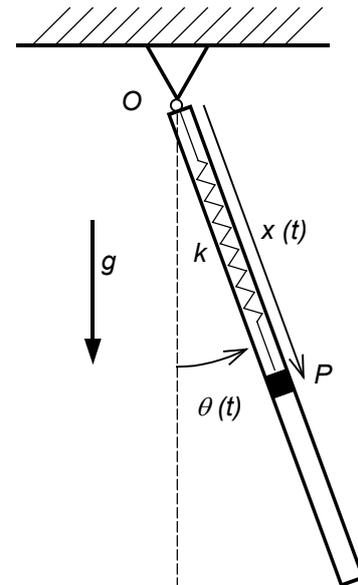




EXERCÍCIO DE MODELAGEM E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

3ª Etapa: Mecânica Analítica - EMSC #3 - 24 de maio de 2018

Dando sequência ao EMSC#1, considere agora que a partícula P pode deslizar sem atrito dentro de um tubo guia, sendo sustentada por uma mola de rigidez k . Para a posição da partícula $(P-O) = x(t)$ variável com o tempo, obtenha as equações diferenciais de movimento do novo sistema pelo método de *Lagrange*, considerando as coordenadas generalizadas: $q_1 = \theta(t)$ e $q_2 = x(t)$. Adote a mola com rigidez $k = m(2\pi f_1)^2$ onde f_1 é a frequência natural do conjunto partícula/mola (em Hz) com comprimento livre $a = L - (mg/k)$. Demonstre que as seguintes equações diferenciais ordinárias não lineares, regem o movimento:



$$(4mL^2/3 + mx^2)\ddot{\theta} + 2mx\dot{\theta} + mg(x+L)\sin\theta + c\dot{\theta} = M_o^{ext} \quad (1)$$

$$m(\ddot{x} - x\dot{\theta}^2) - mg\cos\theta + k(x-a) = 0 \quad (2)$$

Para o sistema com $m = 0.1$ kg e $L = 0.213$ metros, pede-se:

- Linearize as equações e calcule as frequências naturais f_1 e f_2 em torno da posição de equilíbrio do sistema desacoplado.
- Altere os códigos de simulação elaborados anteriormente, incluindo $q_2 = x(t)$.
- Simule o movimento do sistema não linear das equações 1 e 2 durante 30 segundos com $c_\theta = 0.002$ Nms/rad e $f_1 = 3.0$ Hz e $M_o^{ext} = 0$, para as seguintes condições iniciais em $t = 0.0$: $\theta(0) = 0.0$ metros, $\dot{\theta}(0) = 0.0$ rad/s, $x(0) = L$ metros e $\dot{x}(0) = 0.01$ m/s. Observe o comportamento do sistema utilizando gráficos temporais do movimento angular em $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$ e da partícula $x(t)$, $\dot{x}(t)$.



Desenhe os gráficos dos planos de fase $(\theta(t) \times \dot{\theta}(t))$ e $(x(t) \times \dot{x}(t))$. Descreva o movimento identificando as frequências de oscilação. Analise e interprete os resultados, justificando o comportamento dinâmico.

- t) Repita a simulação s) com as seguintes condições iniciais: $\theta(0) = \pi/180$, $\dot{\theta}(0) = 0.0$, $x(0) = L$ e $\dot{x}(0) = 0.0$. Descreva o movimento, identifique as frequências de movimento, analise e interprete os resultados, justificando o comportamento.
- u) Repita a simulação s) com $f_1 = 2.0 \text{ Hz}$ sob as seguintes condições iniciais: $\theta(0) = \pi/180$, $\dot{\theta}(0) = 0.0$, $x(0) = L$ e $\dot{x}(0) = 0.4$. Descreva o movimento, analise e interprete os resultados, justificando o comportamento encontrado. Note que a frequência f_1 é alterada pela mudança da rigidez da mola.
- v) Explore a resposta do sistema do item anterior aumentando o tempo de simulação até 60 segundos. Observe que há batimento. Este comportamento está associado à ressonância paramétrica de *Mathieu*.