

# Eletromagnetismo

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Aula de 24 de maio  
Eletrostática

# Resumo semana de 17 de maio

## O melhor de Calvin Bill Watterson

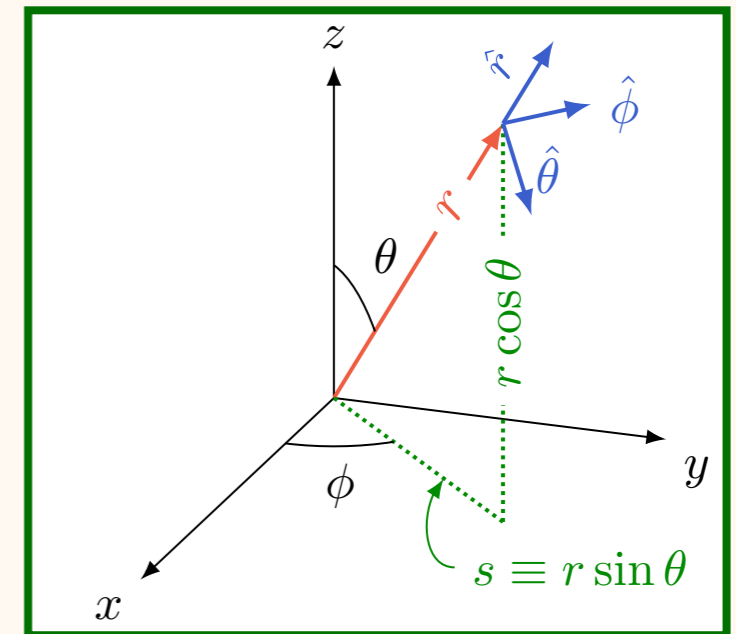


GRUPOS SORTEADOS PARA ENTREGAR O RESUMO:  
6, 9 e 12

# Coordenadas esféricas

$$d\vec{\ell} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi}$$

$$\vec{\nabla} t = \frac{\partial t}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial t}{\partial \phi} \hat{\phi}$$



$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\sin \theta v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{v} = & \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\phi) - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{r} \\ & + \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r v_\phi) \right] \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \hat{\phi} \end{aligned}$$

$$\nabla^2 t = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 t}{\partial \phi^2}$$

# Coordenadas cilíndricas

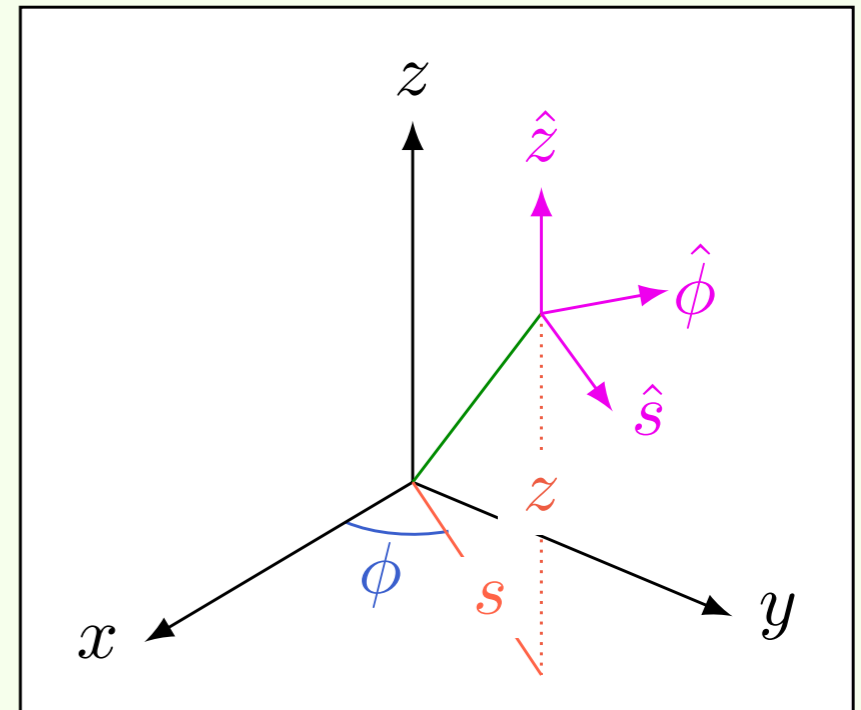
$$d\vec{\ell} = ds \hat{s} + s d\phi \hat{\phi} + dz \hat{z}$$

$$\vec{\nabla} T = \frac{\partial T}{\partial s} \hat{s} + \frac{1}{s} \frac{\partial T}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial T}{\partial z} \hat{z}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{1}{s} \frac{\partial (sv_s)}{\partial s} + \frac{1}{s} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

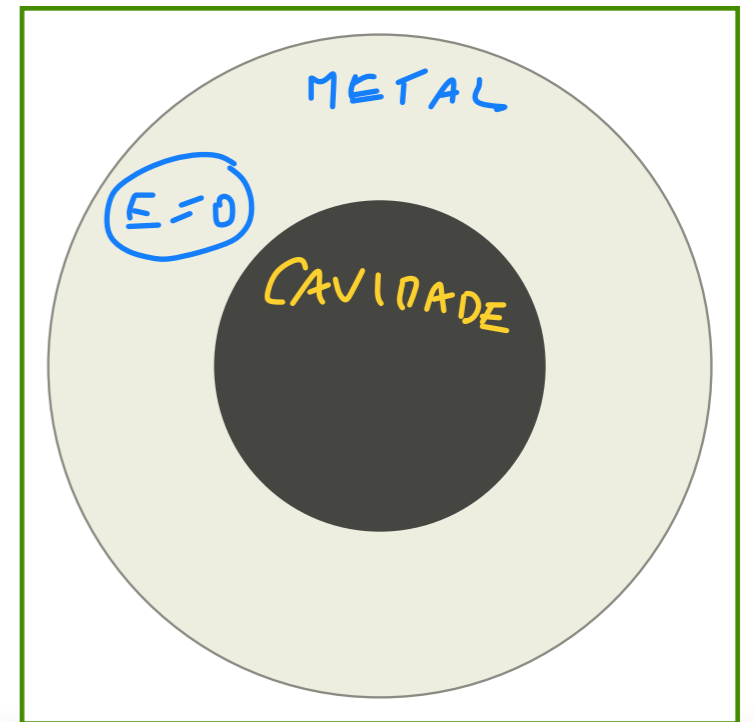
$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = \left( \frac{1}{s} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right) \hat{s} + \left( \frac{\partial v_s}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial s} \right) \hat{\phi} + \frac{1}{s} \left( \frac{\partial (sv_\phi)}{\partial s} - \frac{\partial v_s}{\partial \phi} \right) \hat{z}$$

$$\nabla^2 T = \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left( s \frac{\partial T}{\partial s} \right) + \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$



# Condutores

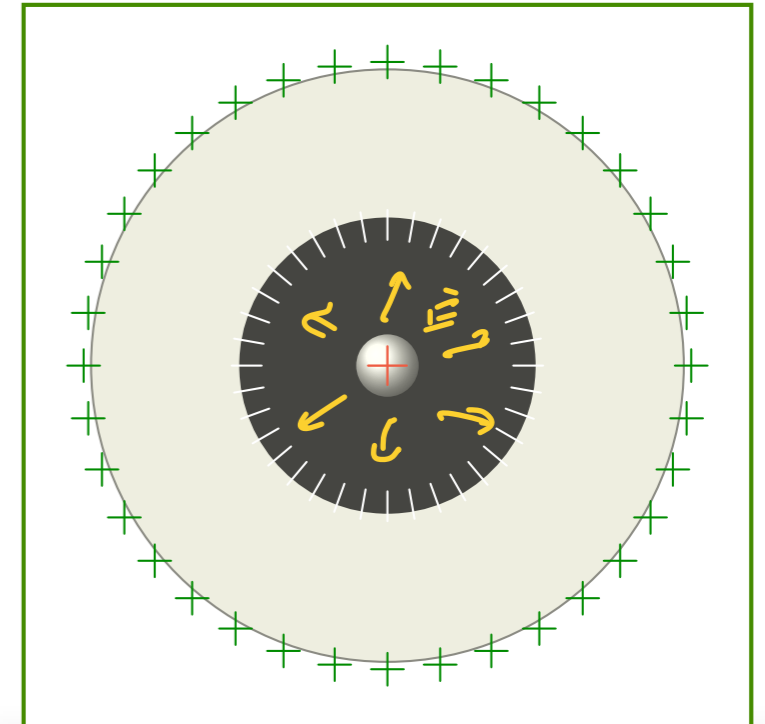
Campo elétrico no interior do material é zero



# Condutores

Campo elétrico no interior do material é zero

Mesmo que haja cargas em cavidades

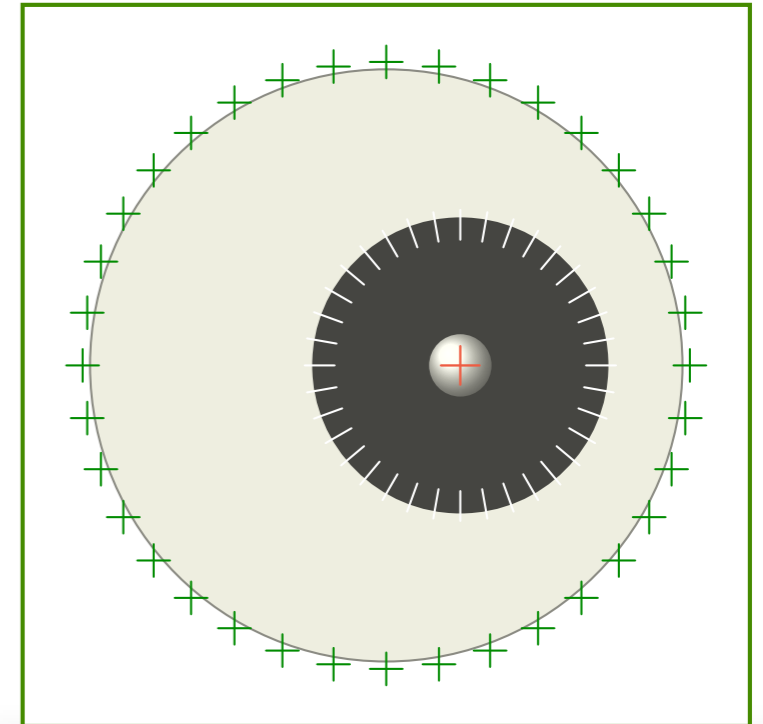


# Condutores

Campo elétrico no interior do material é zero

Mesmo que haja cargas em cavidades

A carga na superfície depende  
do que ocorre na cavidade



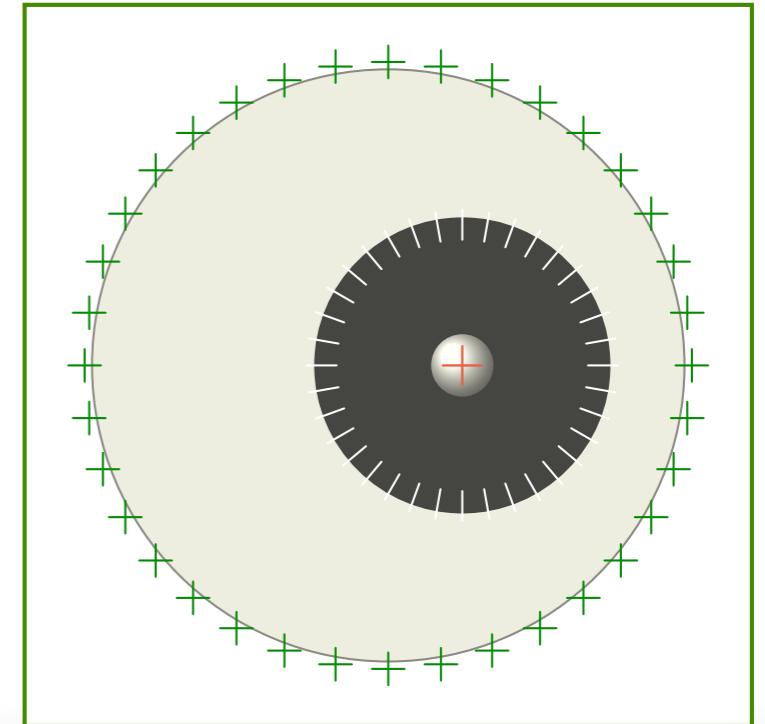
# Condutores

Campo elétrico no interior do material é zero

Mesmo que haja cargas em cavidades

A carga na superfície depende  
do que ocorre na cavidade

CARGA TOTAL ACUMULADA



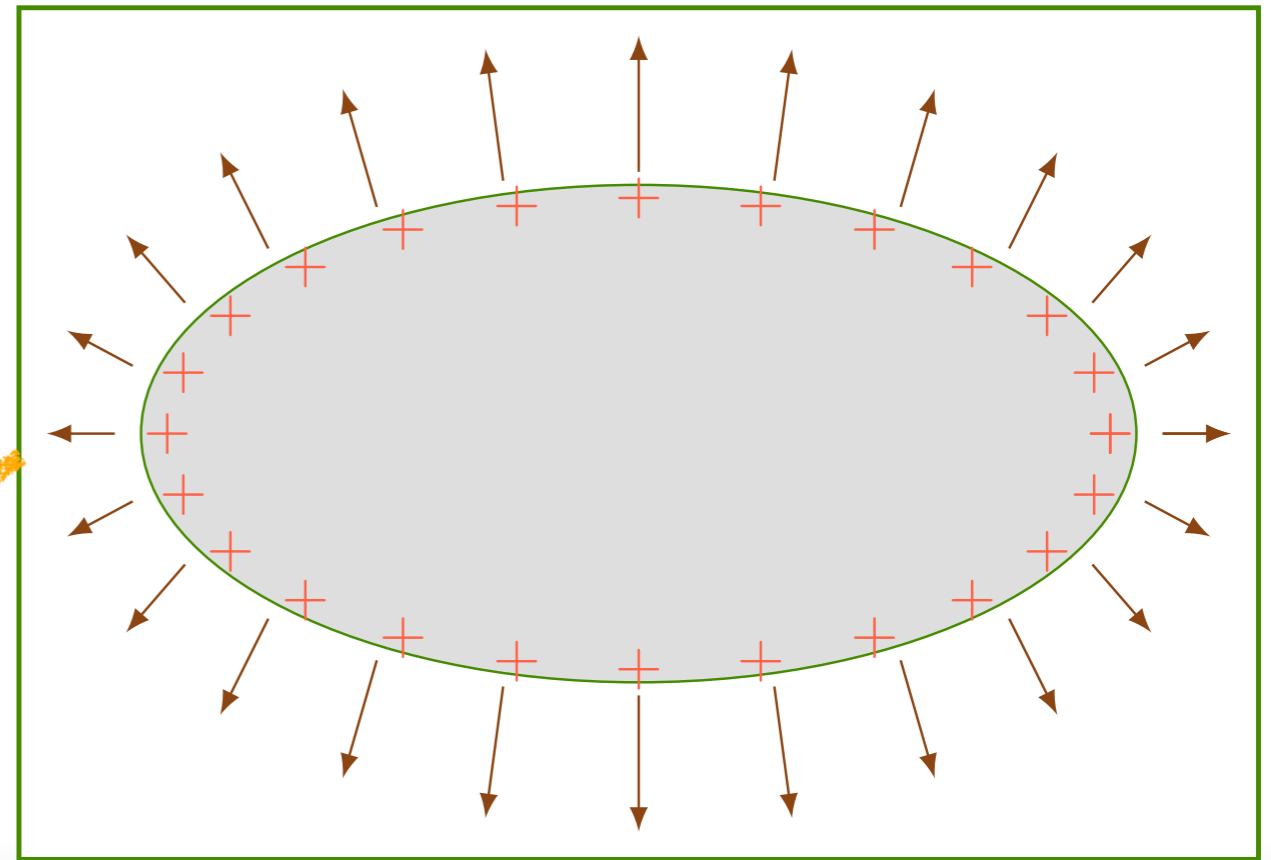
A distribuição de carga na superfície independe  
do que ocorre na cavidade

SUPERFÍCIE EXTERNA NÃO  
SABE O QUE ACONTECE  
NA REGIÃO INTERNA



# Condutores

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$



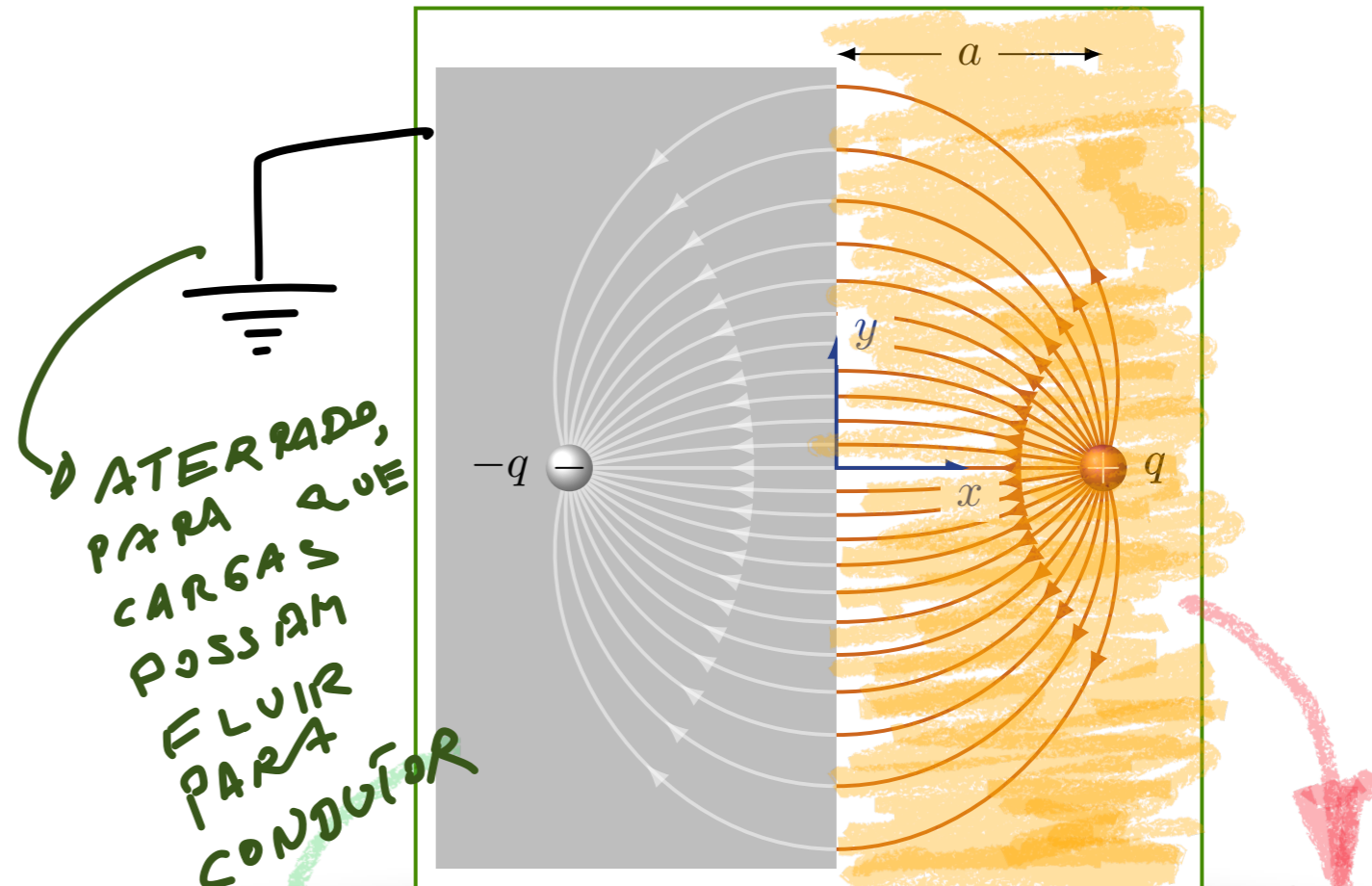
CAMPO É NORMAL  
À SUPERFÍCIE  
(SE NÃO FOR, HAVERÁ CONDUÇÃO  
ATE' O CAMPO FICAR NORMAL)

# Condutores

## Carga imagem

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$

TUDO SE PASSA,  
NA REGIÃO EXTERNA,  
COMO SE HOUVESSE  
CARGA  $-Q$   
SIMETRICAMENTE  
POSICIONADA EM  
RELAÇÃO A  $Q$ .



ATERADO,  
PARA QUE  
CARGAS  
POSSAM  
FLUIR  
PARA  
O CONDUTOR

NESTA  
REGIÃO,  
NADA  
ACONTECE.  
AS LINHAS  
DE CAMPO  
MOSTRAM  
UM ARTIFÍCIO  
MATEMÁTICO

O QUE OCORRE  
NESTA REGIÃO  
É REAL

# Condutores

Carga imagem

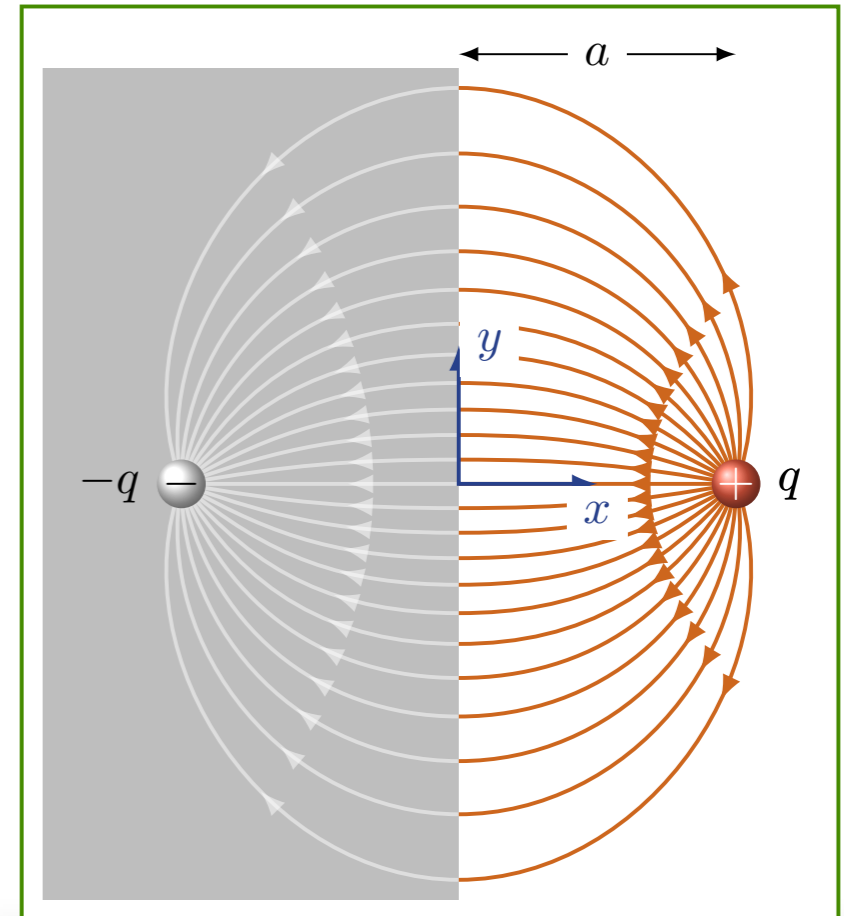
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$

$$E_x(0, y) = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2aq}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$



CAMPO  $E'$   
SOMA DE  
CAMPO DE  $Q$   
COM CAMPO  
DE  $-Q$

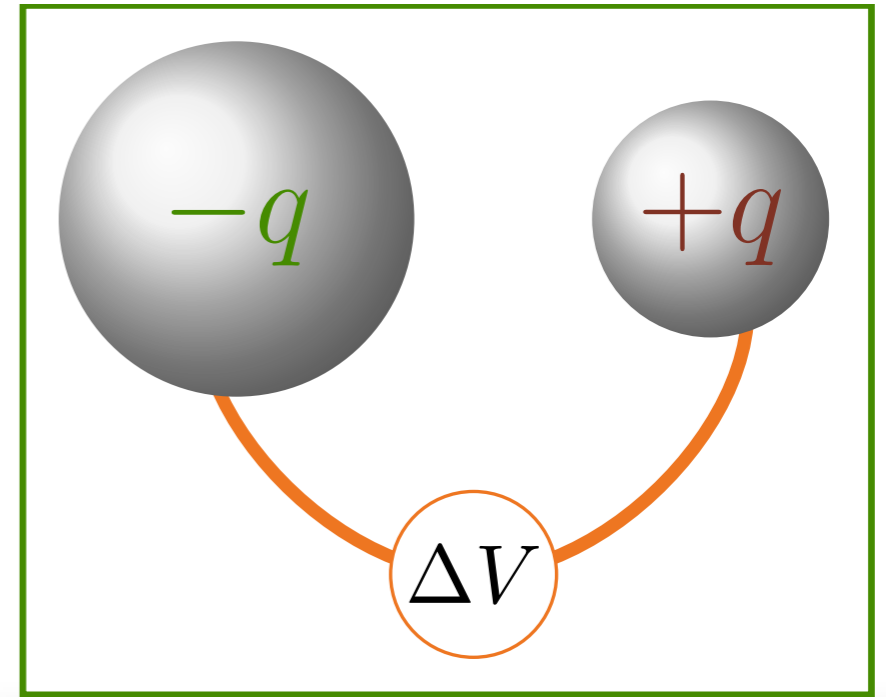
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q (\vec{r} - a\hat{x})}{|\vec{r} - a\hat{x}|^3} - \frac{q (\vec{r} + a\hat{x})}{|\vec{r} + a\hat{x}|^3} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{-q a \hat{x}}{|\vec{r} - a\hat{x}|^3} + \frac{-q a \hat{x}}{|\vec{r} + a\hat{x}|^3} \right]$$



# Capacitores

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

$U[C] = \text{Farad}$



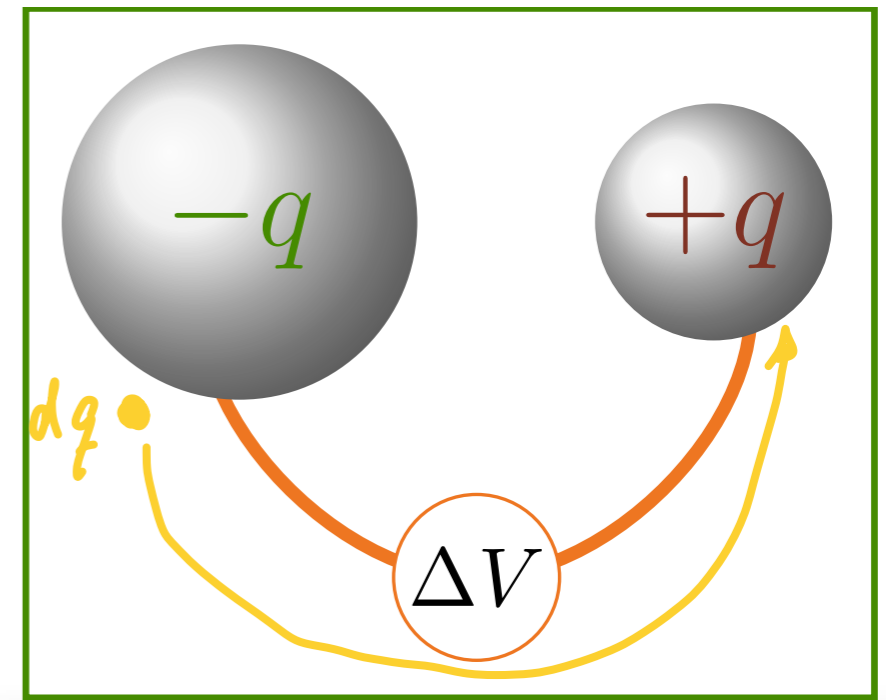
# Capacitores

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

Energia

$$W = \int_0^q V dq'$$

↳ CORRESPONDE A  $\Delta V$ , NA FIGURA. ESCREVE-SE  $V$  PARA FACILITAR



$$dW = \Delta V dq$$

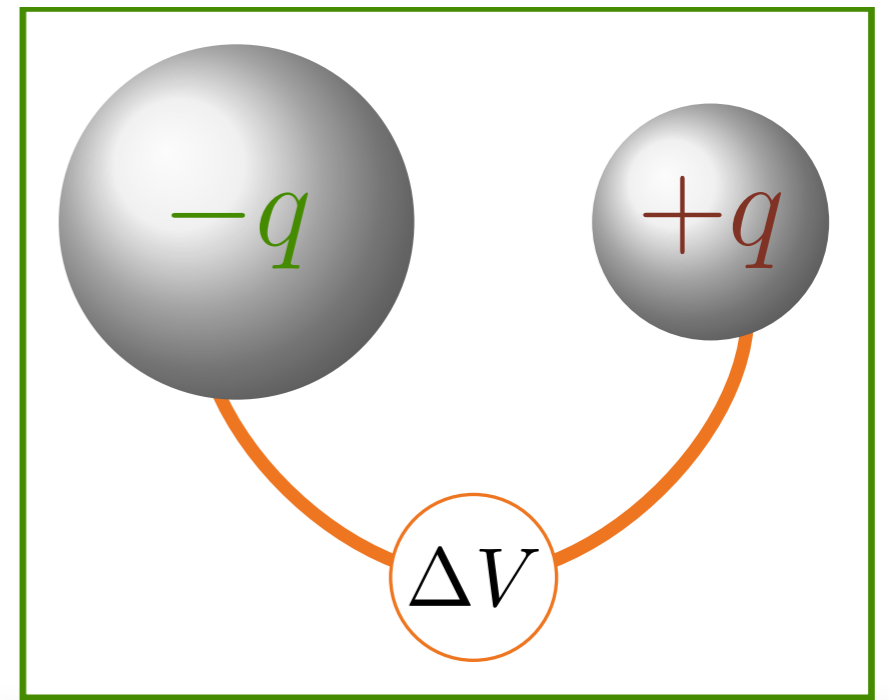
# Capacitores

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

Energia

$$W = \int_0^q V \, dq'$$

$$W = \int_0^q \frac{q'}{C} \, dq'$$



# Capacitores

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

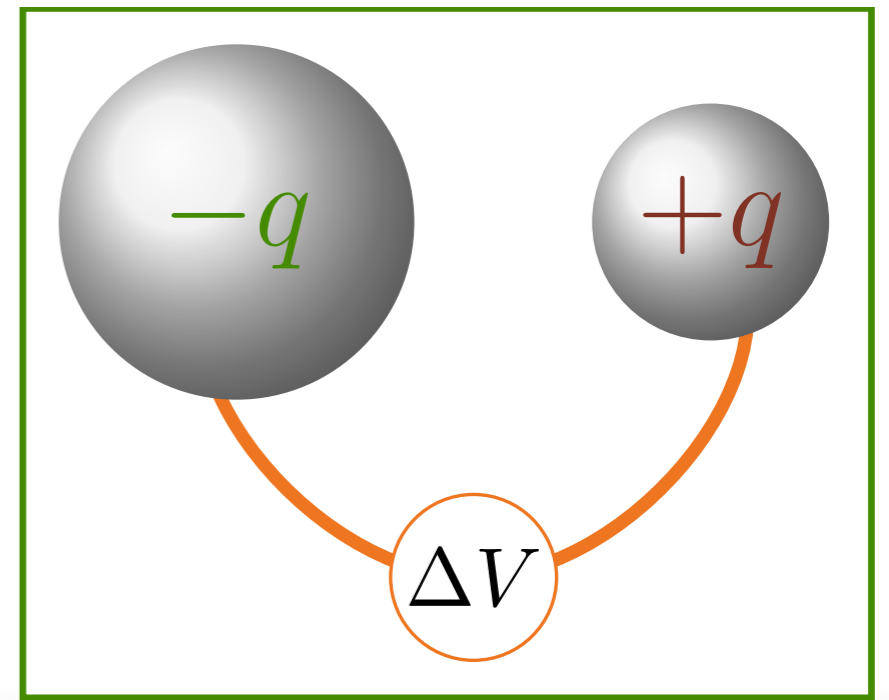
Energia

$$W = \int_0^q V \, dq'$$

$$W = \int_0^q \frac{q'}{C} \, dq'$$

$$W = \frac{1}{C} \int_0^q q' \, dq'$$

$$W = \frac{q^2}{2C}$$



# Eletromagnetismo

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

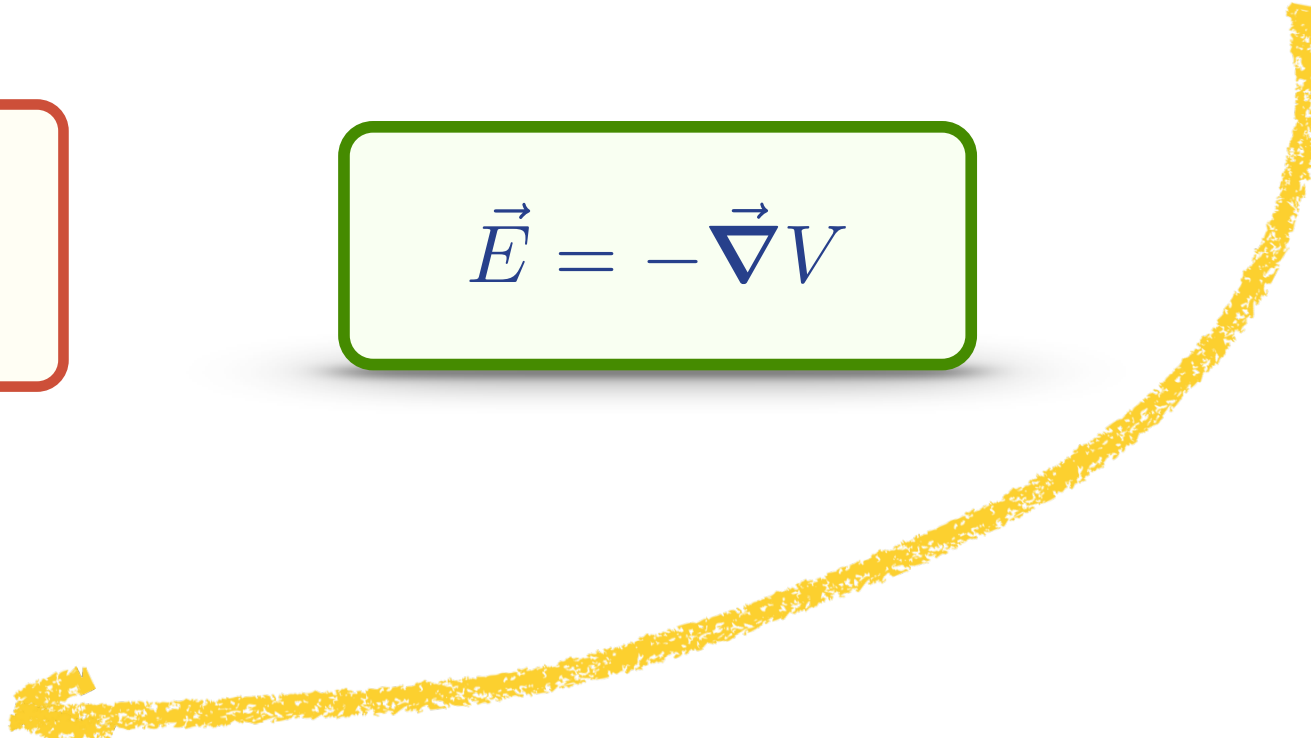
Aula de 24 de maio  
Métodos especiais



# Equação de Poisson

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$


# Equação de Laplace

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\rho = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 V = 0$$

# Equação de Laplace

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\rho = 0$$

$\Rightarrow$

$$\nabla^2 V = 0$$

# Equação de Laplace

$$\nabla^2 V = 0$$

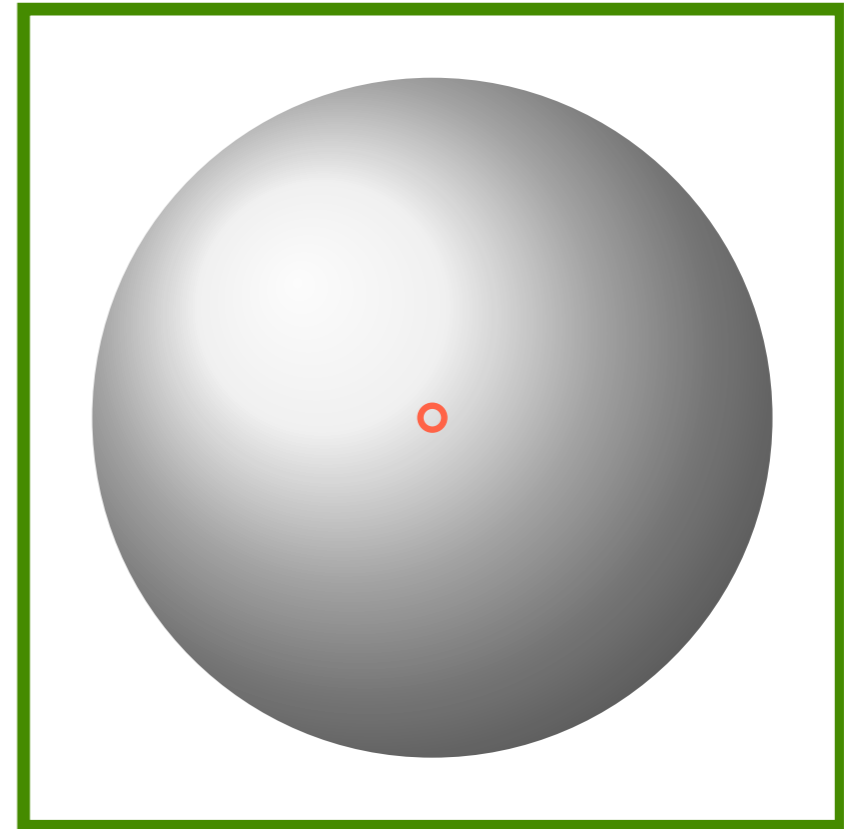
Propriedades

# Equação de Laplace

$$\nabla^2 V = 0$$

Propriedades

1.  $\int_A V(\vec{r}) dA = \underbrace{4\pi R^2}_{\substack{\text{SUPERFÍCIE DA} \\ \text{ESFERA}}} V(0)$



# Equação de Laplace

$$\nabla^2 V = 0$$

## Propriedades

1.  $\int_A V(\vec{r}) dA = 4\pi R^2 V(0)$

2. Condição de contorno:  $V$  na superfície

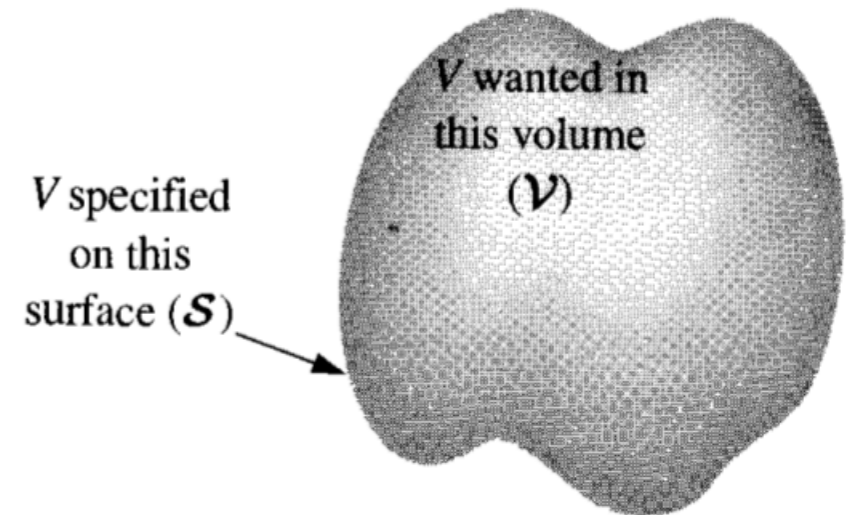


Figure 3.5

JUNTO COM  
EQUAÇÃO  $\nabla^2 V = 0$ ,  
DETERMINA  
SOLUÇÃO  
EM TODO  
O VOLUME  
INTERNO

# Equação de Laplace

$$\nabla^2 V = 0$$

## Propriedades

1.  $\int_A V(\vec{r}) dA = 4\pi R^2 V(0)$

2. Condição de contorno:  $V$  na superfície

3. Condição de contorno para condutores:  
Q em cada condutor

CONHECIDAS AS CARGAS NOS CONDUTORES,  
EQUAÇÃO DIFERENCIAL DETERMINA SOLUÇÃO

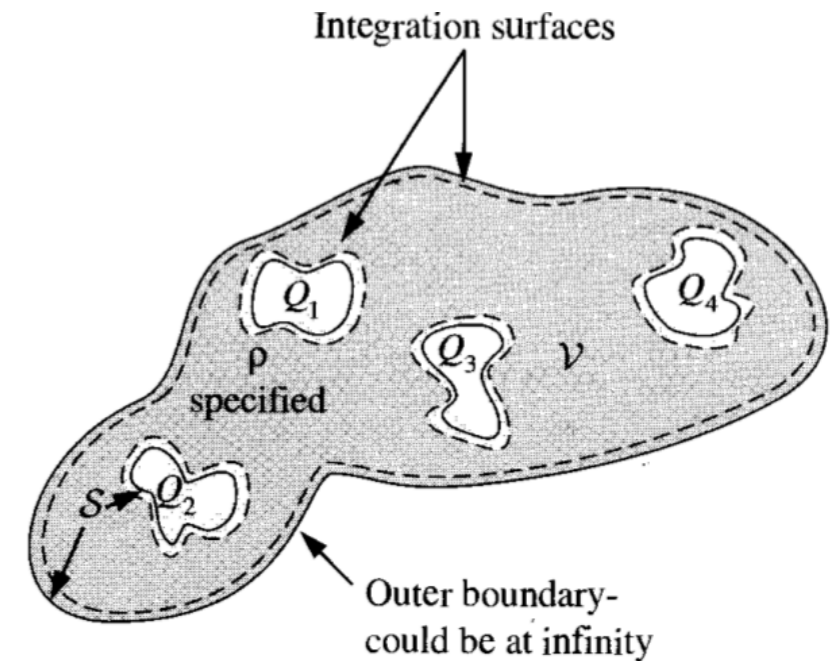


Figure 3.6