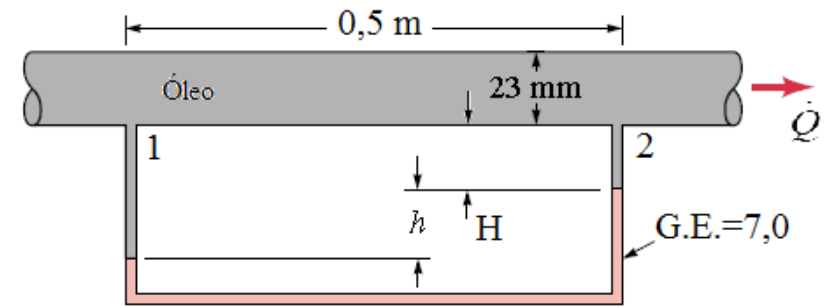
$$\Delta p = (\gamma_{\text{manômetro}} - \gamma_{\text{óleo}}) h$$

$$G.E = \frac{\gamma_{\text{fluido}}}{\gamma_{\text{água}}} \Rightarrow \gamma_{\text{manômetro}} = 7 * \gamma_{\text{água}} = 7 * \rho_{\text{água}} * g$$

$$\gamma_{\text{manômetro}} = 7 * 1000 * 9,81 = 68670 \text{ N/m}^3$$

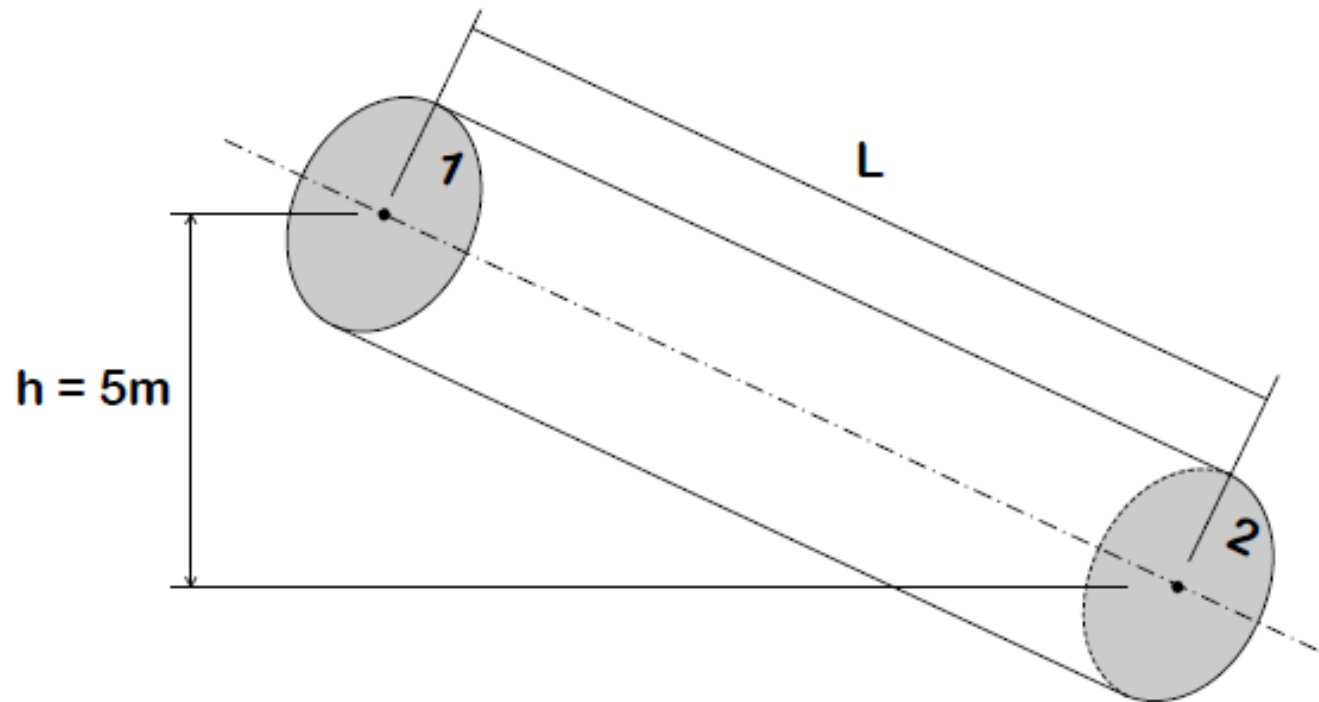
$$h = \frac{\Delta p}{(\gamma_{\text{manômetro}} - \gamma_{\text{óleo}})} = \frac{30575}{(68670 - 8900)} = 0,51m$$

$$\therefore 0 \leq h \leq 0,51m$$



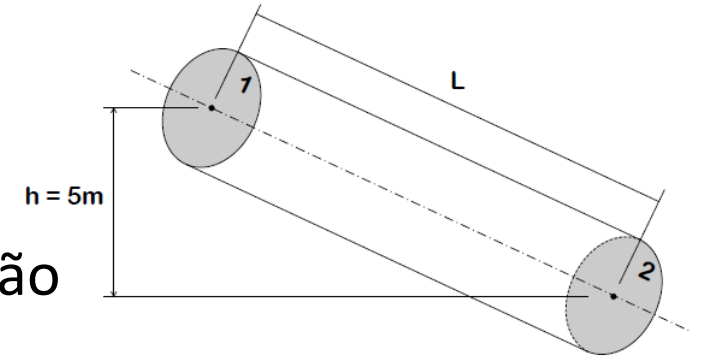
Exercício 04

No sistema representado na figura abaixo, o fluido escoava em velocidade média de $0,5 \text{ m/s}$ em sentido desconhecido, a ser determinado. A pressão na seção 1 é de 200 kPa e em 2 de 300 kPa . Dados: diâmetro do tubo, $D=10 \text{ mm}$; peso específico do fluido, $\gamma=8.000 \text{ N/m}^3$; viscosidade dinâmica, $\mu=0,04 \text{ kg/(m.s)}$. Pede-se: (a) o sentido do escoamento, (b) a perda de carga entre as seções 1 e 2 e (c) o comprimento do trecho de tubo L



Exercício 04

(a) o sentido do escoamento e perda de carga ao longo da tubulação



Aplicando a equação de Bernoulli para as seções 1 e 2 temos:

$$H_1 = \frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + z_1$$

$$H_2 = \frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$
$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{8.000}{10} = 800 \text{ kg/m}^3$$

$$Re = \frac{800 \times 0,5 \times 10 \times 10^{-3}}{0,04} = 100 < 2100 \text{ (laminar)}$$

Exercício 04

(a) o sentido do escoamento

$$H_2 - H_1 = \left[\frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2 \right] - \left[\frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + z_1 \right]$$

α_1 e α_2 = coeficientes de turbulência

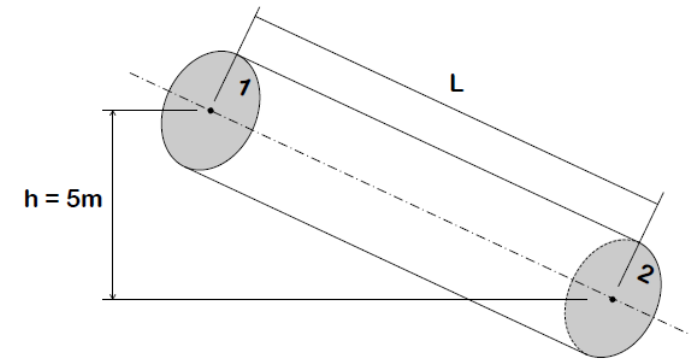
$$V_1 = V_2 \text{ e } \alpha_1 = \alpha_2 \text{ e } \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$$

$$H_2 - H_1 = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + (z_2 - z_1) = \frac{300.000 - 200.000}{8.000} - 5 = 7,5 \text{ m} > 0$$

$H_2 - H_1 > 0 \Rightarrow H_2 > H_1 \Rightarrow$ Escoamento é no sentido de 2 para 1

(b) perda de carga ao longo da tubulação

$$h_L = H_2 - H_1 = 7,5 \text{ m}$$



Exercício 04

(c) Comprimento do trecho de tubo

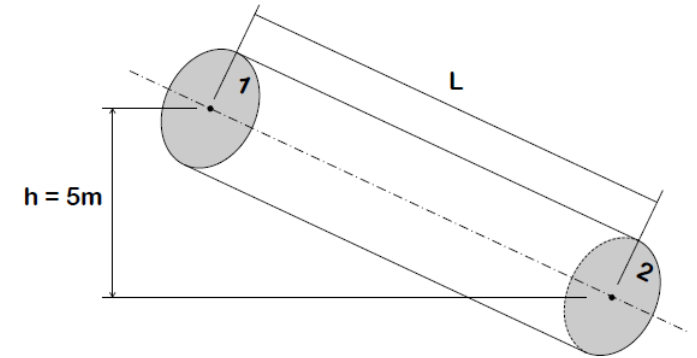
$$Re = \frac{800 \times 0,5 \times 10 \times 10^{-3}}{0,04} = 100 < 2100 \text{ (laminar)}$$

$$h_L = f \frac{L V^2}{D 2g}$$

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64}{100} = 0,64$$

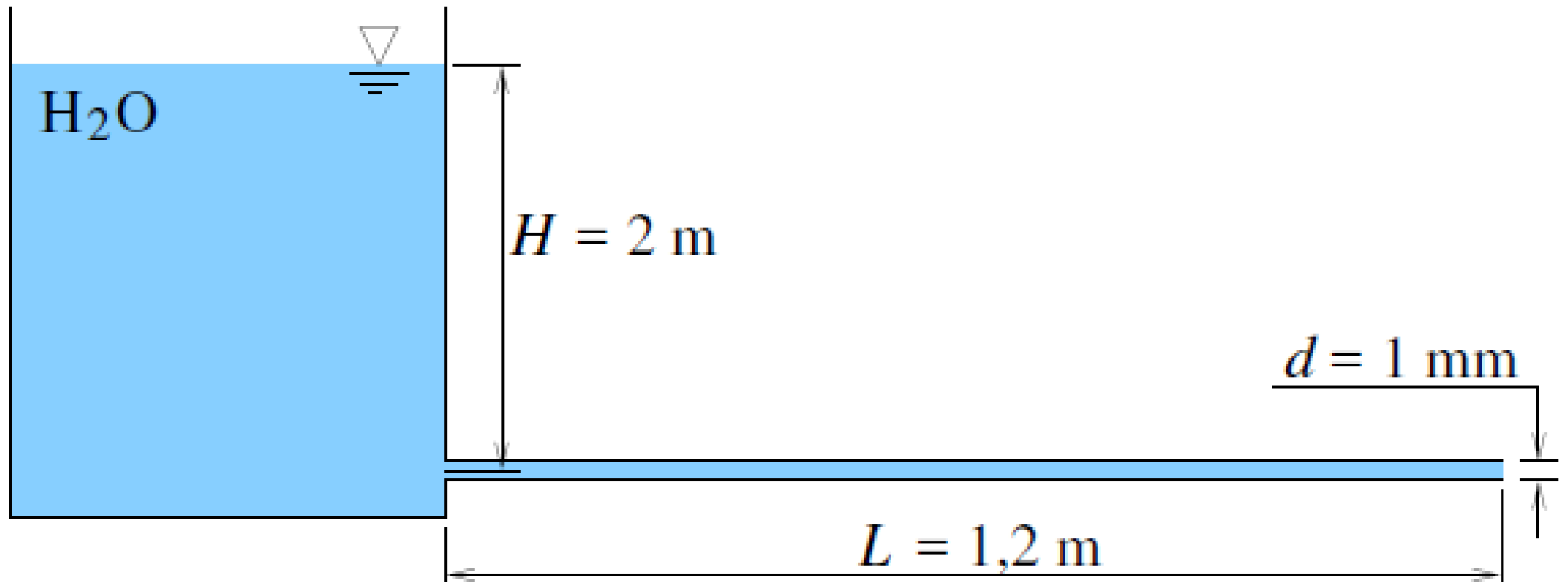
$$L = \frac{2gDh_L}{fV^2} = \frac{2 \times 10 \times 10 \times 10^{-3} \times 7,5}{0,64 \times (0,5)^2}$$

$$L = 9,375 \text{ m}$$



Exercício 04

Um tubo horizontal de pequeno diâmetro, (figura abaixo) é conectado a um reservatório. Se 6.600 mm^3 são capturados a cada 10 s , estime a viscosidade cinemática da água nestas condições.



Exercício 04

Cálculo da viscosidade cinemática

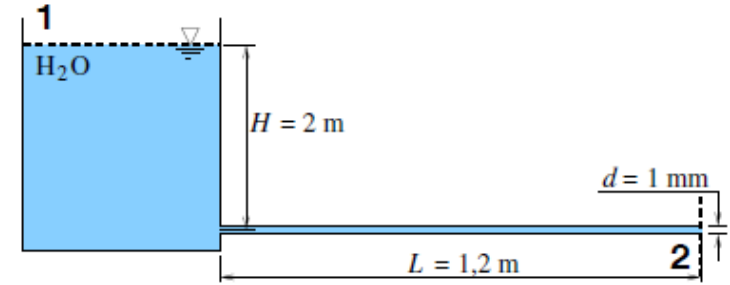
$$Re = \frac{VD}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{VD}{Re}$$

$$\dot{Q} = VA = \frac{\Psi}{\Delta t}$$

$$V = \frac{\Psi}{A\Delta t} = \frac{6.600}{\frac{\pi}{4}(1)^2 \times 10} = 840,3 \text{ mm/s} = 0,8403 \text{ mm/s}$$

Como avaliar Re ? \longrightarrow Avaliação do regime de escoamento

Hipótese: regime laminar ou turbulento?



Exercício 04

1ª hipótese: regime laminar

$$f = \frac{64}{Re}$$

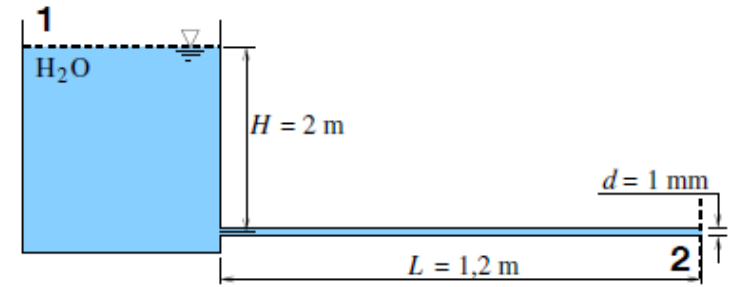
$$h_L = H_1 - H_2 = f \frac{L V^2}{D 2g}$$

$$H_1 = \frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + z_1$$

$$H_2 = \frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2$$

Regime laminar: $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$

$$H_1 - H_2 = \left[\frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + z_1 \right] - \left[\frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2 \right] = f \frac{L V^2}{D 2g}$$



Exercício 04

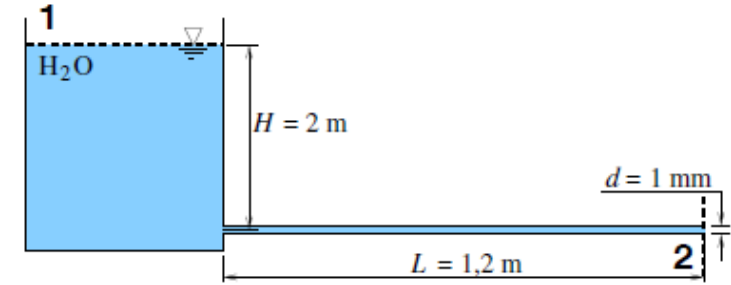
$$H_1 - H_2 = \left[\frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + z_1 \right] - \left[\frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2 \right] = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$V_1 = 0 \text{ e } p_1 = p_2 = p_{atm}$$

$$H_1 - H_2 = z_1 - z_2 - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$H - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{V_2^2}{2g}$$

$$f = \frac{2gD \left[H - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \right]}{L V_2^2}$$



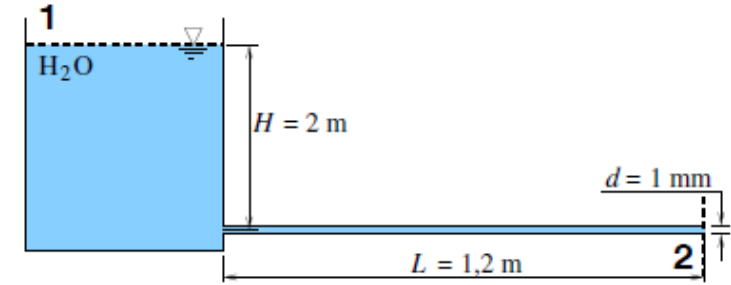
Exercício 04

$$f = \frac{2gD \left[H - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \right]}{LV_2^2}$$

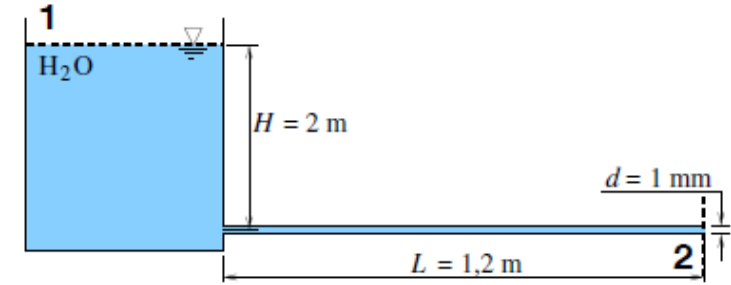
$$f = \frac{2 \times 10 \times 1 \times 10^{-3} \left[2 - \frac{2 \times (0,8403)^2}{2 \times 10} \right]}{1,2 \times (0,8403)^2} = 0,046$$

$$f = \frac{64}{Re} \Rightarrow 0,046 = \frac{64}{Re} \Rightarrow Re = 1391 < 2100 \text{ (laminar) (hipótese comprovada!)}$$

$$v = \frac{VD}{Re} = \frac{0,8403 \times 1 \times 10^{-3}}{1391} = 6,04 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$



Exercício 04

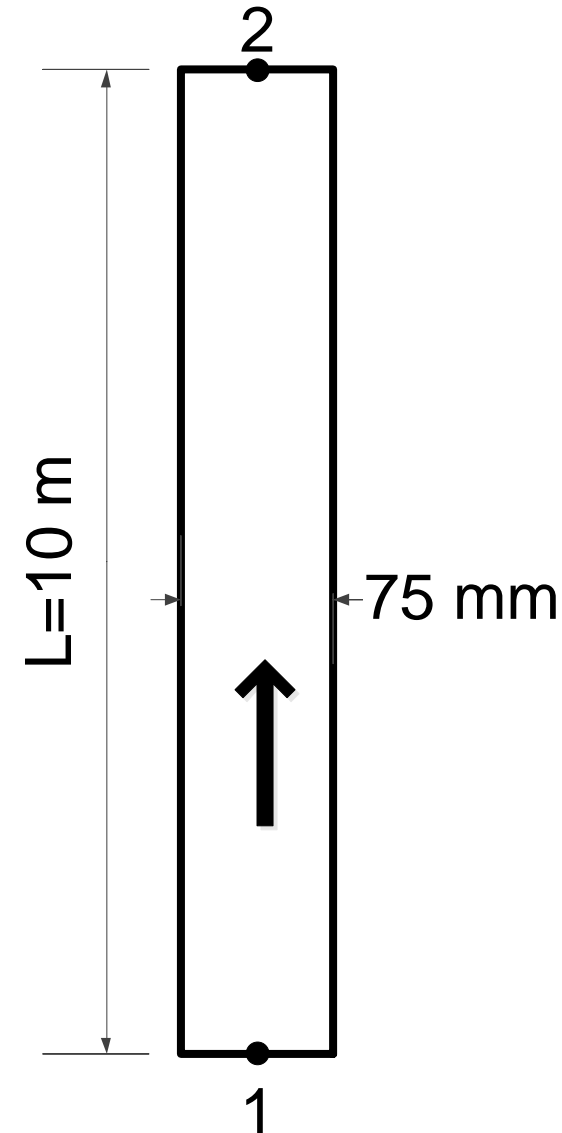


Verificação do comprimento de entrada: condição de escoamento laminar
plenamente desenvolvido

$$l_{entrada} = 0,06 D Re_D = 0,06 \times 1 \times 10^{-3} \times 1391 = 0,084 \text{ m (7\% do comprimento total : OK!)}$$

Exercício 05

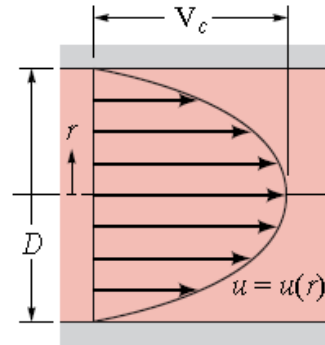
Glicerina a 20°C tem escoamento ascendente no tubo mostrado na figura ao lado. A velocidade na linha de centro é de $1,0\text{ m/s}$. Nestas condições, Determine a perda de carga e a queda de pressão sabendo que o comprimento do tubo é de 10 m .



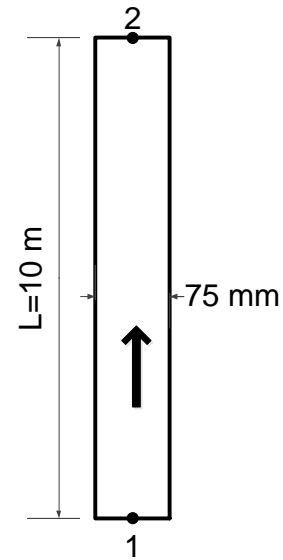
Exercício 05

Glicerina a 20°C:

- Massa específica (ρ)=1260 kg/m³
- Viscosidade dinâmica (μ)=1,5 Pa.s



$$\bar{V} = \frac{V_c}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m/s}$$



Avaliação do regime de escoamento:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1260 \times 0,5 \times 75 \times 10^{-3}}{1,5} = 31,5 < 2100 \text{ (laminar)}$$

$$\Delta p = \frac{32\mu L V}{D^2} + \gamma L \sin\theta$$

Exercício 05

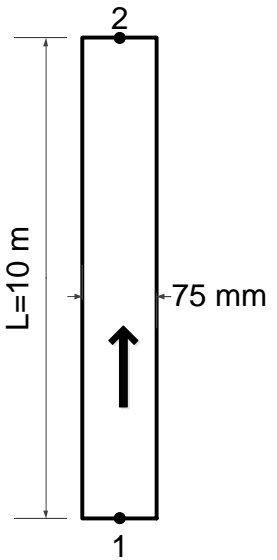
$$\Delta p = \frac{32\mu LV}{D^2} + \gamma L \sin\theta$$

$$\Delta p = \frac{32 \times 1,5 \times 10 \times 0,5}{(75 \times 10^{-3})^2} + (9,8 \times 1260 \times 10 \times \sin(90^\circ))$$

$$\Delta p = 166147 \text{ Pa} = 166,147 \text{ kPa}$$

$$\left[\frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + z_1 \right] = \left[\frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2 \right] + h_L$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 ; \alpha_1 = \alpha_2 ; \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma ; z_1 = 0 \text{ (referência)} ; z_2 = 10 \text{ m}$$



Exercício 05

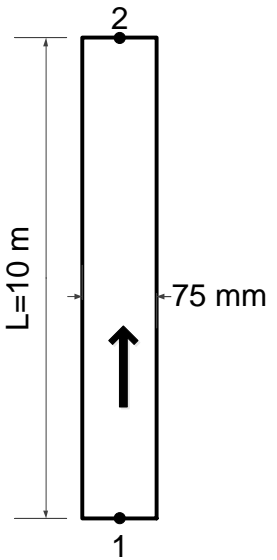
$$\left[\frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + z_1 \right] = \left[\frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2 \right] + h_L$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 ; \alpha_1 = \alpha_2 ; \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma ; z_1 = 0 \text{ (referência)} ; z_2 = 10 \text{ m}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = L + h_L$$

$$h_L = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} - L$$

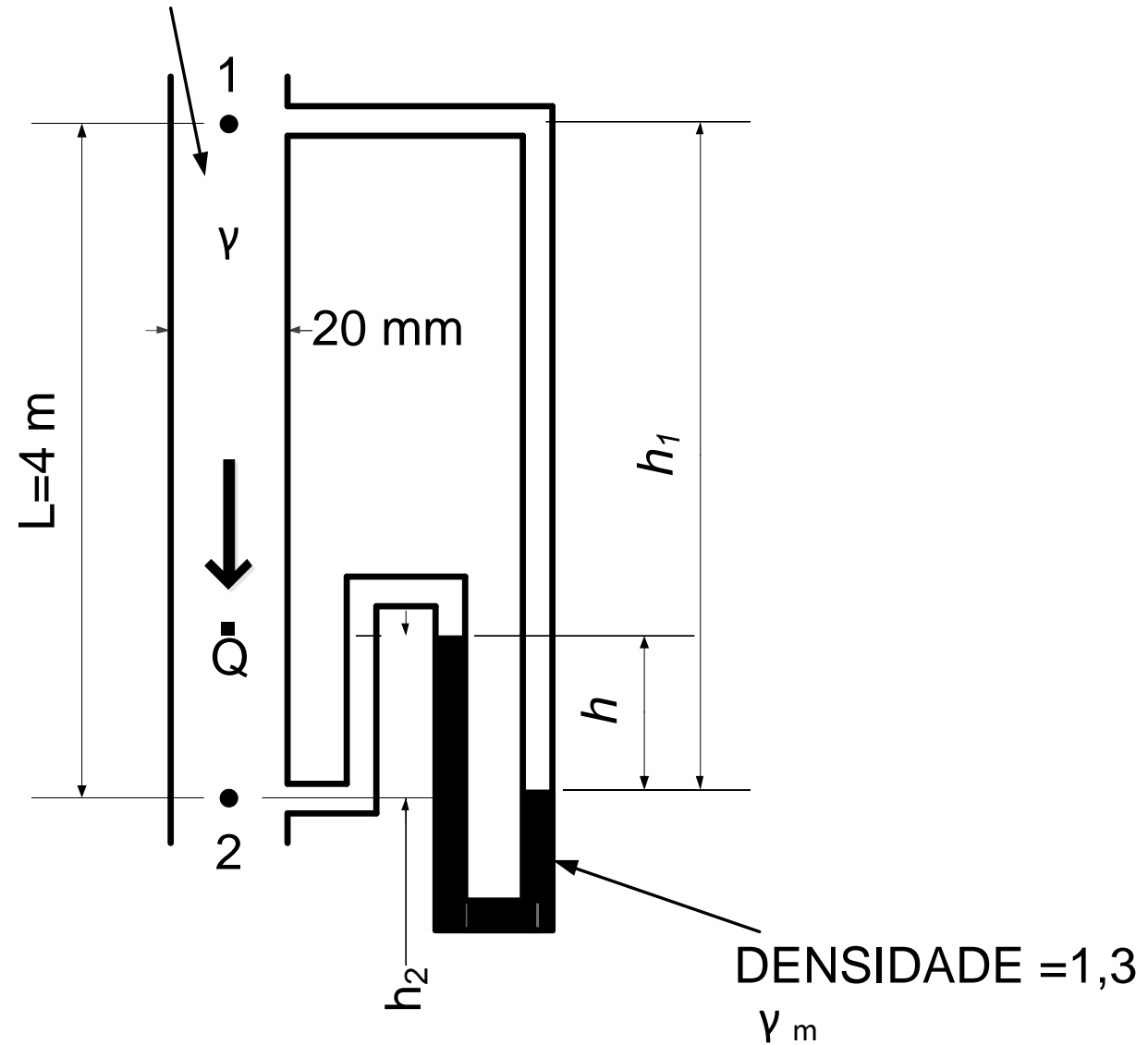
$$h_L = \frac{166147}{9,8 \times 1260} - 10 = 3,46 \text{ m}$$



Exercício 06

DENSIDADE = 0,87

Óleo (SG=0,87; $\nu=2,2 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$) escoia em tubo vertical mostrado na figura ao lado. A vazão do óleo é $4 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. Determine a leitura no manômetro (h)



Exercício 06

Analisando o manômetro:

$$p_2 = p_1 + \gamma h_1 - \gamma_m h + \gamma h_2$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \gamma_m h - \gamma(h_1 + h_2)$$

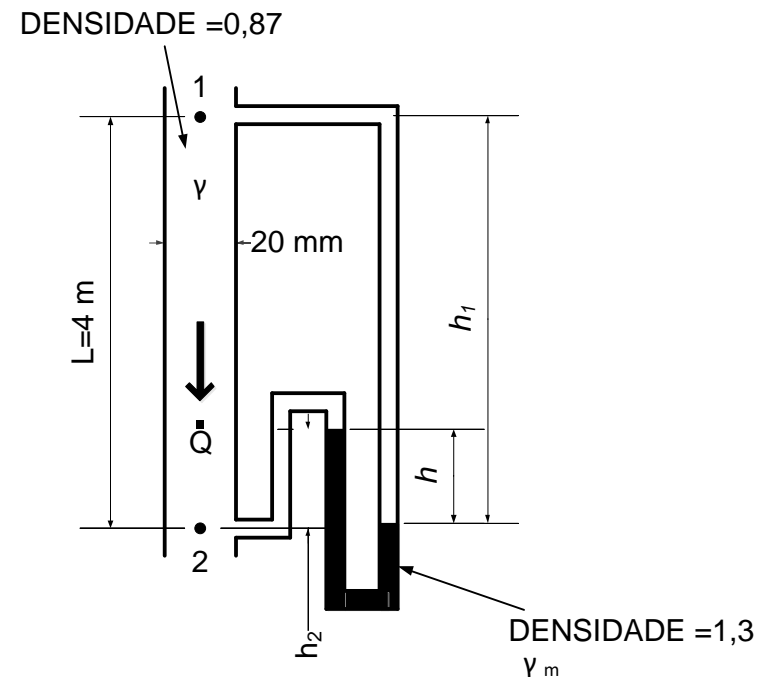
Mas:

$$L - h_2 = h_1 - h \Rightarrow L + h = h_1 + h_2$$

Logo:

$$\Delta p = \gamma_m h - \gamma(L + h)$$

$$h = \frac{\Delta p + \gamma L}{\gamma_m - \gamma} \quad (1)$$



Exercício 06

Cálculo da perda de pressão

Verificação do regime de escoamento:

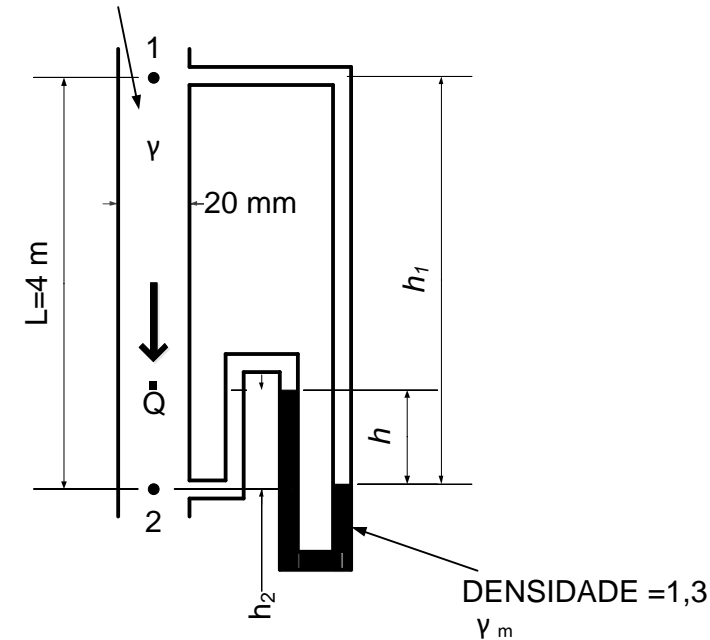
$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

$$\dot{Q} = VA \Rightarrow V = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{4,0 \times 10^{-4}}{\frac{\pi}{4} (20 \times 10^{-3})^2} = 1,27 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{1,27 \times 20 \times 10^{-3}}{2,2 \times 10^{-4}} = 115,5 < 2100 \text{ (laminar)}$$

$$\dot{Q} = \frac{\pi(\Delta p + \gamma L)D^4}{128\mu L}$$

DENSIDADE = 0,87



Exercício 06

Cálculo da perda de pressão

$$\dot{Q} = \frac{\pi(\Delta p + \gamma L)D^4}{128\mu L}$$

$$\Delta p = \frac{32\mu LV}{D^2} - \gamma L \text{sen}\theta$$

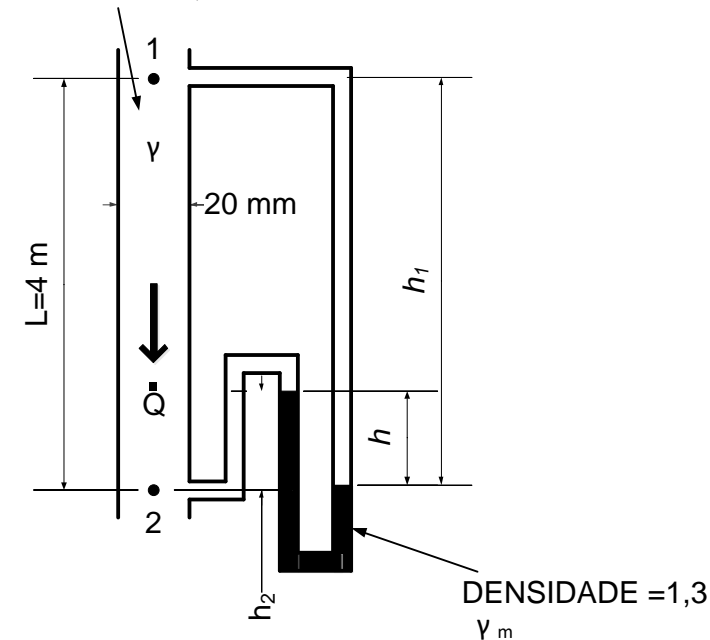
$$\gamma = SG\gamma_{\acute{a}gua} = SG\rho_{\acute{a}gua}g = 0,87 \times 1000 \times 9,8 = 8526 \text{ N/m}^3$$

$$\mu = \nu\rho = \nu SG\rho_{\acute{a}gua} = 2,2 \times 10^{-4} \times 0,87 \times 1000 = 0,1914 \text{ Pa.s}$$

$$\Delta p = \frac{32 \times 0,1914 \times 4 \times 1,27}{(20 \times 10^{-3})^2} + 8526 \times 4 \times \text{sen}(90^\circ)$$

$$\Delta p = 77785 - 34104 = 43681 \text{ Pa}$$

DENSIDADE = 0,87



Exercício 06

Cálculo da perda de pressão

Pela equação (1):

$$h = \frac{\Delta p + \gamma L}{\gamma_m - \gamma} = \frac{43681 + (1000 \times 9,8 \times 4)}{(1,3 \times 1000 \times 9,8) - 8526}$$

$$h = 19,7 \text{ m}$$

