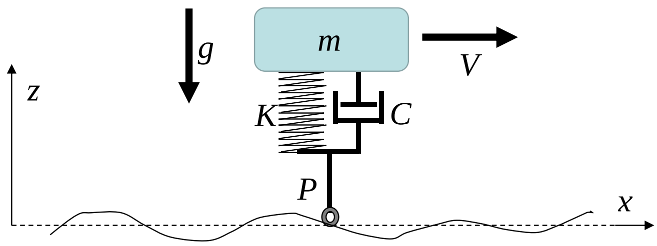
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3200 – MECÂNICA II – EMSC – 26 de maio de 2016
Exercício de Modelagem e Simulação



A figura ao lado mostra um desenho esquemático de um modelo *elementar* de suspensão veicular, reduzido por simplicidade a um único grau de liberdade. O sistema é constituído por um bloco, de massa m, uma mola linear, de constante K e um amortecedor viscoso linear, de constante C. O conjunto avança à direita com velocidade constante V, ao longo de uma pista ondulada. Adotando-se hipóteses bastante simplificadoras, pode-se supor-se que o ponto P esteja sempre em contato com a pista e que o conjunto permaneça na vertical. São conhecidos o comprimento da haste vertical inferior, h, e o comprimento natural da mola, b. Também é conhecido o perfil da pista $a(x)$. Pede-se:

(a) Através do formalismo de Lagrange, deduza a equação de movimento do bloco, considerando o movimento a ele imposto pela via no ponto P. Mostre que: $m\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = C\dot{z}_P + Kz_P + K(h+b) - mg$.

(b) Da equação acima, determine a posição de equilíbrio estático do sistema, $\bar{z}$, isto é, na condição de repouso e sem excitação $(\dot{z} = \ddot{z} \equiv 0; z_P = \dot{z}_P \equiv 0)$.

(c) Considerando uma variável cinemática auxiliar, $\eta(t) = z(t) - \bar{z}$, que representa a oscilação vertical do bloco em torno da posição de equilíbrio, reescreva a equação dinâmica, nesta nova variável.

(d) Calcular a frequência natural não-amortecida ω_n do sistema.

(e) Calcule a frequência natural do sistema com amortecimento, ω_d, mostrando que $\omega_d = \omega_n(1-\zeta^2)^{1/2}$, onde $\zeta = C/C_{cr} = C/(2m\omega_n)$, é a razão entre a constante de amortecimento e o valor crítico, $C_{cr} = 2m\omega_n$.

(f) Particularize a equação dinâmica que rege $\eta(t)$ para o caso em que $a(x) = A\sin(2\pi x/\lambda)$, onde λ é o comprimento de onda da senóide. Tome $x(0) = 0$ tal que $x(t) = Vt$.

(g) **Utilizando a rotina de simulação fornecida, em ambiente SCILAB**, simule o movimento do sistema em três situações:

  i. Em baixa velocidade, quando a frequência de excitação, $\omega = 2\pi V/\lambda$, associada ao movimento do sistema ao longo da pista, é inferior à frequência natural amortecida, ou seja, $\omega < \omega_d$;

  ii. Quando $\omega = \omega_d$.

  iii. Em alta velocidade, $\omega > \omega_d$.

(h) Simule o modelo diversas vezes, variando a velocidade de percurso V e, após obter a resposta estacionária, ou seja, quando $\eta(t) \to B\sin(\omega t + \phi)$, construa gráficos em função da razão $\omega/\omega_n = 2\pi V/(\lambda\omega_n)$:

  i. da amplitude de movimento B/A;

  ii. da fase relativa do movimento, ϕ, com respeito à senóide.

(i) Analise as *curvas de resposta* obtidas, no que diz respeito à amplificação da amplitude do movimento (B/A) e à fase relativa ϕ. Faça variações no valor do parâmetro de amortecimento C e verifique como variam as curvas de resposta.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Dados para as simulações numéricas:

$m = 500\ \text{kg}$

$K = 19{,}74\ \text{kN/m}$

$C = 2{,}20\ \text{kN/(m/s)}$

$\lambda = 10\ \text{m}$

$A = 2\ \text{cm}$

$1\ \text{m/s} \leq V \leq 30\ \text{m/s}$