Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

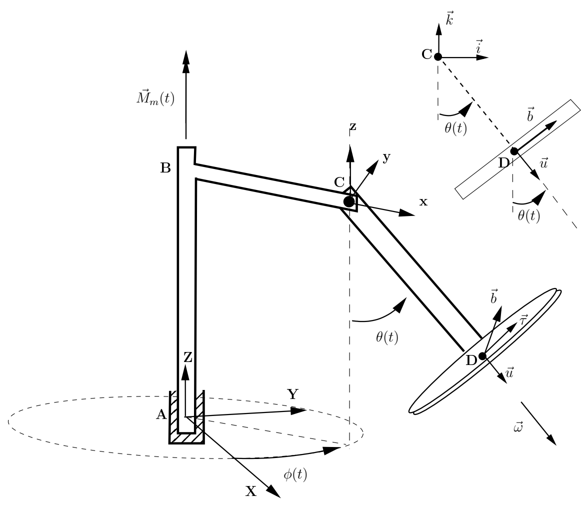
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 - Mecânica B - EMSC $\#3$ - junho de 2012

Considere o mecanismo mostrado na figura abaixo, formado pela peça rígida ABC, de massa desprezível, pela barra CD, também de massa desprezível, e pelo disco homogêneo D, de massa m. O sistema de coordenadas AXYZ, ao qual associam-se os versores $\vec{I}$, $\vec{J}$, e $\vec{K}$ possui orientação fixa em um referencial inercial. Tanto o sistema de coordenadas Cxyz, que possui associados os versores $\vec{i}$, $\vec{j}$, e $\vec{k}$, quanto o sistema de coordenadas com origem em D e versores $\vec{u}$, $\vec{\tau}$, e $\vec{b}$, são solidários à barra CD, mas não ao disco D. O versor $\vec{u}$ tem direção $(D-C)$, o versor $\vec{\tau}$ tem a mesma direção e sentido do versor $\vec{j}$ e $\vec{b}=\vec{u}\wedge\vec{\tau}$. O disco D gira com rotação constante $\vec{\omega}$ em torno do eixo CD. A peça ABC gira em torno do eixo fixo AB devido à ação de um momento externo $\vec{M}_m$. Em C existe um pino que permite rotação da barra CD somente em torno do eixo Cy (isto é, o vetor $\dot{\vec{\theta}}=-\dot{\theta}\vec{j}$ é sempre ortogonal ao plano móvel Cxz) e que impõe ao movimento um torque de atrito de natureza viscosa linear cujo coeficiente é b. São conhecidas as dimensões $AB=h$, $BC=H$, $CD=L$ e o raio R do disco D.

Realize, inicialmente, as seguintes tarefas:

- escreva a expressão da energia cinética do sistema em função das coordenadas generalizadas ϕ e θ (sugestão: represente as velocidades necessárias utilizando a base D$\vec{u}\vec{\tau}\vec{b}$);
- escreva a expresssão da energia potencial do sistema em função destas mesmas coordenadas generalizadas;
- escreva as expressões das forças generalizadas associadas às respectivas coordenadas generalizadas;
- obtenha as equações de movimento do sistema utilizando o método de Lagrange.



Um mecanismo como o descrito pode ser utilizado em um sistema *regulador de velocidade*, da seguinte maneira: à medida que a velocidade angular do conjunto em torno do eixo AB varia, a inclinação da barra CD em relação à vertical (ângulo θ) também varia. Efetuando-se medidas do ângulo θ durante o movimento, é possível comparar o valor medido e um valor de referência (pré-estabelecido, por exemplo, na fase de projeto) e, através de uma ação de *controle* baseada na discrepância entre os valores medido e de referência, agir sobre a entrada do sistema, isto é, sobre o torque de acionamento M_m, aumentando ou diminuindo sua intensidade, de modo a manter a posição θ dentro da faixa de operação desejada.

Neste exercício, propõe-se uma estratégia de controle baseada na alteração do torque de acionamento de acordo com a expressão $M_m = [M - K(\theta - \theta_R)]$, onde M , K (ganho do controlador) e θ_R (ângulo de referência) são parâmetros (constantes) que podem ser modificados em função das condições de operação desejadas.

A partir do modelo matemático deduzido, realize cinco simulações utilizando os seguintes conjuntos de parâmetros:

- a) constantes: $\omega = 200$ rad/s; $m = 1,5$ kg; $r = 0,15$ m; $L = 0,25$ m; $h = 1,0$ m; $H = 0,5$ m; $T_{final} = 20$ segundos.
- b) variáveis:

Variável	1	2	3	4	5
M [N.m]	0	0	0	0	0
ω	200	200	200	200	200
K	0	0	1,0	1,0	1,0
θ_0	0	0	0	0	0
$\dot{\theta}_0$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
ϕ_0	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$
$\dot{\phi}_0$	0	0	0	0	0
$b[N.m.s/rad]$	0	0.1	0.1	0.1	0.1
$\theta_{ref}[rad]$	-	-	0,8	2,0	-0,8

Para cada uma das situações propostas explique qualitativamente o que ocorre com relação às rotações de precessão ($\vec{\dot{\phi}}$) e de nutação ($\vec{\dot{\theta}}$) com especial atenção na capacidade de controlar θ (no valor de referência especificado na tabela) e/ou $\dot{\theta}$. Observe que quando $\dot{\theta}$ é nulo, caracteriza-se a precessão estacionária. Qual a explicação para o que ocorre na situação número 5 (que tipo de efeito dinâmico domina o movimento?).