Análise Integral Aplicada a Cálculo de Condutos

① Eq. da CONTINUIDADE

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall c} \rho \, d\forall + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

② Eq. da 1ª Lei da Termo

$$\left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2\right) = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

③ - Eq. de Darcy-Weisbach

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

④ Eq. de Colebrook.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1{,}14 - 2\log\left(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{9{,}35}{Re\sqrt{f}}\right)$$

④a - Diagramas de Moody-Rouse e de Rouse.

Tipos básicos de problemas de Cálculo de Condutos

TIPO	DADOS	INCÓGNITA
A	$L, \mu, \varepsilon, Q, D$	h_f
B	$L, \mu, \varepsilon, Q, h_f$	D
C	$L, \mu, \varepsilon, D, h_f$	Q

D: Diâmetro hidráulico.

ε: Rugosidade uniforme equivalente

h_f = Perda de carga distribuída (trecho reto)

Métodos de Resolução

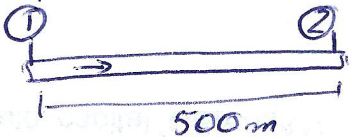
TIPO A – $h_f = ?$

① - Calculam-se Re e ε/D

② - Entra-se no diagrama de Moody ou Rouse, ou usa-se a eq. de Colebrook e se encontra "f"

③ Calcula-se a perda h_f c/ a eq. de Darcy-Weisbach

Ex - Determine a perda de carga em oleoduto, $\rho = 900\ kg/m^3$, $\nu = 10^{-5}\ m^2/s$, $Q = 0{,}2\ m^3/s$; $L = 500\ m$, $D = 200\ mm$, duto de ferro fundido (fofo).



① $V = \dfrac{Q}{\pi R^2} = \dfrac{0{,}2}{\pi \times (0{,}1)^2} = 6{,}4\ m/s$

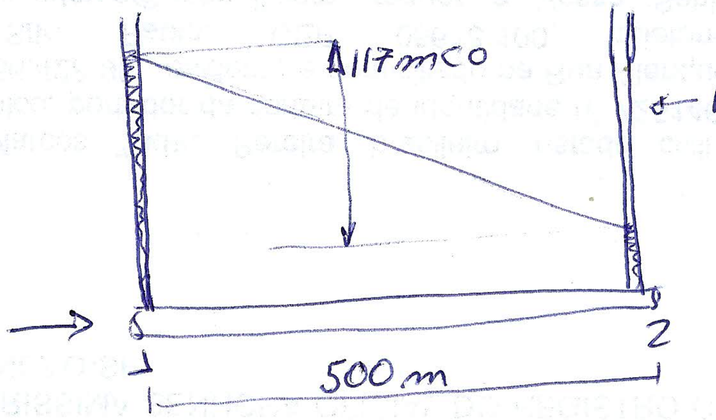
② $Re = \dfrac{VD}{\nu} = 1{,}28 \times 10^5$

③ tabela → fofo ⇒ $\varepsilon = 0{,}26\ mm$ ⇒ $\varepsilon/D = 0{,}0013$

④ - Do diagrama de Moody ⇒ $f = 0{,}0225$
ou da eq. de Colebrook ⇒ $f = 0{,}0227$

$\therefore\ h_f = f \dfrac{L}{D} \dfrac{V^2}{2g} = 0{,}0225 \cdot \dfrac{500}{0{,}2} \cdot \dfrac{6{,}4^2}{2 \times 9{,}8} = 117\ m.c.o$

↳ metros de coluna de óleo



CONTINUA →

Determine a queda de pressão se o duto for inclinado de 10° na direção do escoamento.

Na primeira parte do exercício já foi determinada a perda de carga, que não varia com a inclinação, se a velocidade for mantida.

Deve-se aplicar a 1ª Lei da Termodinâmica:

$$\left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\gamma}+z_1\right)-\left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\gamma}+z_2\right)=\cancel{\frac{\dot{W}_d}{\gamma Q}}-\cancel{\frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}}$$

$= h_f$ (só trecho reto)

não há máquinas

$$\therefore \frac{P_1-P_2}{\gamma}=h_f+(z_2-z_1)$$

como $(z_2-z_1)=-L\,\mathrm{sen}\,10°$,

$$P_1-P_2=\gamma(117-87)=\underline{265.000\ Pa}$$

TIPO B $\Rightarrow D = ?$

1. Adota-se, por exemplo, f_0 (sugestão $f_0 = 0{,}02$)
2. Com f_0 em $h_f = f_0 \dfrac{L}{D_0} \dfrac{V^2}{2g}$ encontra-se D_0
3. Com D_0 Calcula-se Re_0 e $\dfrac{\varepsilon}{D_0}$
4. Entra-se no diagrama de Moody, ou equação de Colebrook e tira-se f_1.
5. Repete a partir de 2 até que $\dfrac{f_i - f_{i-1}}{f_i} < 1\%$, por ex.

Ex Calcular D de conduto cilíndrico Longo, de aço, $L = 360\,m$, $\varepsilon = 10^{-4}\,m$, água a 20°C ($\nu = 10^{-6}\,m^2/s$), $Q = 12\,m^3/s$ e $h_f = 3{,}9\,m.c.a.$

Observe que a vazão é elevada, e deve-se esperar um diâmetro igualmente elevado.

Como $V = \dfrac{4Q}{\pi D^2} \Rightarrow$ eq. de Darcy $\Rightarrow h_f = f \dfrac{L}{D^5} \cdot \dfrac{8 Q^2}{\pi^2 g}$

Adota-se, por exemplo, $f_0 = 0{,}024$ e $\therefore$ Darcy:

$$3{,}9 = 0{,}024 \cdot \frac{360}{D_0^5} \cdot \frac{8 \cdot 12^2}{\pi^2 \cdot 9{,}8} \Rightarrow D_0 = 1{,}924\,m$$

Com Do =>

$$\frac{\varepsilon}{D_0} = \frac{10^{-4}}{1{,}924} = 0{,}5197 \times 10^{-4} \quad e \quad Re_0 = \frac{4Q}{\pi D^2} \cdot \frac{D}{\nu} = 7{,}94 \times 10^{6}$$

De Colebrook ou Mody => $\boxed{f_1 = 0{,}011}$

Com este valor de f_1, volta-se à equaçao de Darcy-W.:

$$3{,}9 = 0{,}011 \cdot \frac{360 \cdot 8 \cdot 12^2}{D_1^5 \cdot \pi^2 \cdot 9{,}8} \Rightarrow \boxed{D_1 = 1{,}646\,m}$$

o que gera nova iteraçao:

$$\frac{\varepsilon}{D_1} = \frac{10^{-4}}{1{,}646} = 0{,}607 \times 10^{-4} \quad e \quad Re_1 = 9{,}8 \times 10^{6}$$

Aplicando estes valores ao Diagrama de Moody ou Colebrook, Resulta $f_2 = 0{,}0112$, que é bem menor que 10% de diferença em relacao a f_1.

Portanto:

$$3{,}9 = 0{,}0112 \times \frac{360}{D_2^5} \cdot \frac{8 \times 12^2}{\pi^2\, 9{,}8} \Rightarrow \boxed{D_2 = 1{,}652\,m}$$

Resposta $\boxed{D = 1{,}65\,m}$

$\boxed{\text{Tipo C} \rightarrow Q = ?}$

1- Calcula-se $Re\sqrt{f} = \frac{D^{3/2}}{\nu}\sqrt{\frac{2gh_f}{L}}$ (não depende de V!)

2- Calcula-se D/ε

3- Entra-se no diagrama de Rouse e se acha "f"

4- Com f e a eq. de Darcy-Weisbach calcula-se V.

Ex- Calcular a vazão em um conduto cilíndrico, longo, de fofo, de seção circular, diâmetro $D = 0{,}10\,m$ e $\varepsilon = 2{,}5\times10^{-4}\,m$, com água a $t = 37°C$ ($\Rightarrow \nu = 7\times10^{-7}\,m^2/s$), com perda de carga unitária $J = \left(\frac{h_f}{L}\right) = 0{,}0115\,m/m$

- $Re\sqrt{f} = \frac{0{,}1^{3/2}}{7\times10^{-7}}\sqrt{2\times9{,}8\times0{,}0115} = 2{,}14\times10^{4}$

- $\frac{D}{\varepsilon} = 400 \Rightarrow$ Diagrama de Rouse $\Rightarrow f = 0{,}026$

e ∴

$$\frac{h_f}{L} = \frac{f}{D}\frac{V^2}{2g} \Rightarrow \underline{V = 0{,}93\,m/s}$$