

Cálculo de condutos



PMC 3230

Prof. Marcos Tadeu Pereira

2021

(Diversas figuras retiradas da internet sem identificação de origem)

Bibliografia adicional

Mémènto des Pertes de Charge (Handbook of Pressure Loss)
– I.E. Idelchick

Applied Fluid Dynamics Handbook – Robert Blevins

Atlas de Mecânica dos Fluidos – Rui C.C. Vieira

Fundamentals of Hydro and Aeromechanics – Prandtl/Tietjens

Applied Hydro and Aeromechanics – Prandtl/Tietjens

Cálculo de condutos - **Objetivos**

- Determinação de vazão, perda de carga, pressão e potência requerida para escoamento em dutos e suas singularidades (cotovelos, curvas, válvulas, “T”s, etc.);
- Projeto de instalações hidráulicas (água, ar, óleo, esgoto e efluentes, sucos, derivados de petróleo, gás natural, gases industriais);
- Projeto de instalações (salas limpas, sistemas de despoeiramento, chaminés, circuitos de fluidos);
- Seleção de máquinas de fluidos (bombas, turbinas, ventiladores, compressores, etc.).

A questão da eficiência energética

Sistema Cantareira

SISTEMA EQUIVALENTE

Volume útil máximo: **973,9 bilhões de litros** (973,9 hm³)



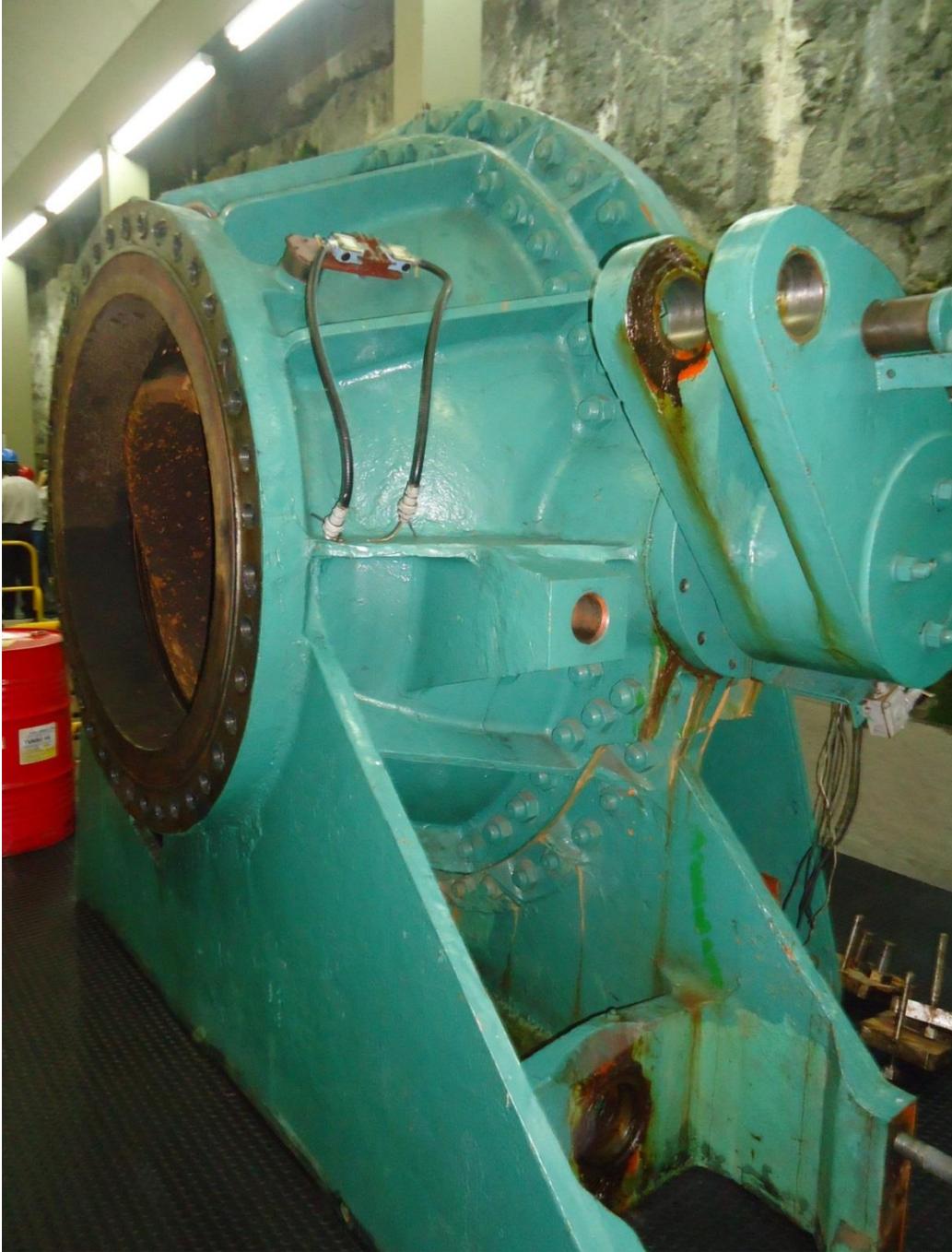
Sistema Cantareira e o volume morto sendo bombeado



Sistema Cantareira e o volume morto sendo bombeado













PNEf : setor de saneamento brasileiro pode economizar **45%**, ($\sim 1,2\%$ do consumo total de energia elétrica).

90% disso é consumido por sistemas de bombeamento de água, esgoto e ar.

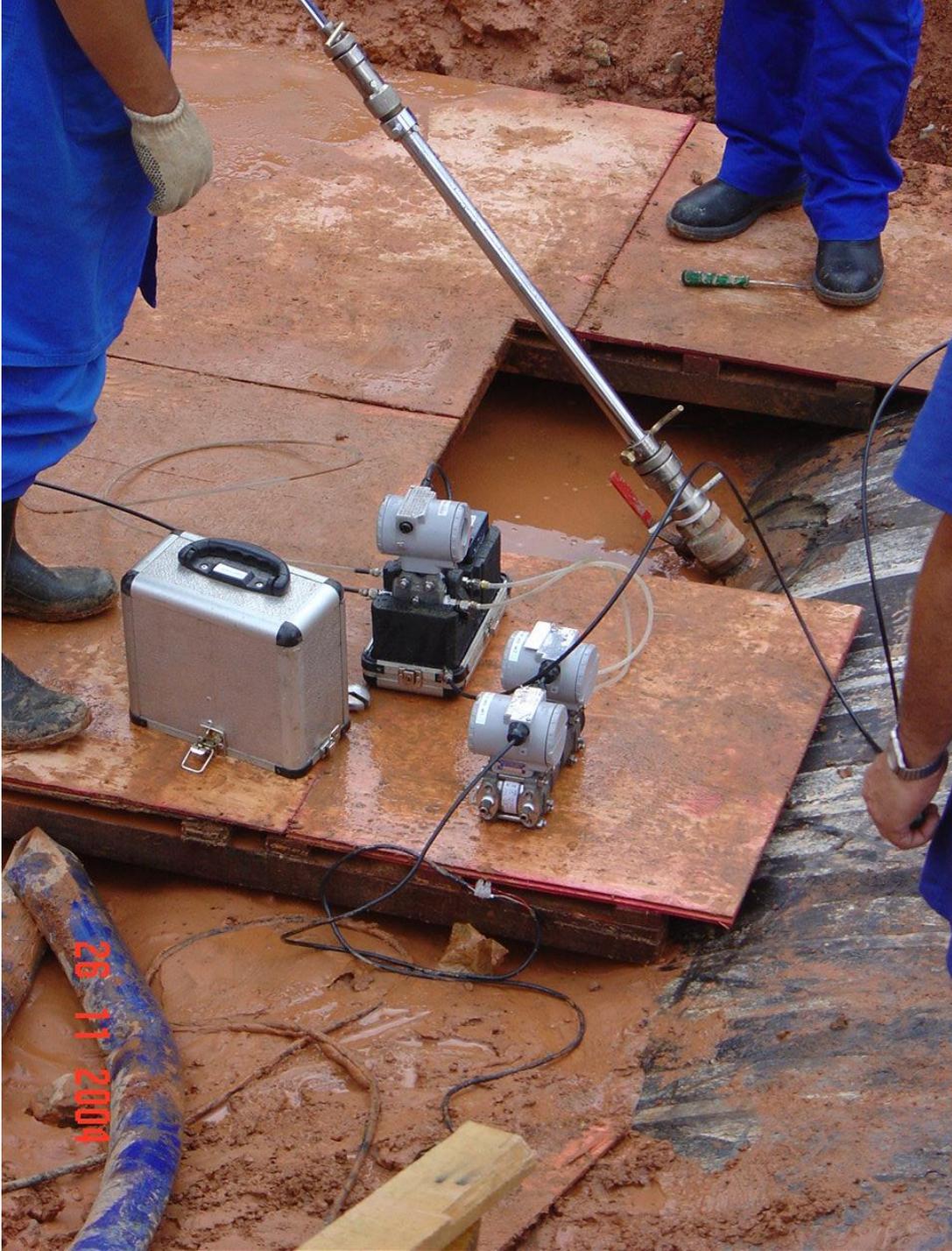


**Medidor tipo tubo Dall,
diâmetro 3.7 metros, vazão
33 m³/s. Trechos retos
menores que 10 D a
montante e 5D a jusante**





Medição com Pitot, vazão de $10 \text{ m}^3/\text{s}$

























Cálculo de condutos - Método

- **Análise dimensional;**
- **Equação da Continuidade** (Conservação da Massa na forma integral (volume de controle));
- **Equação da 1ª Lei da Termodinâmica** (também chamada **Equação da Conservação da Energia ou Equação da Energia Cinética**) na forma integral (volume de controle);
- **Equação da Quantidade de Movimento** (conservação de QDM na forma integral (volume de controle)).

Definições

Conduto, duto, tubulação, ~~cano~~

Conduto forçado: fluido inteiramente em contato com superfície interna do duto;

Conduto livre: líquido se acha parcial (em canais e dutos semi preenchidos) ou totalmente (jato livre) em contato com gás;

Raio Hidráulico $R_H = \frac{S}{\sigma} = \frac{\text{área da seção transversal}}{\text{perímetro molhado}}$

Diâmetro Hidráulico $D_H = 4 \frac{S}{\sigma} = 4R_H$

Alguns raios e diâmetros hidráulicos

Círculo (duto) com diâmetro geométrico D :

$$R_H = \frac{S}{\sigma} = \frac{\pi D^2 / 4}{\pi D} = \frac{D}{4} \rightarrow D_h = D$$

Duto com seção transversal retangular ($a \times b$):

$$R_H = \frac{ab}{2(a + b)} \rightarrow D_H = \frac{2ab}{a + b}$$

Se for quadrado, $D_H = a$

Observações:

Canais abertos: não conte a superfície livre, ***pois ela não contribui para atrito com as paredes.***

Se for canal retangular com largura “a” e nível do líquido “b”:

$$D_H = 4 \frac{ab}{a + 2b}$$

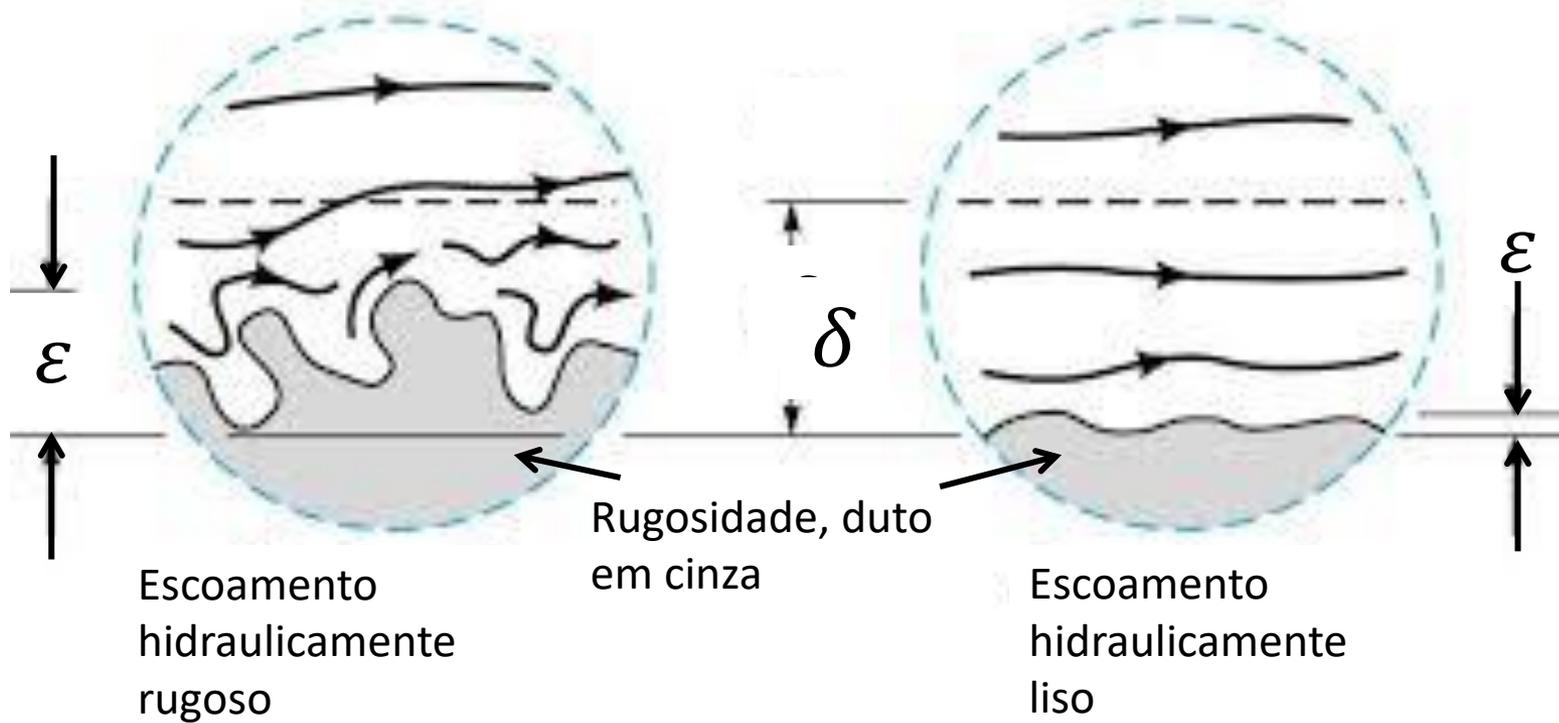
Se a=0,15m e b=0,5m, então:

$$D_H = 4 * \frac{0,15 * 0,5}{0,5 + 2 * 0,15} = 0,375m \longleftrightarrow \text{duto circular } d = 0,375$$

Ex: Prova  e túnel eletropaulo.

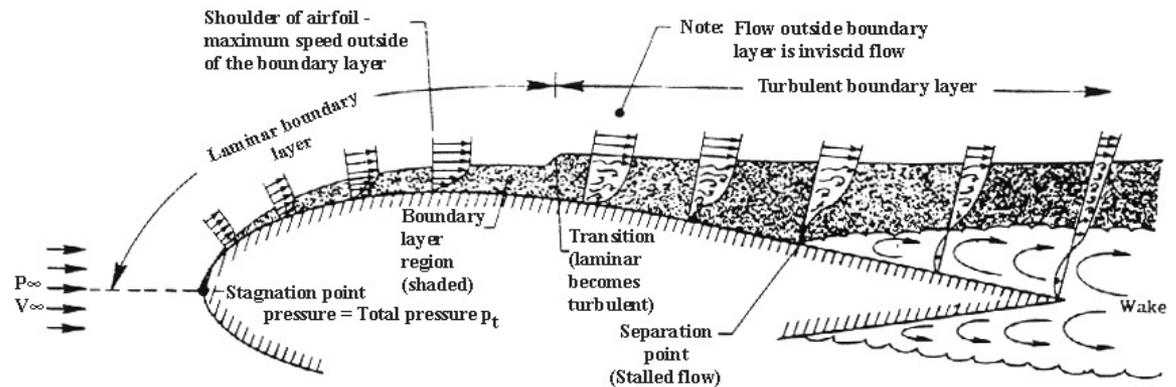
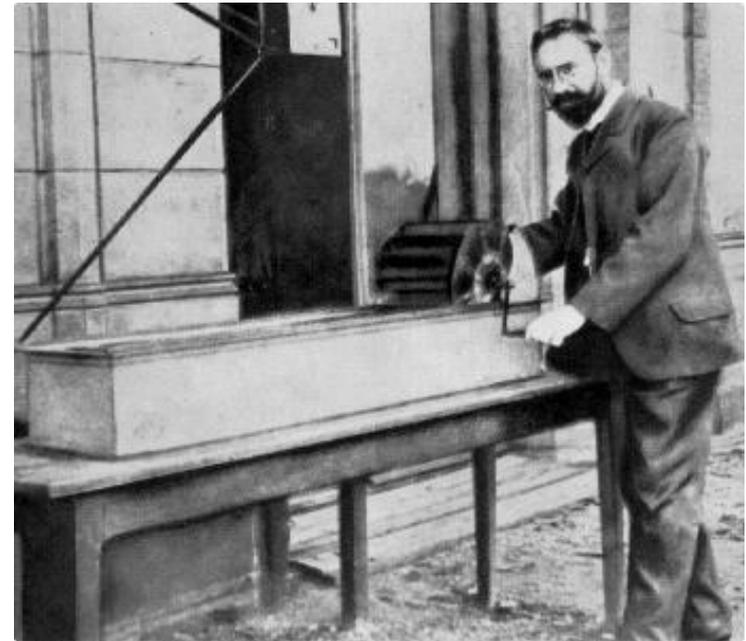
ε rugosidade equivalente

δ espessura da camada limite

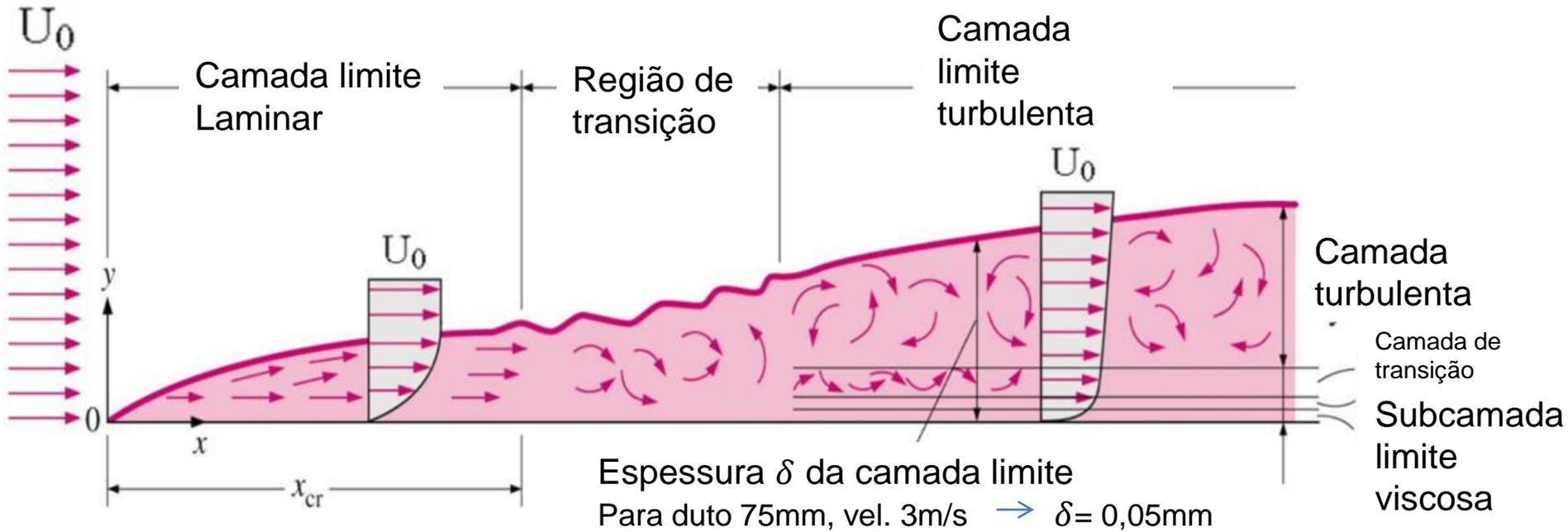


Ludwig Prandtl

Idealizador da “Teoria da Camada Limite” e mentor de von Kármán, Blasius, Nikuradse, Schlichting, von Braun e outros



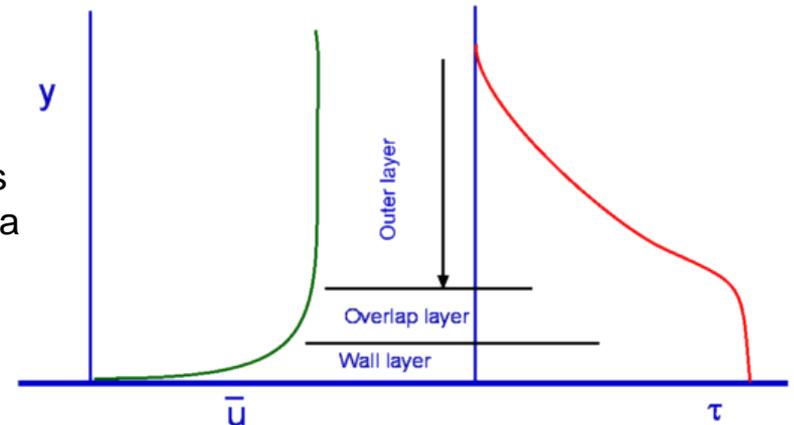
Formação da Camada Limite

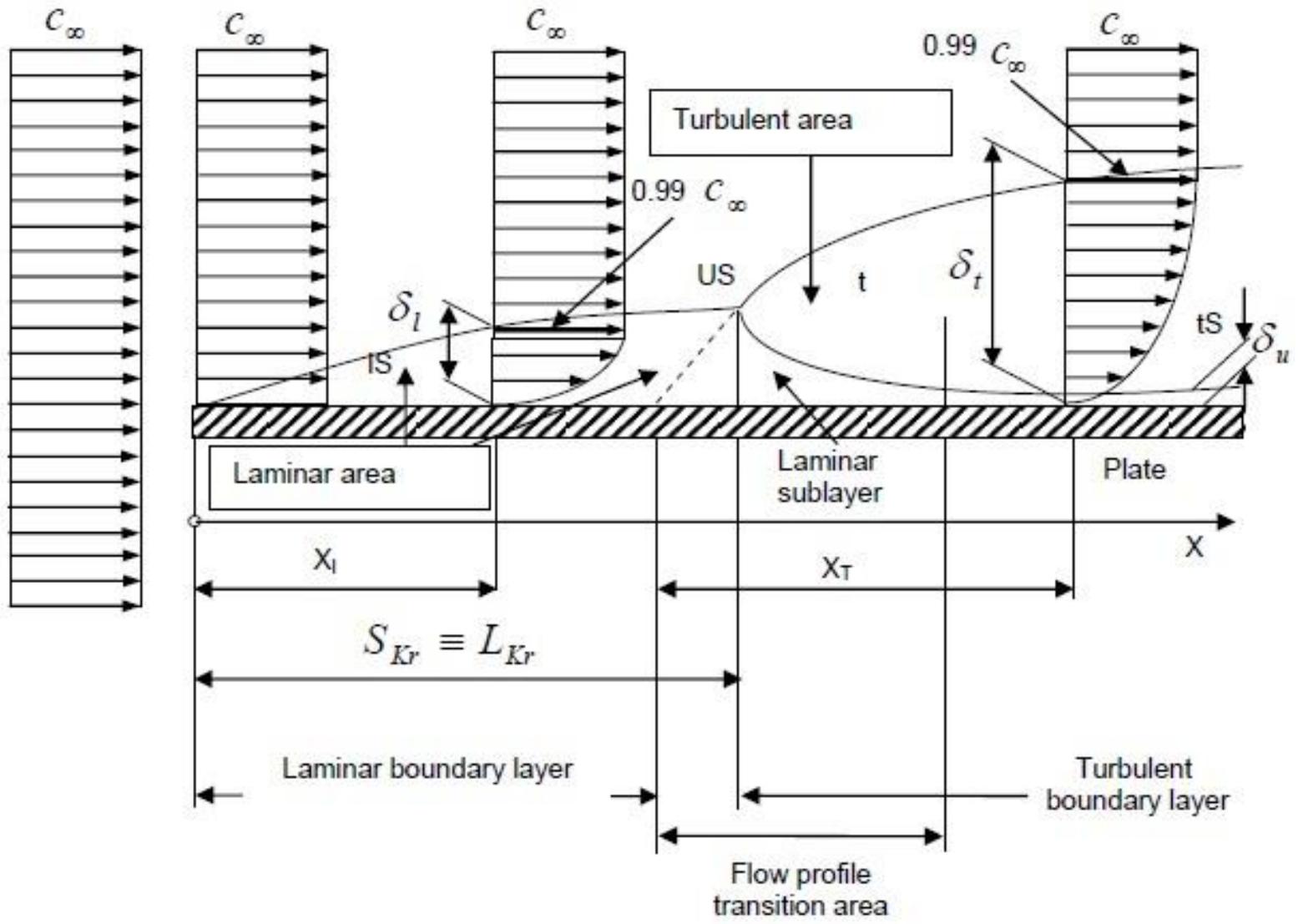


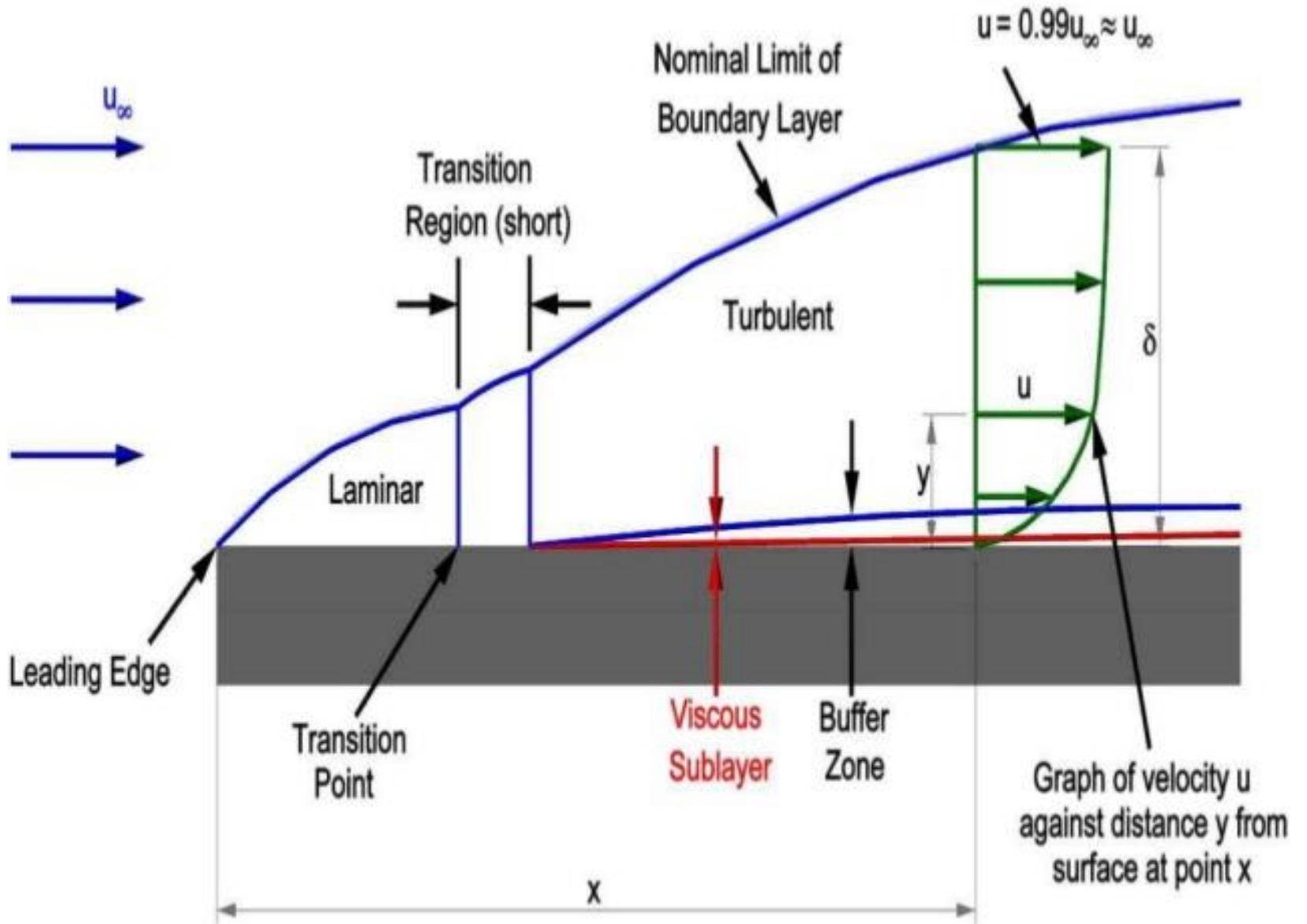
δ é definida onde $U = 0,99U_0$

Subcamada limite viscosa- escoamento dominado por força de atrito viscosa.

Camada de transição(overlapping) – tensões viscosas laminares e turbulentas. O perfil de velocidades é dado pela lei logarítmica

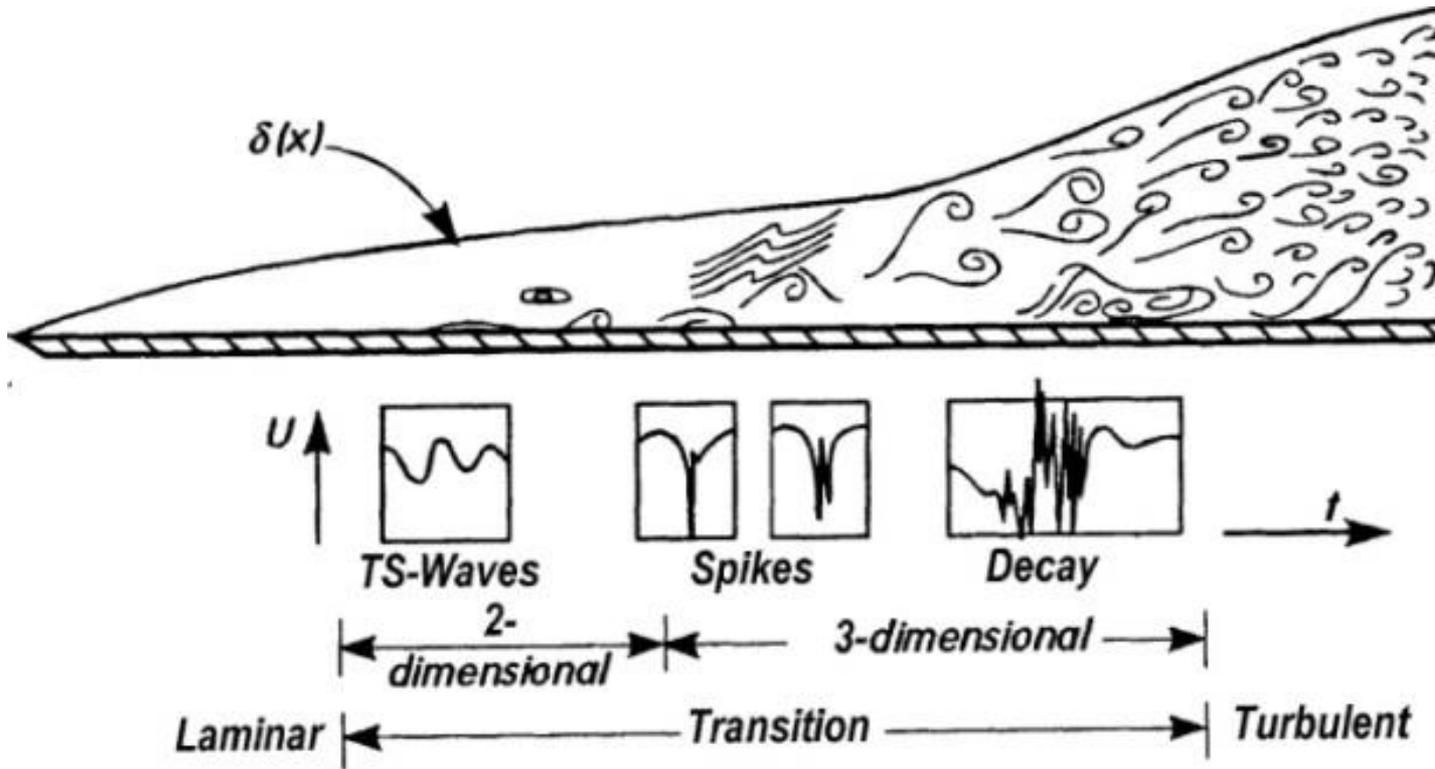






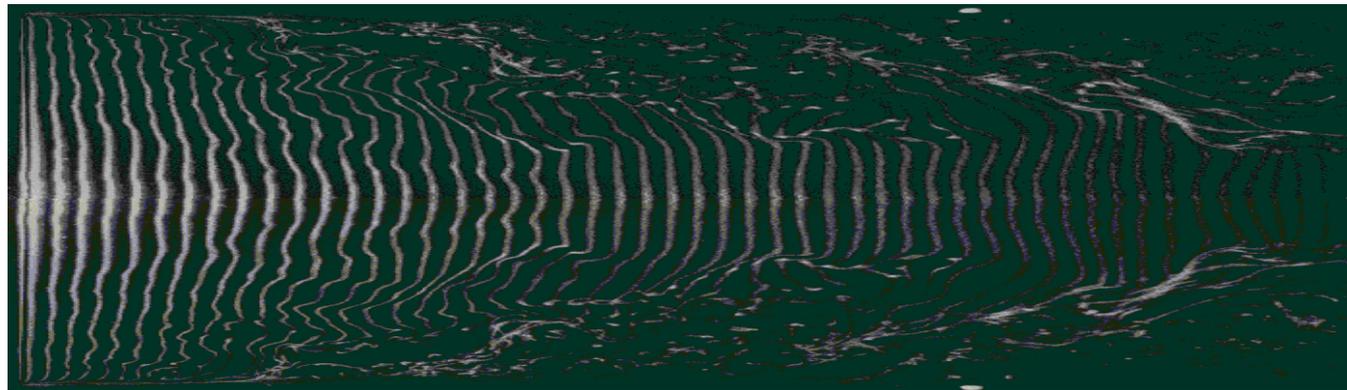
Escoamento laminar, regime estacionário,
incompressível, propr. constantes, dissipação
viscosa desprezível

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{\mu l}{\rho U}} \text{ (Blasius)}$$



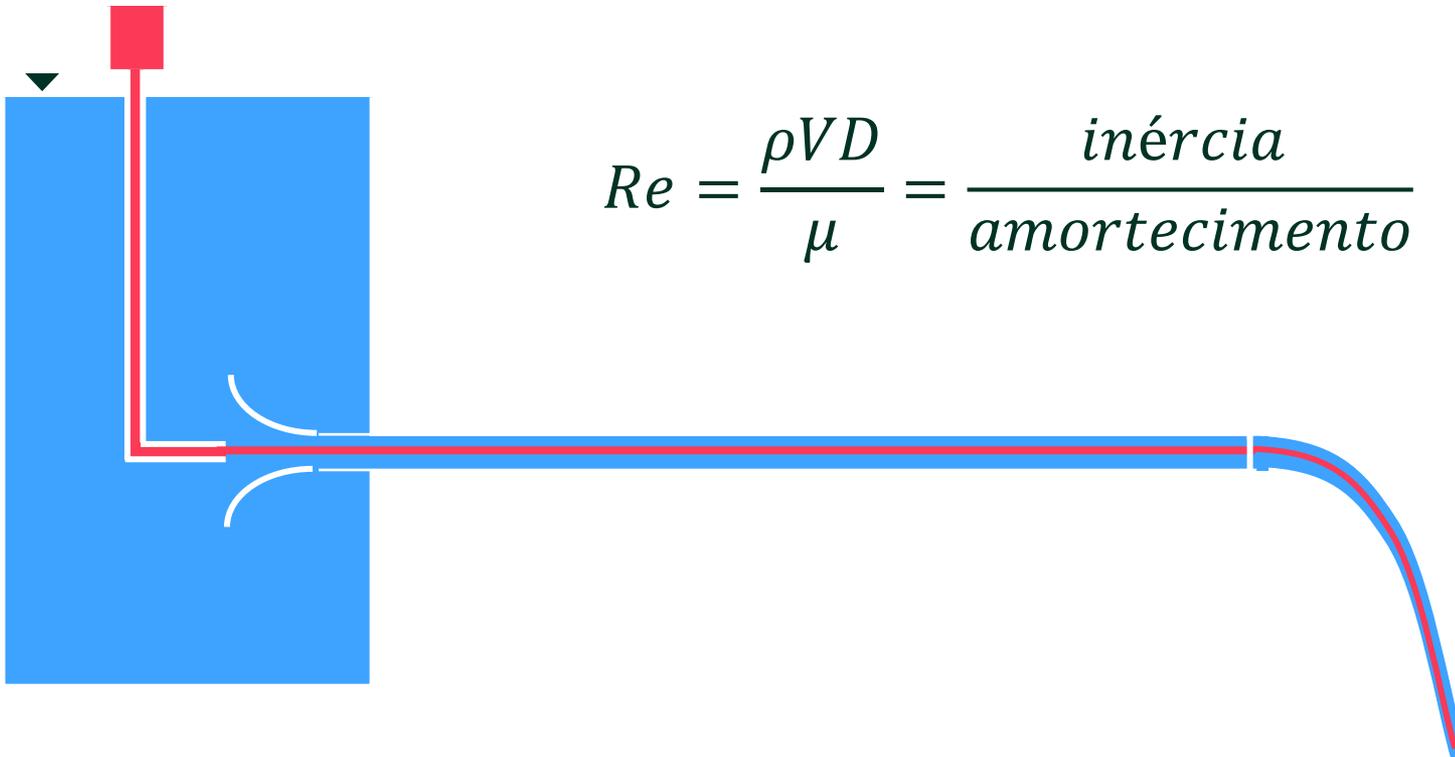
Crescimento da Camada limite: comprimento de transição

Entrada
do duto

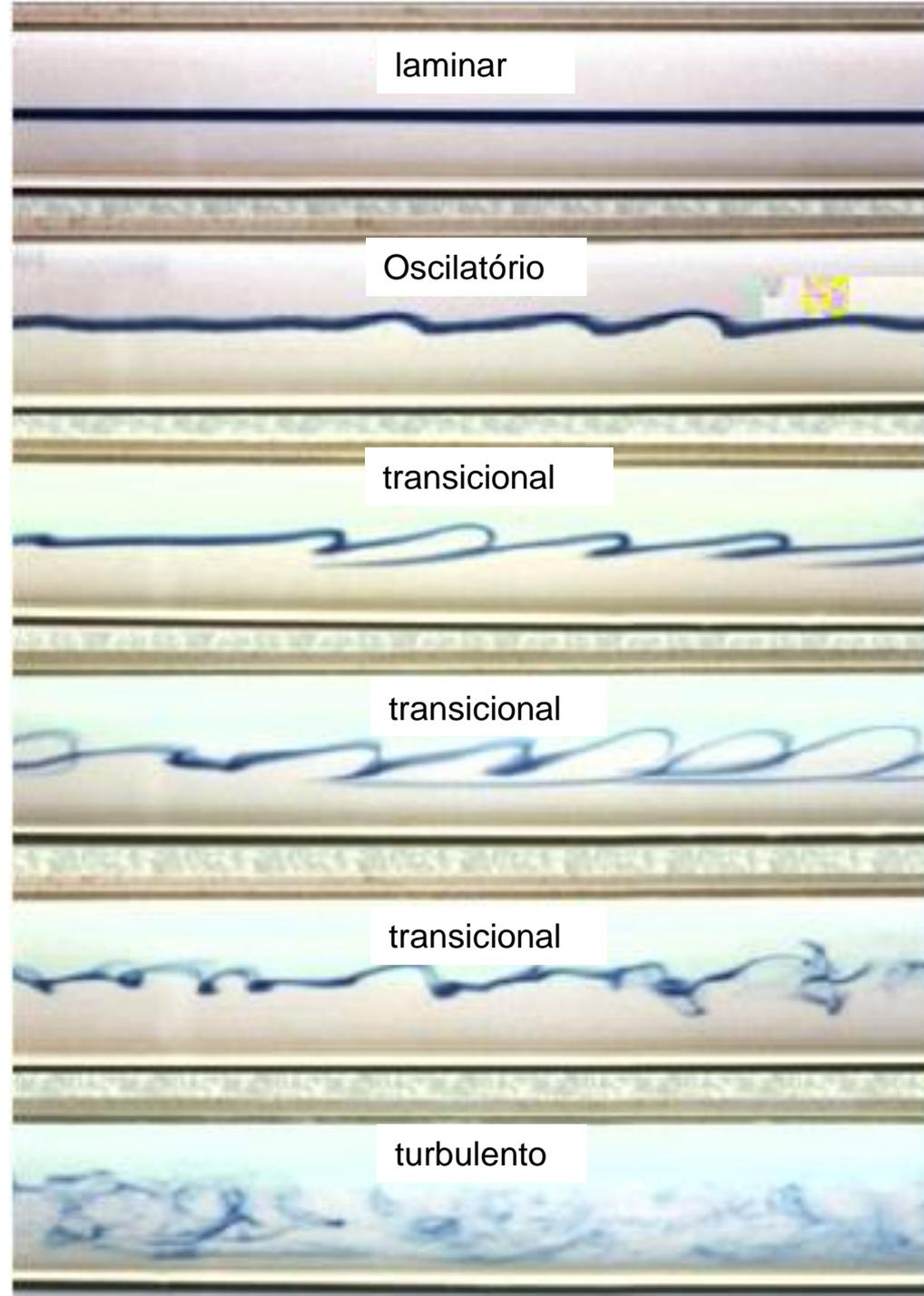


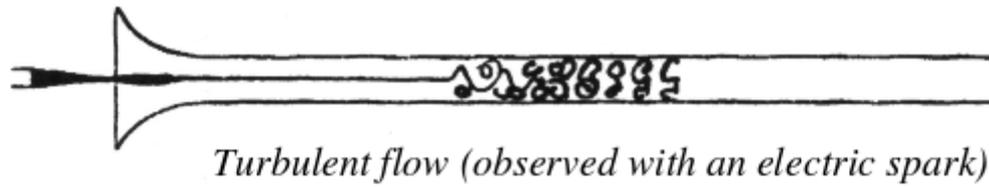
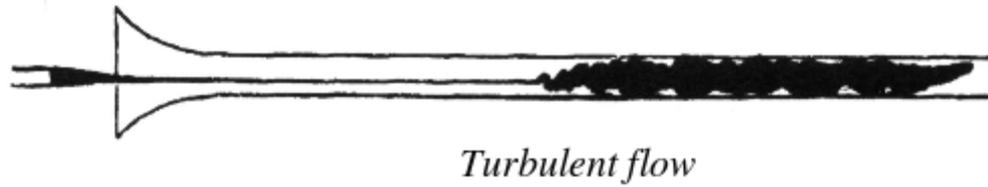
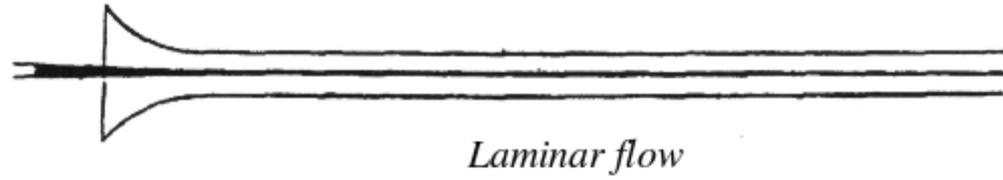
Experiência de Reynolds

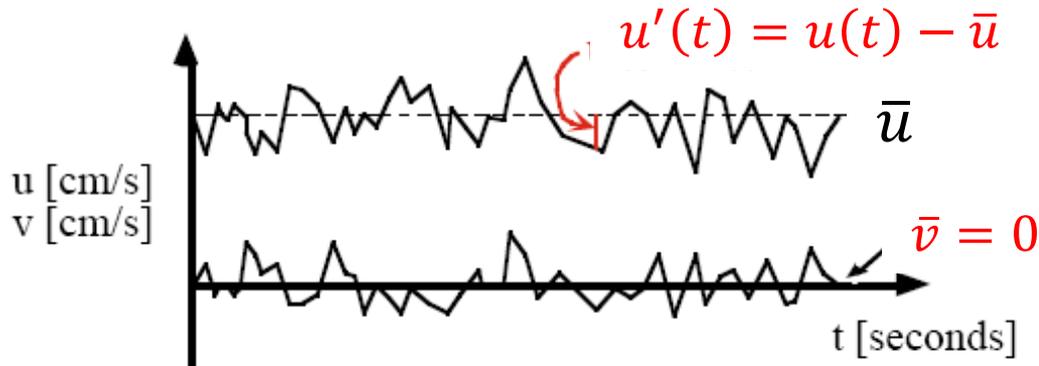
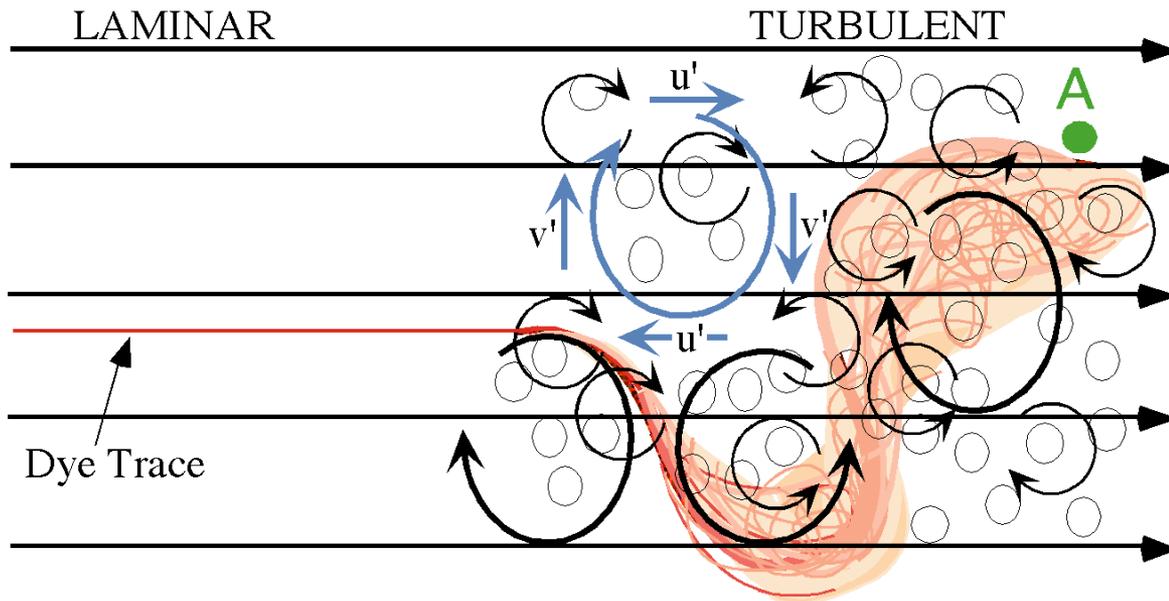
Forma do filete de tinta



Experimento de Reynolds – escoamentos laminar, na transição e turbulento







No ponto A:

$$u(t) = \bar{u} + u'(t)$$

$$v(t) = \bar{v} + v'(t)$$

= média + flutuação turbulenta

Osborne Reynolds, 1883

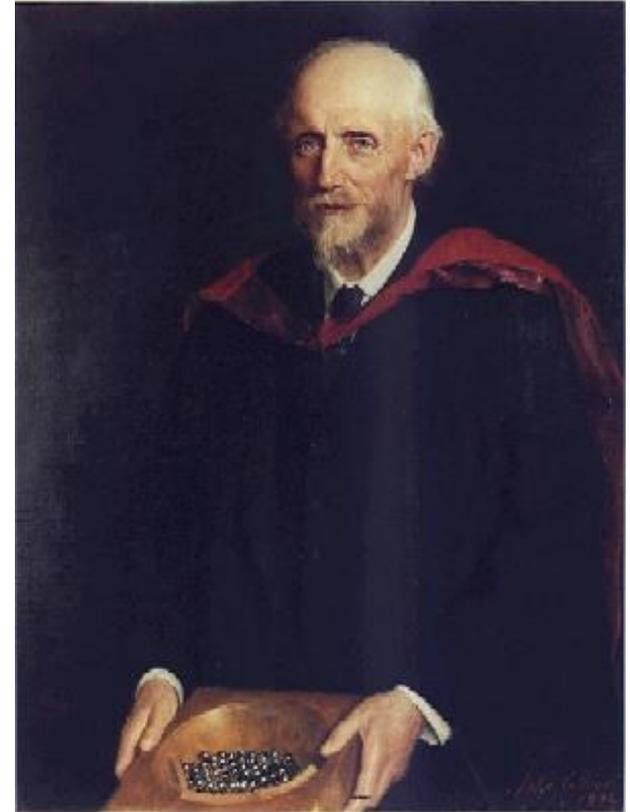
$$\mathbf{Re} = \frac{VD}{\nu}$$

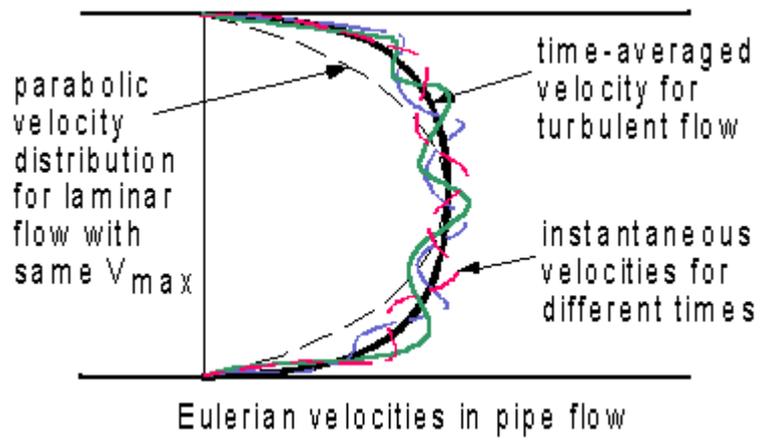
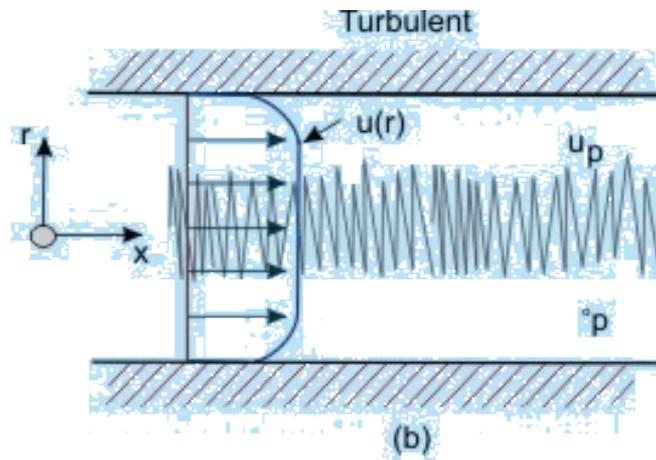
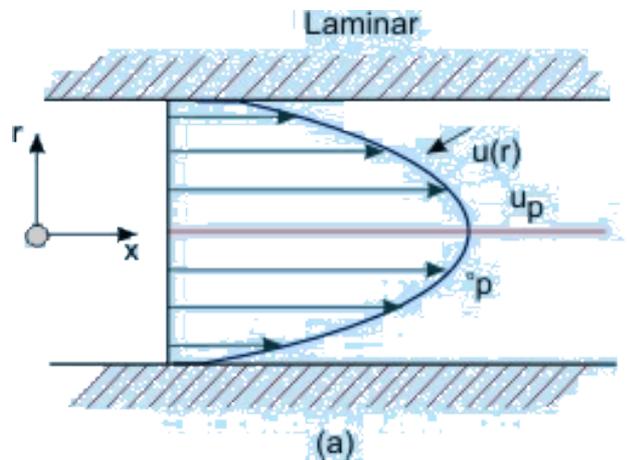
Laminar < 2,000

2,000 > Transição > 4,000

Turbulento > 4,000

$$f = \frac{64}{\mathbf{Re}} \quad \textit{Escoamento laminar}$$





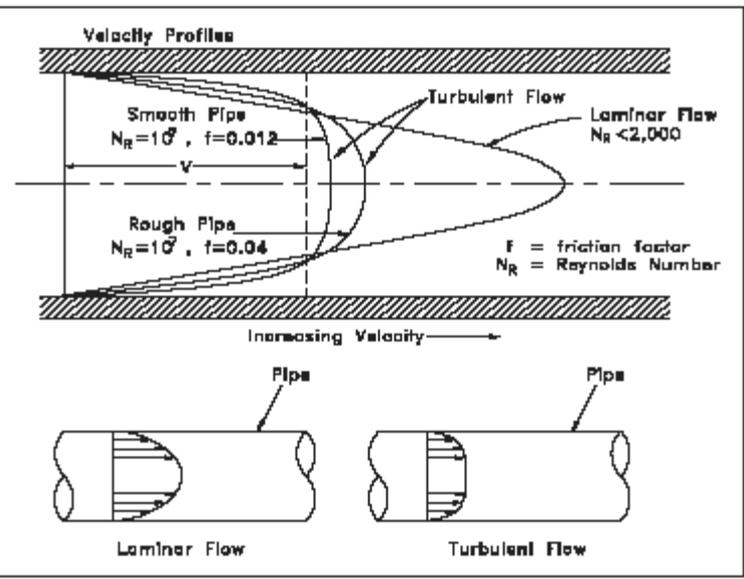
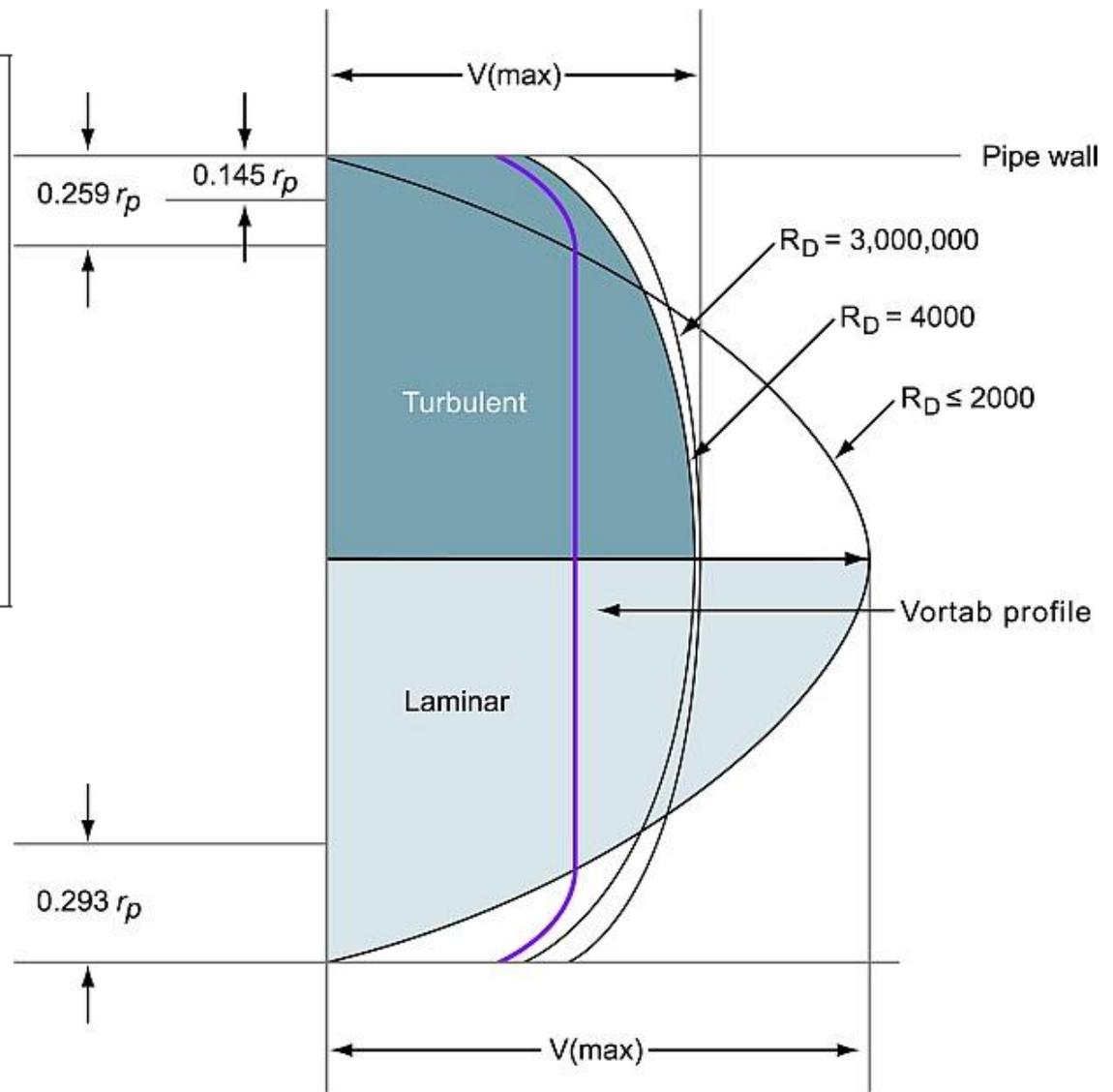
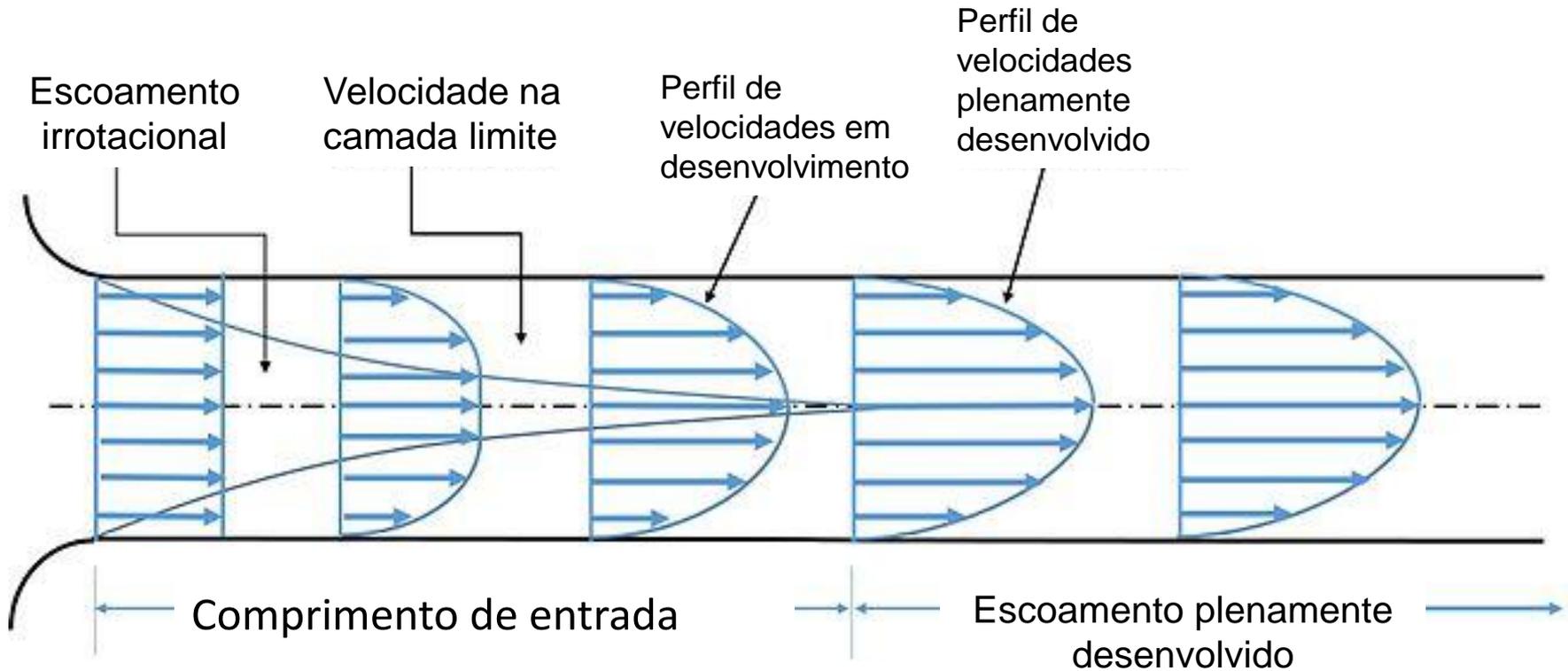


Figure 5 Laminar and Turbulent Flow Velocity Profiles



Escoamento Laminar, $Re < 2300$



O perfil forma uma parábola $V = V_{max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$

$$V_{max} = 2V_{\infty} \quad \alpha = 2 \quad \beta = 4/3$$

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta P}{128 \mu L} \quad \text{Equação de Poiseuille, escoamento laminar}$$

Classificação dos regimes de escoamento em função do número de Reynolds:

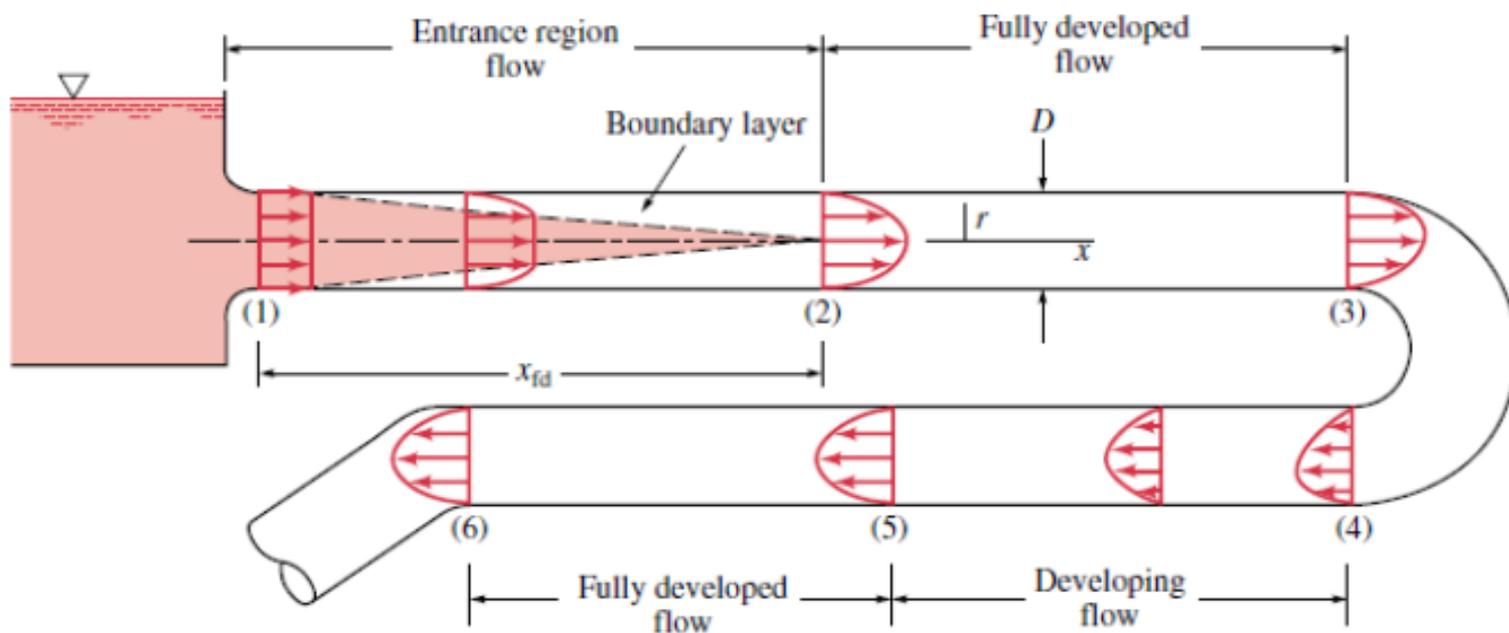
Escoamento **laminar**: $Re < 2100$;

Escoamento de **transição**: $2100 < Re < 4000$;

Escoamento **turbulento**: $Re > 4000$;

Na prática adota-se escoamento turbulento para $Re > 2100$.

Comprimento de entrada é a distância necessária para que $V(x; r)$ deixe de ser função de x e passe a ser apenas função de r , como $V(r)$.



$$x_{fd} = 0,06 \cdot D \cdot Re \text{ (escoamento laminar)}$$

$$x_{fd} = 4,4 \cdot D \cdot Re^{1/6} \text{ (escoamento turbulento)}$$

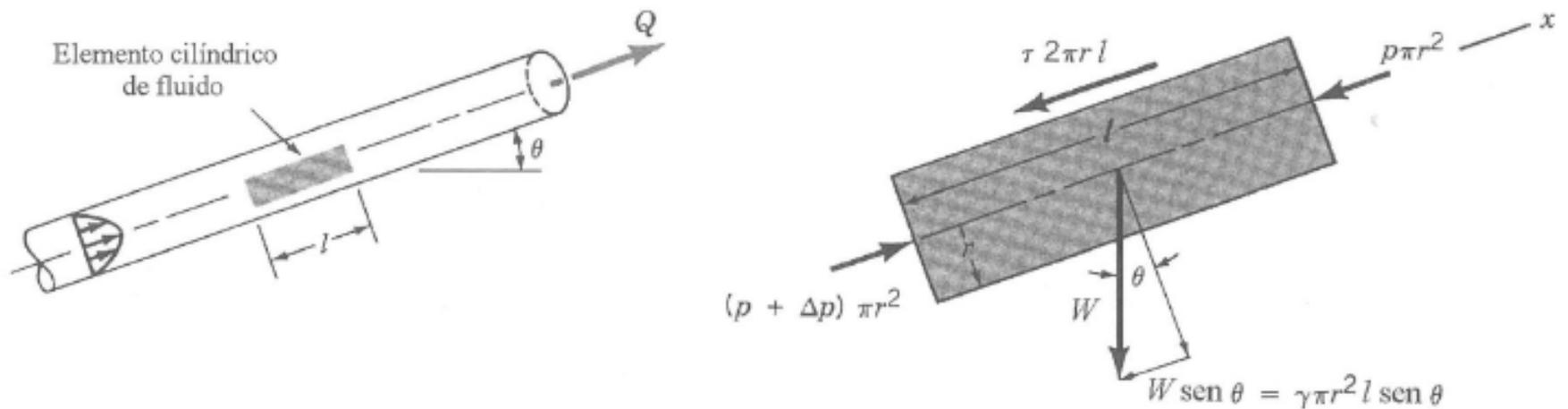
Escoamento Laminar, $Re < 2300$

Para duto horizontal:

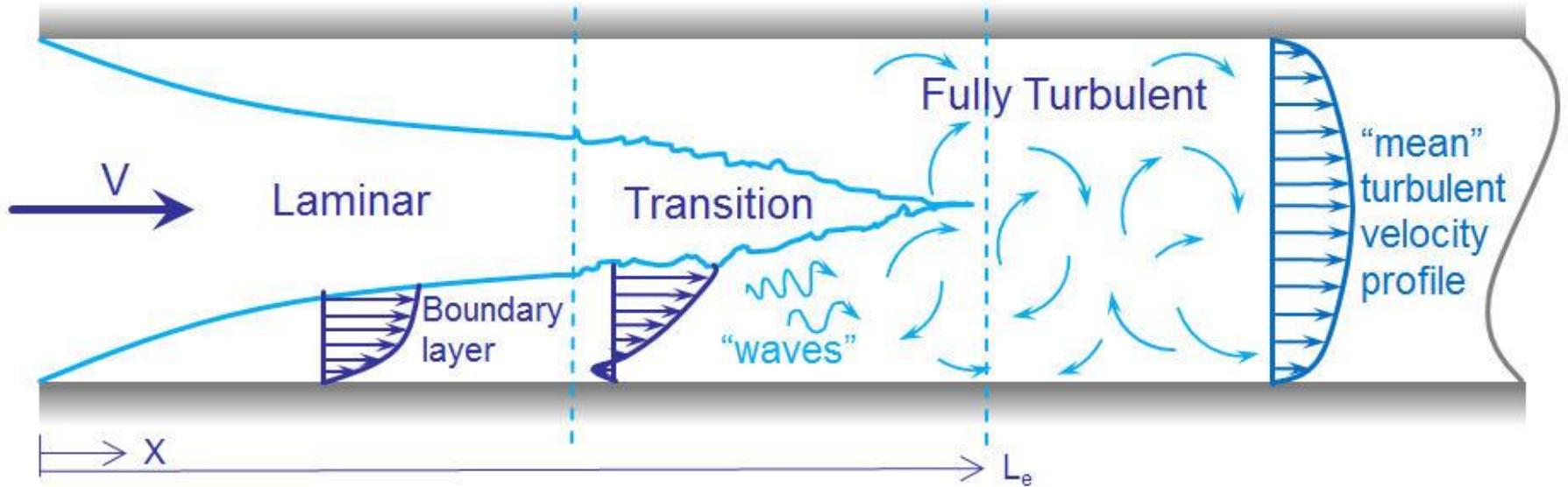
$$\Delta P = \frac{8\mu LV}{R^2} = \frac{32\mu LV}{D^2}$$

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta P}{128\mu L} \quad \text{Equação de Poiseuille}$$

Caso o tubo seja inclinado (ver figura) o ajuste a ser feito é bastante simples: onde há Δp_L , substitui-se por $\Delta p_L - \gamma.L.\text{sen}\theta$, sendo $\theta > 0$ para escoamento ascendente ou $\theta < 0$ para escoamento descendente. Outro modo é usar o termo $\Delta p_L - \gamma.L.\text{sen}\theta$ mas usar o ângulo θ medido a partir da direção Ox positiva no sentido anti-horário. Neste segundo caso não há necessidade de se preocupar com o sinal de θ .



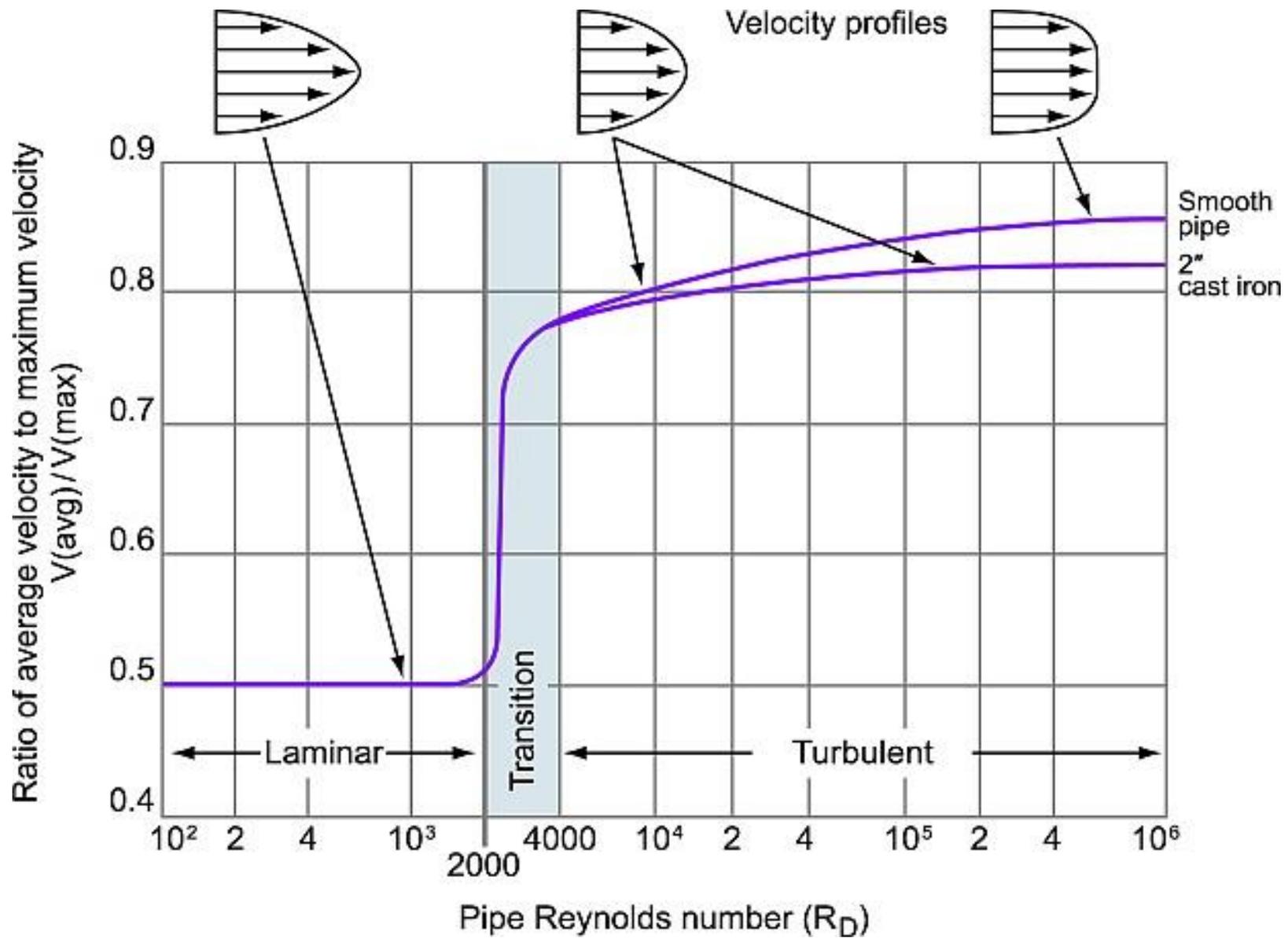
Escoamento turbulento em dutos



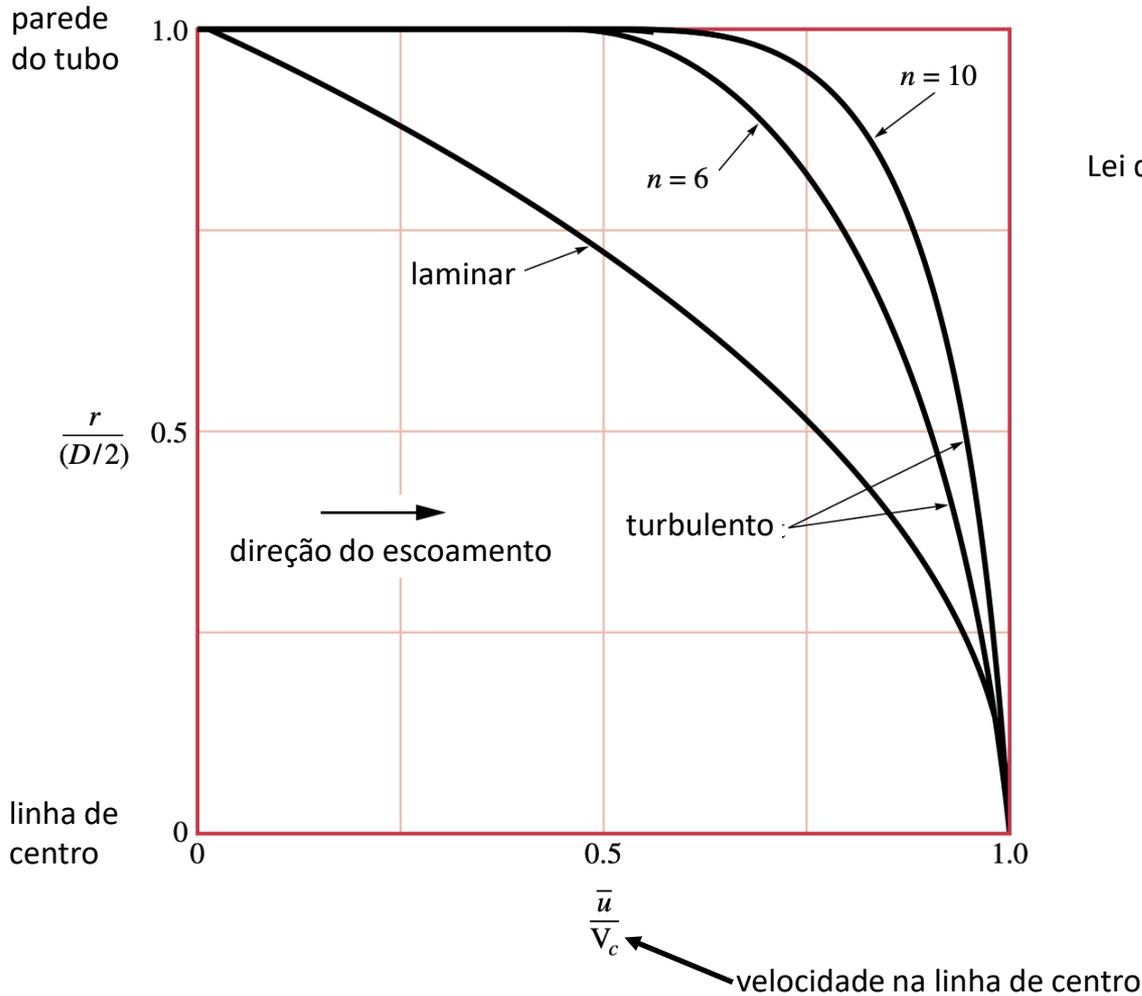
Observar o comprimento de entrada L_e e o fluxo reverso na parede

$$V = V_{max} \left(\frac{R - r}{R} \right)^{\frac{1}{n}} \quad n \text{ aumenta com } Re \text{ e para } Re < 10^5, n = 7$$

$$\alpha = 1 \quad \beta = 1$$



Perfil de velocidades no escoamento plenamente desenvolvido



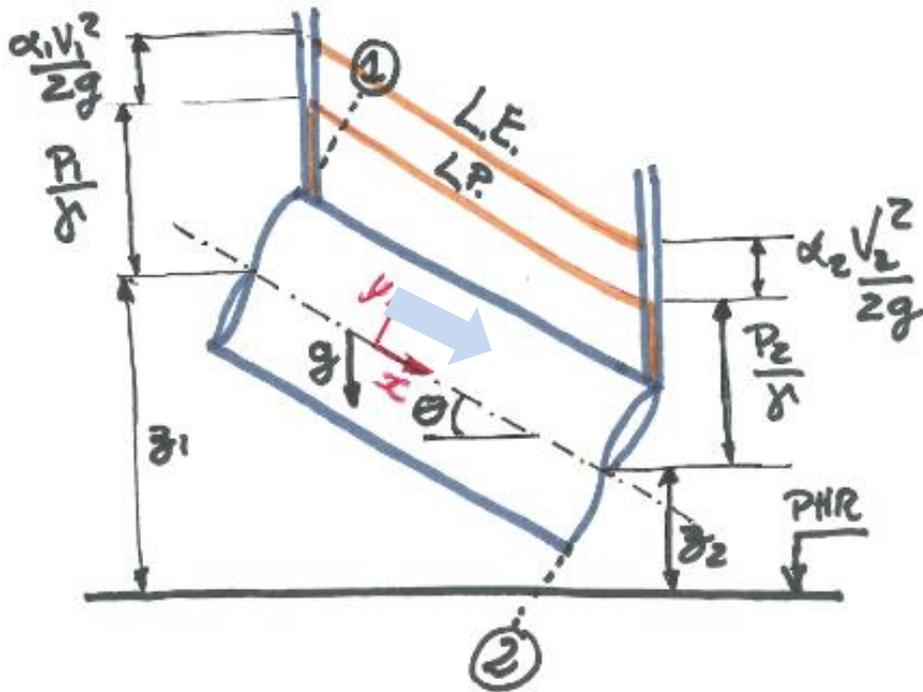
Lei de potência

$$\frac{\bar{u}}{u_{\max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}$$

$n = 7$ (bastante usado)

Significado físico da viscosidade

- Viscosidade é uma manifestação macroscópica de interações intermoleculares e sempre leva à dissipação viscosa.
- Todos os fenômenos envolvendo viscosidade são irreversíveis.



Escoamento de 1 para 2

Escoamento em conduto circular

- Regime permanente
- Fluido incompressível
- Escoamento isotérmico
- Escoamento dinamicamente estabelecido
- Propriedades uniformes em 1 e 2
- $w_m = 0$
- $w_{cisalhamento} = 0$, pois embora τ_p exista, a velocidade é nula na parede

1) Equação da Continuidade

A vazão mássica é dada por $\dot{m} = \rho_1 V_1 s_1 = \rho_2 V_2 s_2$

E, como o duto tem seção transversal constante e o fluido é incompressível em regime permanente:

$$V_1 = V_2$$

2) 1ª lei da Termo (ou Equação da Energia, ou Equação da Energia Cinética para regime permanente

Define-se carga em uma seção i como $H_i = \left(\frac{\alpha_i V_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\gamma} + z_i \right)$

$$H_1 - H_2 = \left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{\dot{w}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{w}_m}{\gamma Q}$$

E, como $w_m = 0$, $\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$, e chamando $\frac{w_a}{\gamma Q} = h_f$ de perda de carga distribuída no trecho de tubo, teremos:

$$h_f = \left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right)$$

h_f = perda de carga entre seções 1 e 2 do trecho considerado.

3) Equação da Quantidade de Movimento (regime permanente)

$$\sum F_{ext} = \frac{\partial}{\partial t} \int \rho V dv + \sum \dot{m}_e V_e - \sum \dot{m}_s V_s$$

Do diagrama de corpo livre das forças externas no trecho:

$$(P_1 - P_2)\pi R^2 + \rho g \text{ sen } \theta \cdot \pi R^2 (x_2 - x_1) - \tau_{par} \cdot 2\pi R (x_2 - x_1) \\ = \dot{m}(V_1 - V_2) = 0$$

Com $(z_1 - z_2) = (x_2 - x_1) \text{ sen } \theta$ e \div tudo por $\gamma\pi R^2$ resulta:

$$\frac{(P_1 - P_2)}{\gamma} + (z_1 - z_2) = \frac{\tau_{par} \cdot \Delta x}{\gamma R}$$

$$h_f = \left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{\tau_{par} \cdot \Delta x}{\gamma R}$$

Por outro lado, sabe-se que $\tau_{par} = f(\rho, V, \mu, d, \varepsilon)$

e, com a A.D.: $\frac{\tau_{par}}{\rho V^2} = f = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{d}\right)$

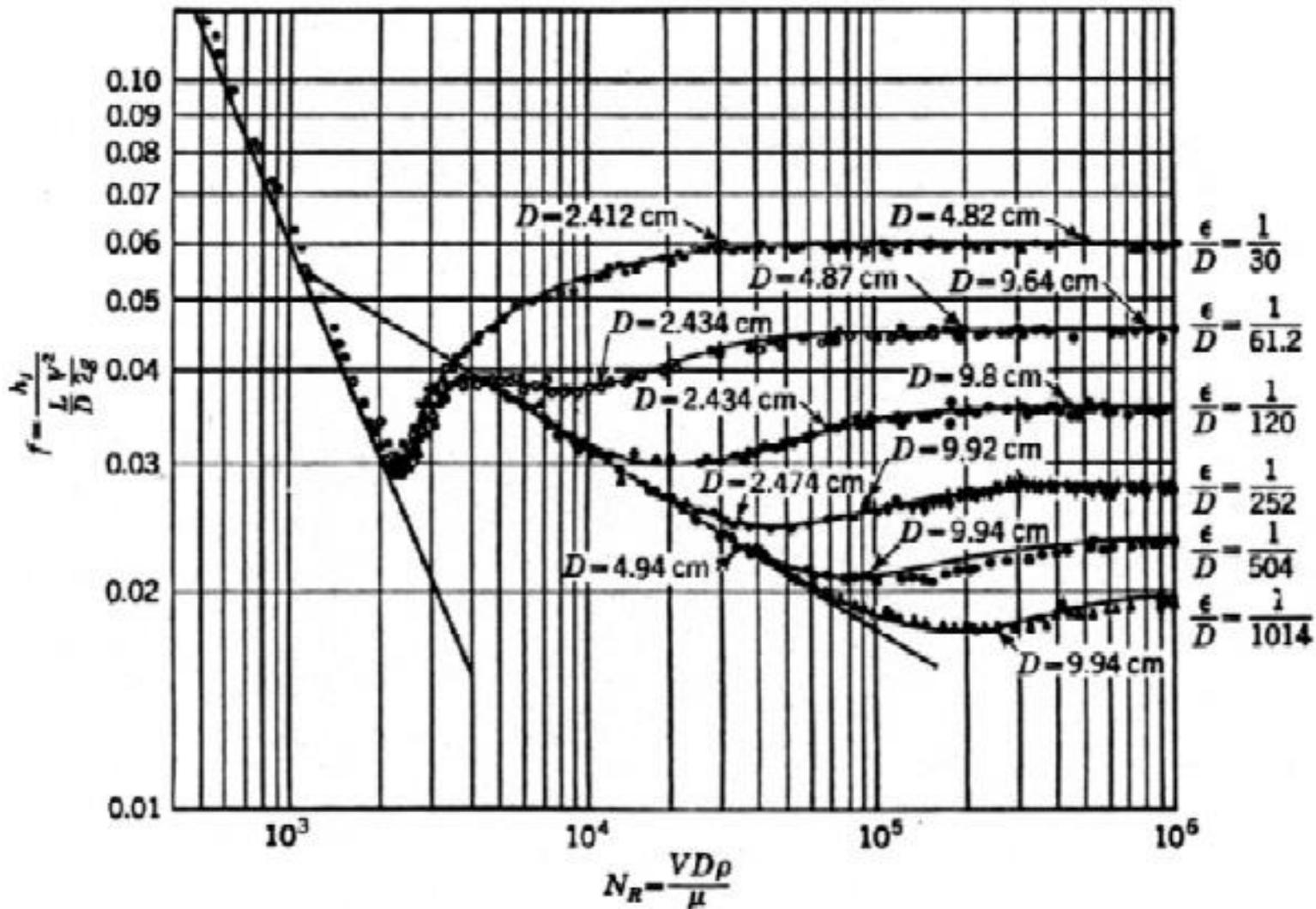
Onde f é o fator de atrito ou coeficiente de perda de carga distribuída. Combinando as duas equações anteriores, resulta a equação de Darcy-Weisbach (1857±):

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g}$$

O problema é a determinação do valor de f .

Johann Nikuradse, 1933

Rugosidade artificial com areia colada aos dutos



Material do Duto	Rugosidade Absoluta mm
Aço carbono sem revestimento e limpo	0,03 a 0,05
PVC	0,01 a 0,05
Alumínio	0,04 a 0,06
Aço Galvanizado, com costura longitudinal e espaçamento de juntas de 1,2 m	0,05 a 0,10
Aço Galvanizado, construído por rolamento, com costura em espiral e juntas a 3m	0,06 a 0,12
Aço Galvanizado, com costura em espiral, com 1, 2 ou 3 nervuras, e juntas a 3,6 m	0,09 a 0,12
Aço Galvanizado, com costura longitudinal, e juntas a 760mm	0,15
Duto rígido de fibra de vidro	0,9
Duto revestido internamente com fibra de vidro	1,5
Duto metálico flexível totalmente estendido	1,2 a 2,1
Duto flexível de tecido e fios, totalmente estendido	1,0 a 4,6
Concreto	1,3 a 3,0

Material	Rugosidade equivalente (mm)
Aço, revestimento asfalto quente	0,3 a 0,9
Aço, revestimento esmalte centrifugado	0,01 a 0,06
Aço enferrujado ligeiramente	0,15 a 0,3
Aço enferrujado	0,4 a 0,6
Aço muito enferrujado	0,9 a 2,4
Ferro galvanizado novo, com costura	0,15 a 0,2
Ferro galvanizado novo, sem costura	0,06 a 0,15
Ferro fundido revest. asfalto	0,12 a 0,20
Ferro fundido com crostas	1,5 a 3,0
PVC e Cobre	0,015
Cimento-amianto, novo	0,05 a 0,10

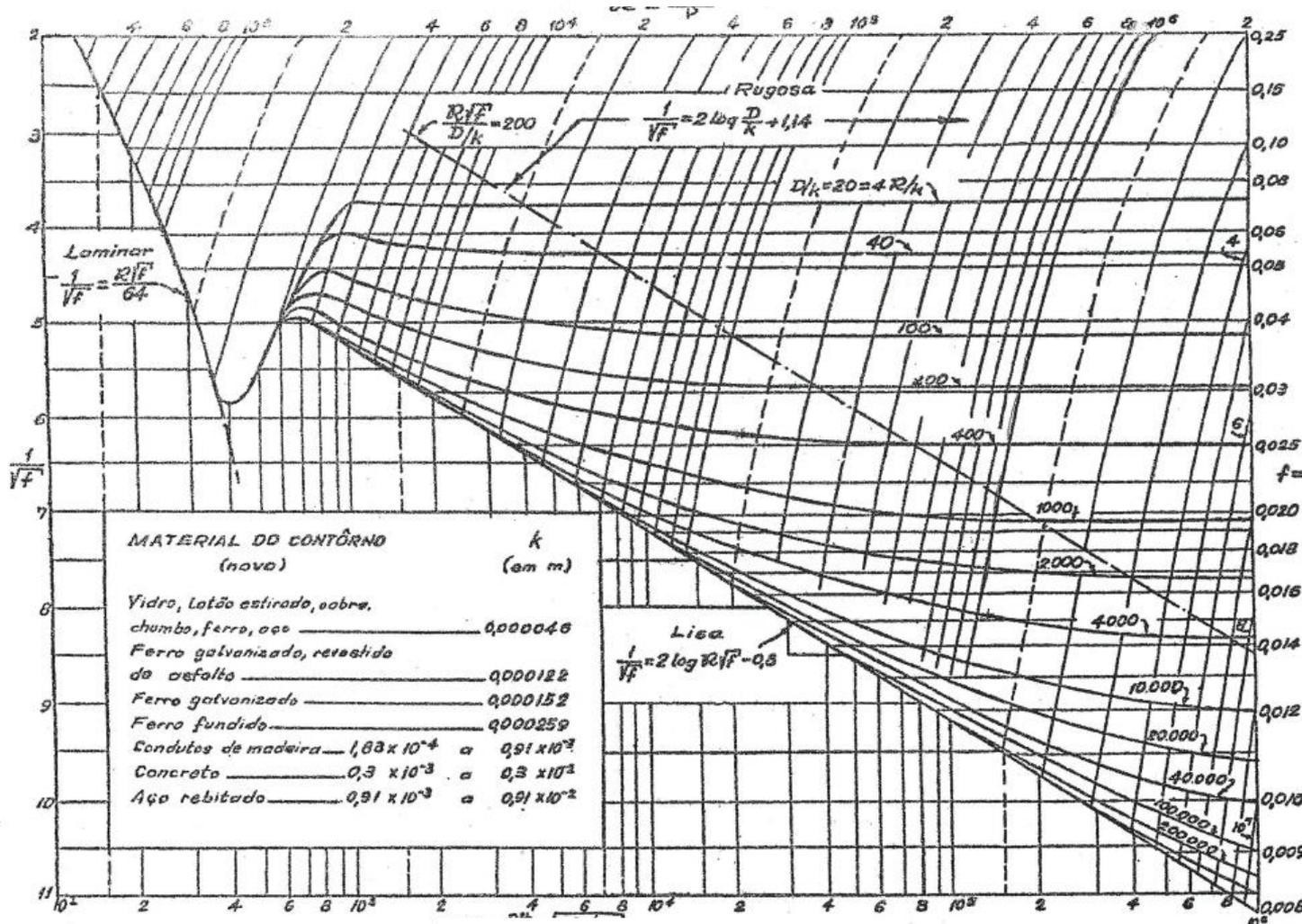
C. F. Colebrook, 1939

Colebrook e White publicaram diversos artigos sobre atrito em dutos. O último continha, para tubos comerciais, na zona de transição:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{\mathbf{Re} \sqrt{f}} \right)$$

Hunter Rouse, 1942

$$R = \frac{VD}{v}$$



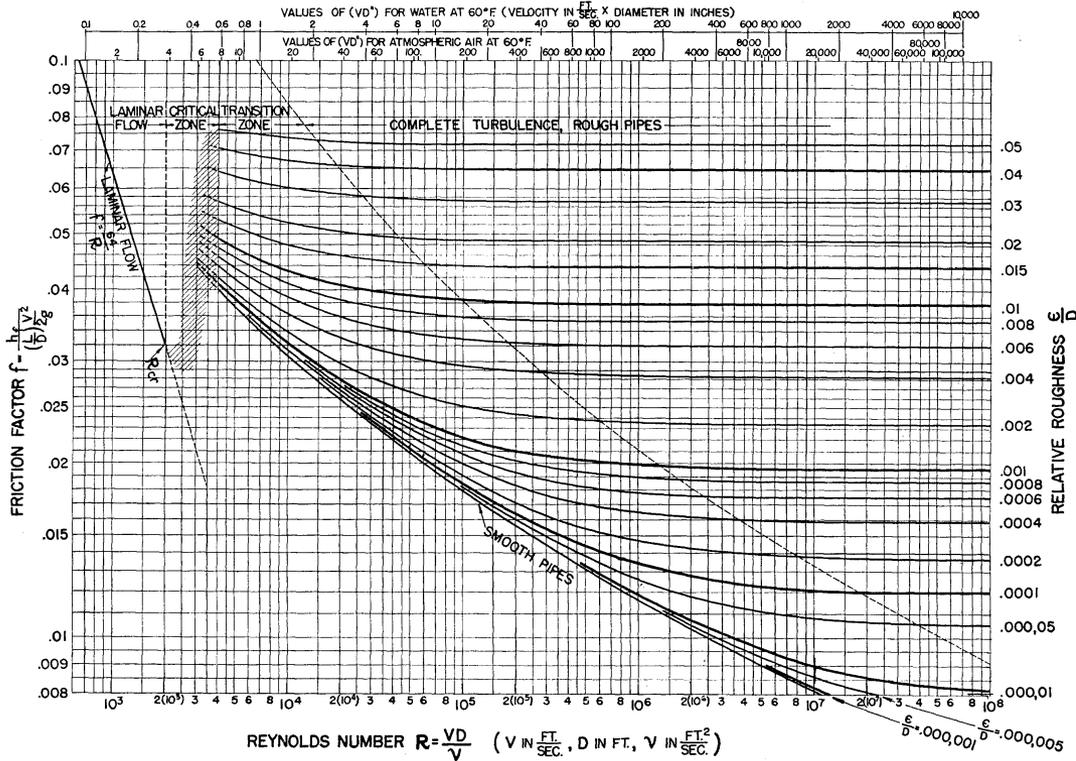
$$f = \frac{Dh_f/L}{V^3/2g}$$

$$R\sqrt{f} = \frac{D^{3/2}}{v} \sqrt{\frac{2gh_f}{L}}$$

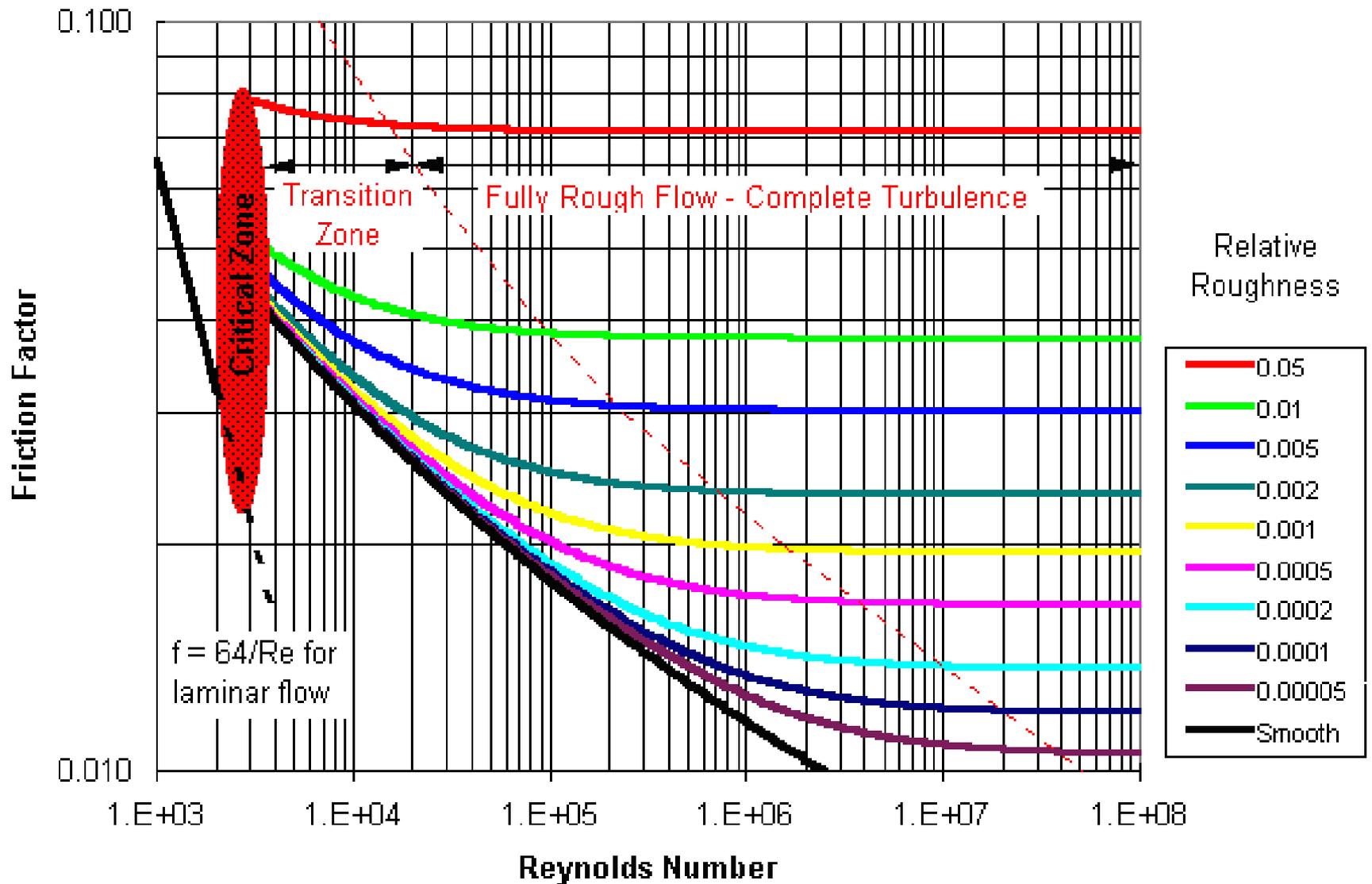
Lewis Moody, 1944

“forma conveniente”

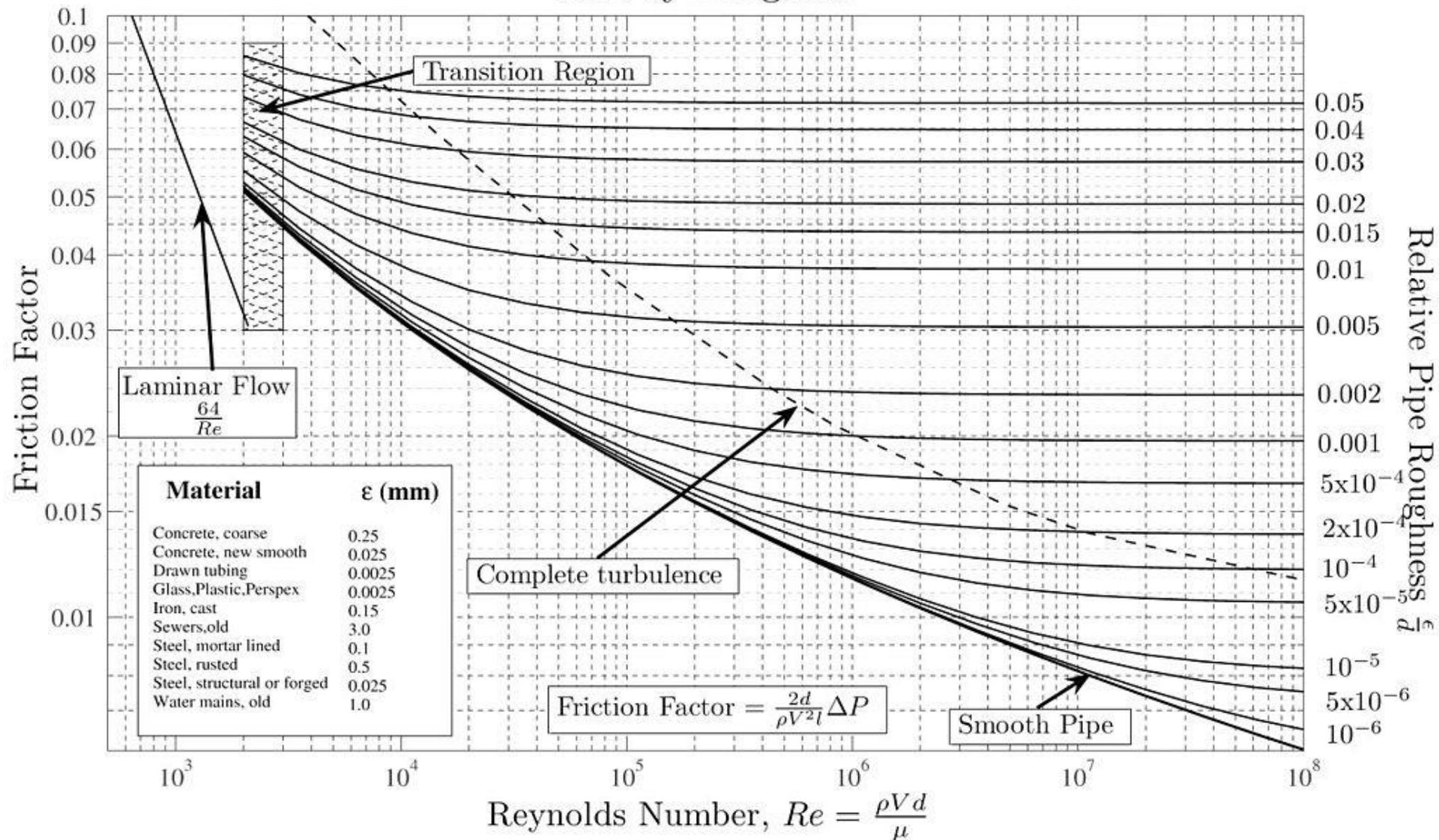
oportunistista



Moody Diagram (Plot of Colebrook's Correlation)



Moody Diagram



Resumo

- 1) Equação da Continuidade fluido incompressível, regime permanente, em um duto:

A vazão mássica é dada por $\dot{m} = \rho_1 V_1 s_1 = \rho_2 V_2 s_2$

- 2) Equação da Energia Cinética, mesmas condições:

$$H_1 - H_2 = \left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{W_a}{\gamma Q} - \frac{W_m}{\gamma Q}$$

- 3) Equação da Quantidade de Movimento mesmas condições:

$$\sum F_{ext} = \sum \dot{m}_e V_e - \sum \dot{m}_s V_s$$

Resumo cont.

4) Equação de Darcy-Weisbach

$$h_f = f \frac{l V^2}{D 2g}$$

5) Equação de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{\mathbf{Re} \sqrt{f}} \right)$$

6) Diagramas de Moody e de Rouse