



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

---

**Segundo Exercício de Modelagem e Simulação Computacional – Maio 2012**

**EMSC#2 - MECÂNICA B – PME 2200**

**1. ENUNCIADO DO PROBLEMA**

Um planador (vide Fig. 1) se aproxima da pista do aeroporto para pouso com ângulo de atitude  $\theta = 6^\circ$  ( $\pi/30$  rad) em relação à horizontal. A velocidade de aproximação à pista de pouso é  $\vec{V} = V_x \vec{I} + V_z \vec{K}$ , expressa em coordenadas do referencial fixo ao solo.



**Figura 1 – Planador em manobra de pouso**

Conforme se indica na Fig. 2, o ângulo da corda do perfil da asa em relação ao fluxo de ar (ângulo de ataque  $\alpha$ ) é a diferença entre o ângulo  $\theta$  de atitude do planador com o ângulo  $\gamma$  da direção da velocidade  $\vec{V}$  ( $\gamma = \text{atan } V_z/V_x$ ). As forças aerodinâmicas de sustentação e arraste são

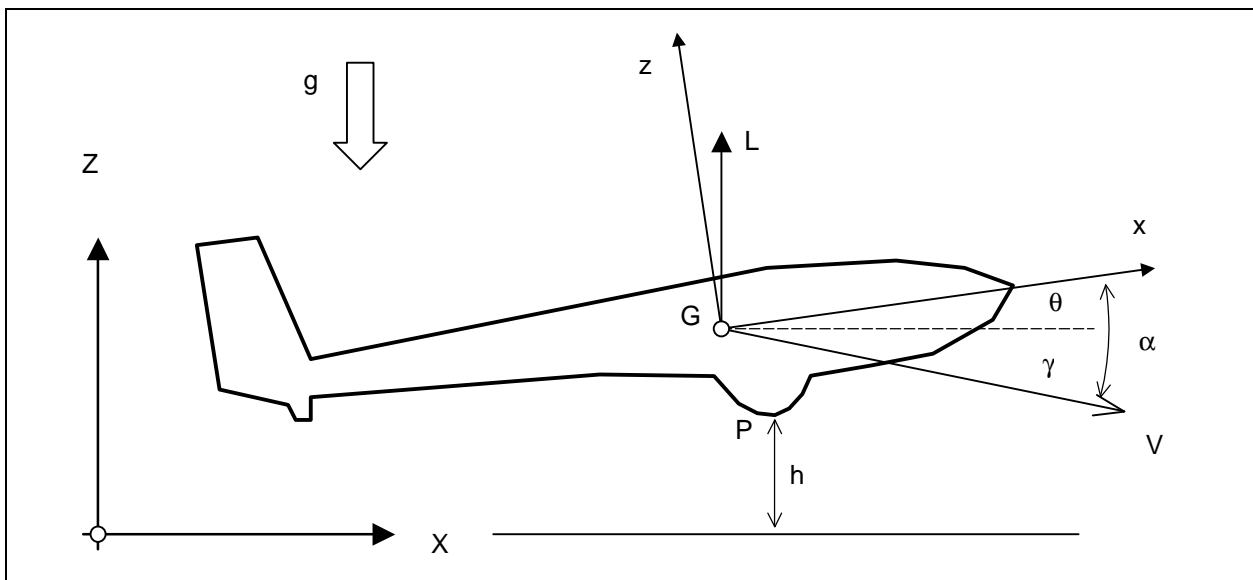


**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

funções do ângulo  $\alpha$  de ataque da asa. A força de sustentação das asas é dada por

$L = \frac{1}{2} \rho V^2 A C_L$ , suposta vertical durante todo o movimento tendo seu ponto de aplicação

coincidente com o baricentro do planador. A força horizontal de arraste é  $D = \frac{1}{2} \rho V^2 A C_D$ .



**Figura 2 – Esquema do planador**

## 2. DADOS DO PLANADOR

- Massa:  $m = 200$  kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo baricentral Gy:  $J_{Gy} = 704$  kg m<sup>2</sup>;
- Comprimento:  $L = 6.5$  metros;
- Altura: 1,5 metros;
- Envergadura da asa: 15 metros;
- Área útil de sustentação da asa:  $A = 12$  m<sup>2</sup>;
- Ângulo de ataque  $\alpha = \theta - \gamma$ ;
- Posição do ponto de impacto no trem de pouso em relação ao baricentro do planador:

$$(P-G) = -x_p \vec{i} - z_p \vec{k} = -0.1 \vec{i} - 0.5 \vec{k}$$



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

---

- Densidade do ar:  $\rho = 1.184 \text{ kg/m}^3$  para temperatura de  $25^\circ \text{C}$  (vide Tabela 1);

**Tabela 1.** Densidade do ar em função da temperatura

Temperatura ( $^\circ\text{C}$ )	Densidade do ar $\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )
-25	1.423
-20	1.395
-15	1.368
-10	1.342
-5	1.316
0	1.293
5	1.269
10	1.247
15	1.225
20	1.204
25	1.184
30	1.164
35	1.146

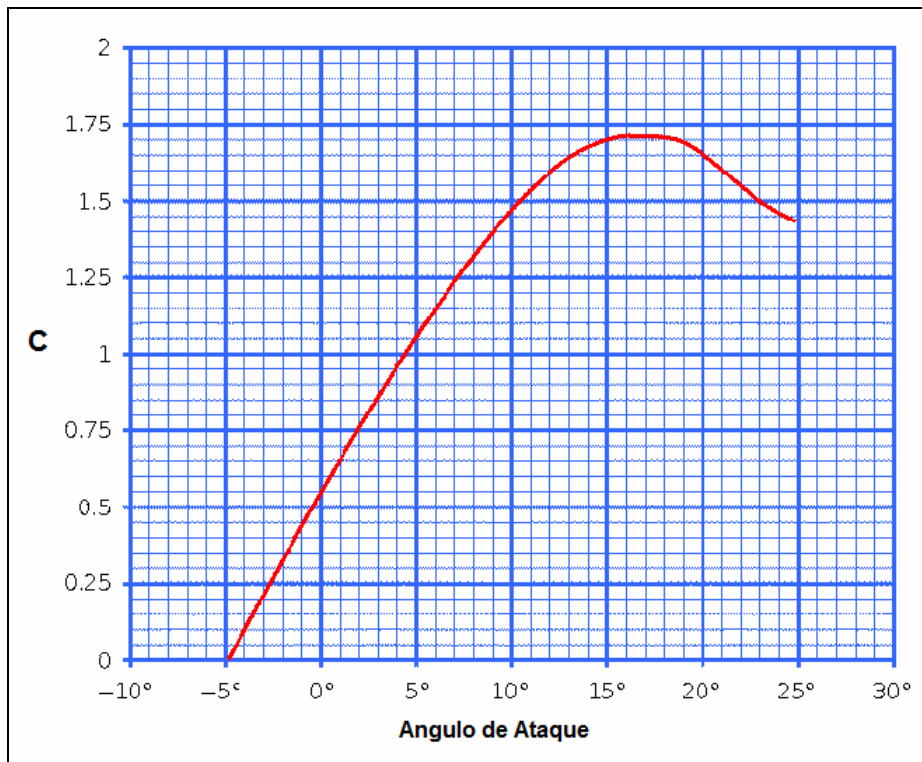
- Aceleração da gravidade:  $9.81 \text{ m/s}^2$ ;
- Curva do coeficiente de sustentação da asa: Na Figura 3 apresenta-se uma curva típica desse coeficiente em função do ângulo de ataque  $\alpha$ . Utilize uma aproximação na região linear da curva descrita pela seguinte função:

$$C_L = 0.092 * (\alpha * 180 / \pi) + 0.55$$



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

---



**Figura 3 – Curva típica de coeficiente de sustentação**

### **3. HIPÓTESES**

- Admite-se que o comportamento dinâmico do sistema de suspensão com pneu do trem de pouso, durante o impacto com a pista, é equivalente a um contato sem atrito com coeficiente de restituição  $e$ .
- Admite-se que a soma vetorial da componente de arrasto horizontal com a componente de sustentação normal ao plano da asa produza uma resultante de sustentação vertical durante o movimento de aproximação à pista.
- Supõem-se desprezíveis o momento de sustentação da asa e as variações do coeficiente de sustentação durante o impacto no pouso.



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

---

#### 4. ELABORAÇÃO DO MODELO

- a) Faça o diagrama de forças sobre o corpo livre.
- b) Obtenha as equações de movimento do planador antes e após o impacto, considerando **apenas os movimentos vertical e de rotação no plano xz**.
- c) Determine as condições cinemáticas do planador imediatamente após o impacto.

#### 5. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

- d) Implemente a equação da força de sustentação aerodinâmica da asa em função do ângulo de ataque  $\alpha$ .
- e) Implemente as equações de movimento do planador.
- f) Faça o diagrama de blocos correspondente ao sistema modelado.
- g) Implemente adequadamente a expressão para determinar o valor da cota **h**;
- h) Implemente o recurso de reinicialização das condições iniciais do integrador, de modo a incluir as equações da teoria de impactos.

#### 6. SIMULAÇÃO

- i) Simule o comportamento do sistema para as condições iniciais indicadas;
- j) Faça um gráfico temporal da posição vertical do baricentro do planador;
- k) Faça um gráfico temporal da posição angular do planador;
- l) Determine o instante para o qual a posição angular é  $\theta = 0$  quando, então, a simulação deve ser interrompida;
- m) Faça um gráfico temporal da força de sustentação vertical da asa.



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

---

### 7. CONDIÇÕES INICIAIS

Atitude inicial:  $\theta = 5^\circ$

Velocidade inicial  $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_z \vec{k} = 10\vec{i} - 1\vec{k}$

Altura do trem de pouso em relação à pista de pouso:  $h = 5$  metros;

Considere o impacto: 1) perfeitamente plástico ( $e = 0$ ); 2) com coeficiente de restituição  $e=0,1$

Temperatura ambiente de  $25^\circ \text{C}$ .

Repita a simulação para: altura  $h = 3$  metros,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\vec{v} = 8\vec{i} - 2\vec{k}$  e temperatura polar ( $-25^\circ \text{C}$ )

**Tarefas complementares:** para você que se interessou pelo assunto faça:

- O modelo de um avião completo com trem de pouso dianteiro, considerando os três graus de liberdade ( $x, z, \theta$ );
- Implemente o impacto do trem de pouso principal e o trem de pouso dianteiro.