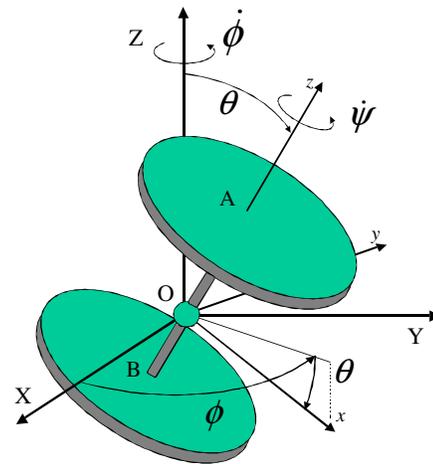




3º Exercício de Modelagem e Simulação Computacional – EMSC #3
PME 2200 – MECÂNICA B – 29 de maio e 11 de junho de 2013

O sistema mostrado na figura ao lado é composto pelo eixo AB, de comprimento $2L$ e massa desprezível, ao qual são fixados rigidamente dois discos de massa m e raio R . Considera-se como desprezível a espessura dos discos. O sistema de coordenadas $Oxyz$ acompanha o conjunto, que pode girar em torno do eixo Oz . O é uma articulação, fixa em um referencial inercial. Utilizando os ângulos de Euler θ , ϕ e ψ como coordenadas generalizadas, realize as seguintes atividades:



- Construa a função de energia cinética do sistema.
- Construa a função de energia potencial do sistema.
- Das equações de Lagrange, deduza as equações de movimento nas coordenadas θ , ϕ e ψ .
- Verifique que as equações de movimento obtidas no item anterior podem ser escritas na forma das Equações (6.45) da apostila “Dinâmica de Corpos Rígidos”*, com $M_{Oy} \equiv 0$. Note que os termos entre parênteses da primeira e terceira equações são, respectivamente, as componentes K_{Oz} e K_{Oz} do momento angular, em torno dos eixos OZ e Oz . Na situação estudada, são *invariantes do movimento*.
- Observando a relação existente entre os dois invariantes, dada pela equação (6.46), mostre que o movimento pode ser descrito por uma única equação, a Eq. (6.49). Note que as condições iniciais para a integração desta equação devem ser compatíveis com os dois invariantes.
- Implemente a equação do item (e) em ambiente de simulação numérica.
- Teste o modelo SCILAB, com a equação não-linear. Simule primeiramente o caso geral de precessão pseudo-regular, com os dados e condições iniciais abaixo.

$$m=15,0 \text{ kg}; R=0,35 \text{ m}; L=0,05 \text{ m}; \theta=\pi/4;$$

$$\dot{\psi} = 20 \text{ rd/s}; \dot{\phi} = -40 \text{ rd/s};$$

Intervalo de integração sugerido 0.001 s;

Obs.: Note que os invariantes α e β dependem da condição cinemática inicial.

* Pesce, C. P., DINÂMICA DOS CORPOS RÍGIDOS, Monografia EPUSP/PME: disponível em www.poli.usp.br/d/pme2200.



Departamento de Engenharia Mecânica

- h) Plote gráficos de $\theta(t)$, $\phi(t)$, $\psi(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $\dot{\phi}(t)$ e $\dot{\psi}(t)$. Observe as características da precessão pseudo regular;
- i) A partir da equação de movimento em θ , determine uma condição algébrica de precessão estacionária (neste caso também denominada 'precessão livre', posto que há ausência de binários externos; ver item 6.4.2). Com o auxílio desta condição algébrica, determine a velocidade angular de precessão, $\dot{\phi}$, compatível com uma precessão estacionária, quando $\theta = \pi/4$ e com velocidade de rotação própria, $\dot{\psi}$, de 20 rd/s;
- j) Nas condições de precessão estacionária determinadas no item anterior, simule o movimento até o instante $t = 1.0$ s, sem esquecer de impor a condição inicial $\dot{\theta} = 0.0$; armazene os valores de $\theta(t)$, $\phi(t)$, $\psi(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $\dot{\phi}(t)$ e $\dot{\psi}(t)$ neste instante;
- k) Plote gráficos de $\theta(t)$, $\phi(t)$, $\psi(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $\dot{\phi}(t)$ e $\dot{\psi}(t)$: Observe as características da precessão estacionária;
- l) Imagine agora que um momento impulsivo foi aplicado na direção oposta a Oy , modificando instantaneamente $\dot{\theta}$ de zero para 1.5 rd/s; simule o movimento decorrente até o instante $t = 6.0$ s; observe as características desta nova precessão; plote a trajetória do ponto A no sistema OXYZ.
- m) Repita os itens j) a l) utilizando rotação própria duplicada; observe novamente a cinemática do sistema e procure explicá-la, quanto a amplitudes e frequências de oscilações. Como você explicaria as mudanças observadas entre itens l e m?
- n) Faça $L = 1.0$ m e investigue a cinemática decorrente.
- o) Varie sistematicamente as condições cinemáticas iniciais e a intensidade do momento impulsivo aplicado. Explore seu modelo de simulação, procurando compreender as várias possibilidades de movimento.