



Enunciado: A meia distância do eixo AB horizontal monta-se uma roldana de raio R e espessura e . O plano da roldana forma um ângulo θ constante ($\theta = 10^\circ$) com o eixo AB , o qual passa pelo centro geométrico da roldana. Da massa total $m+m'$ da roldana, a parcela m está uniformemente distribuída no círculo de raio r enquanto que a parcela m' está concentrada em um ponto P da circunferência de raio r . O ângulo formado entre os vetores $(P-O)$ e $-\vec{j}$ é α . A massa do eixo AB é m , seu raio é r e seu comprimento é ℓ . O sistema $OXYZ$ é constituído por eixos **fixos no espaço**, enquanto que $Oxyz$ e $Ox_1y_1z_1$ são sistemas de eixos **fixos ao conjunto formado pelo eixo AB e pela roldana**. No instante registrado na figura os eixos $Ox_1y_1z_1$ coincidem com $OXYZ$. Chamando de S ao conjunto constituído pelo eixo AB , pela roldana e pela massa concentrada pede-se:

- determinar o baricentro de S em função do ângulo α , expresso no sistema de eixos $Ox_1y_1z_1$;
- determinar a matriz de inércia de S , referida ao pólo O e descrita no sistema $Ox_1y_1z_1$;
- supondo que, em um dado instante, o eixo AB esteja animado de velocidade angular $\omega(t) = \dot{\psi}(t)$ e aceleração angular $\dot{\omega}(t) = \ddot{\psi}(t)$, expressar, nesse instante, o momento da quantidade de movimento de S em relação ao pólo O ;
- para as condições do item (c) escrever para S as equações do teorema do movimento do baricentro e do teorema do momento da quantidade de movimento, referindo esta última ao pólo O .
- simular o movimento de S admitindo que o eixo AB parta do repouso e que:
 - $\alpha = 1,0^\circ$;
 - $\alpha = 170^\circ$;
- determinar o período do movimento nos casos e-1 e e-2 e explicar as razões pelas quais os gráficos de $\psi(t)$ apresentam formas claramente distintas nesses casos.
- simular o movimento de S admitindo que $\alpha = 180^\circ$ e que este parta com velocidade angular inicial $\omega_0 = \dot{\psi}_0 = 1 \text{ rad / seg}$;
- simular o movimento de S admitindo que $\alpha = 0^\circ$ e que este parta do repouso sujeito a um torque $\vec{N}(t) = [N_0 - c\dot{\psi}(t)]\vec{i}_1$ com $N_0 = 1,0 \text{ Nm}$ e $c = 0,1 \text{ Nms}$;
- determinar, para os casos, e-g as reações nos mancais A e B .

Dados do problema:

- eixo AB : cilindro de comprimento $\ell = 1,0 \text{ m}$, raio $r = 20 \text{ mm}$ e densidade $\rho = 7,85 \text{ g / cm}^3$; $\theta = 10^\circ$
- roldana: cilindro de comprimento $e = 10 \text{ mm}$, raio $R = 100 \text{ mm}$ e densidade $\rho = 7,85 \text{ g / cm}^3$;
- massa concentrada: esfera de raio $r_p = 5,0 \text{ mm}$ e densidade $\rho = 11,34 \text{ g / cm}^3$;

Dados: momentos principais de inércia de um cilindro de massa m , eixo de simetria z , raio r e altura h : $J_{Gz} = \frac{1}{2}mr^2$, $J_{Gx} = J_{Gy} = \frac{m}{12}(3r^2 + h^2)$