

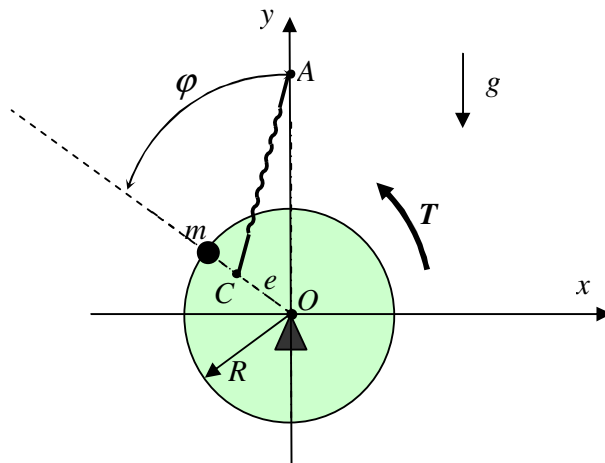


ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – Mecânica B - 1º Semestre/2009

Exercício de Modelagem e Simulação Computacional #1 (17/02/2009)

A figura mostra um disco homogêneo de massa M e raio R suportado por um mancal em O ; uma pequena esfera de massa m está presa na periferia do disco. Uma mola linear de constante elástica K e comprimento natural L_0 está articulada ao ponto C do disco e ao ponto A situado sobre o eixo y , de modo que $|(A-O)| = D$ e $|(C-O)| = e$. O sistema pode ser acionado por um motor que aplica um torque que varia em função da velocidade angular do disco segundo a expressão $T = T_0(1 - \frac{\dot{\phi}}{\omega_{op}})$, onde T_0 é o torque de partida do motor e ω_{op} é a sua velocidade de operação quando desconectado do disco.



Tarefas

- 1) Deduza a equação diferencial do movimento do disco.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

- 2) Sistema sem acionamento (motor não conectado ao disco).
- a) Adote $M = 1.0 \text{ kg}$, $m = 0.1M$, $R = 0.1m$, $L_0 = R$, $D = 1.1R$, $e = 0.05R$,
 $K = 10^5 \text{ N/m}$, $g = 0$ e as condições iniciais $\varphi(0) = \frac{\pi}{10}$, $\dot{\varphi}(0) = 0$, simule numericamente o movimento do sistema e obtenha os gráficos de $\varphi(t)$ e de $\dot{\varphi}(t)$. A partir dos gráficos estime o período e a frequência das oscilações (faça testes variando a duração da simulação de modo que o tempo seja suficiente para que o sistema execute 10 oscilações completas). Em seguida, simplifique a equação diferencial do movimento considerando que o disco oscila executando movimentos de pequena amplitude nas vizinhanças de $\varphi = 0$, calcule a frequência dessas oscilações e compare com o resultado calculado anteriormente.
- b) Adote $M = 1.0 \text{ kg}$, $m = 0.1M$, $R = 0.1m$, $L_0 = R$, $D = 1.1R$, $e = 0.05R$,
 $K = 10^5 \text{ N/m}$, $g = 0$ e a condição inicial $\dot{\varphi}(0) = 0$; faça simulações aumentando gradualmente o valor de $\varphi(0)$, começando com $\varphi(0) = \frac{2\pi}{10}$, $\frac{3\pi}{10}$, e chegando até $\varphi(0) = \frac{9\pi}{10}$, e obtenha os gráficos de $\varphi(t)$ e de $\dot{\varphi}(t)$. A partir dos gráficos de $\varphi(t)$ e de $\dot{\varphi}(t)$ estime o período e a frequência das oscilações e compare os resultados correspondentes aos diferentes valores de $\varphi(0)$.
- c) Adote $M = 1.0 \text{ kg}$, $m = 0.1M$, $R = 0.1m$, $L_0 = D = 1.1R$, $e = 0$, $K = 10^5 \text{ N/m}$,
 $g = 9.815 \text{ m/s}^2$ e as condições iniciais $\varphi(0) = \frac{9\pi}{10}$, $\dot{\varphi}(0) = 0$, simule numericamente o movimento do sistema e obtenha os gráficos de $\varphi(t)$ e de $\dot{\varphi}(t)$. A partir dos gráficos estime o período e a frequência das oscilações. Em seguida, considere que o disco oscila executando movimentos de pequena amplitude nas vizinhanças de $\varphi = \pi$, calcule a frequência dessas oscilações e compare com o resultado calculado anteriormente.
- d) Adote $M = 1.0 \text{ kg}$, $m = 0.1M$, $R = 0.1m$, $L_0 = D = 1.1R$, $e = 0$, $K = 10^5 \text{ N/m}$,
 $g = 9.815 \text{ m/s}^2$ e a condição inicial $\dot{\varphi}(0) = 0$; faça simulações diminuindo gradualmente o valor de $\varphi(0)$, começando com $\varphi(0) = \frac{8\pi}{10}$, $\frac{7\pi}{10}$, e chegando até $\varphi(0) = \frac{\pi}{10}$, e obtenha os gráficos de $\varphi(t)$ e de $\dot{\varphi}(t)$. A partir dos gráficos de $\varphi(t)$ e de $\dot{\varphi}(t)$ estime o período e a frequência das oscilações e compare os resultados correspondentes aos diferentes valores de $\varphi(0)$.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

e) Adote $M = 1.0 \text{ kg}$, $m = 0.1M$, $R = 0.1m$, $L_0 = D = 1.1R$, $K = 10^5 \text{ N/m}$, $g = 9.815 \text{ m/s}^2$ e as condições iniciais $\varphi(0) = \frac{\pi}{10}$, $\dot{\varphi}(0) = 0$; faça simulações aumentando gradualmente o valor de e , começando com $e = 0.05R$, $e = 0.06R$,... e chegando até $e = 0.09R$, e obtenha os gráficos de $\varphi(t)$ e de $\dot{\varphi}(t)$. A partir dos gráficos de $\varphi(t)$ e de $\dot{\varphi}(t)$ estime o período e a frequência das oscilações e compare os resultados correspondentes aos diferentes valores de e .

3) Sistema com acionamento

a) Adote $M = 1.0 \text{ kg}$, $m = 0.1M$, $R = 0.1m$, $L_0 = 1.05R$, $D = 1.1R$, $e = 0.05R$, $K = 10^5 \text{ N/m}$, $T_0 = 2.0 \text{ Nm}$, $\omega_{op} = 1800 \text{ rpm}$, $g = 9.815 \text{ m/s}^2$ e as condições iniciais $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = 0$; simule numericamente o movimento do sistema e obtenha os gráficos de $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$, $T(t)$ e $T(\dot{\varphi})$. Em seguida, faça simulações aumentando gradualmente o valor de $\varphi(0)$, isto é, $\varphi(0) = \frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{10}, \frac{3\pi}{10}, \dots, \frac{19\pi}{10}$, e verifique se os resultados são afetados.

b) Repita as simulações adotando valores crescentes para o torque de partida do motor: $T_0 = 3.0, 4.0, \dots, 10.0 \text{ Nm}$, e obtenha os gráficos de $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$, $T(t)$ e $T(\dot{\varphi})$ correspondentes. Para cada valor de T_0 , verifique se os resultados são afetados por alterações no valor de $\varphi(0)$.

4) Faça simulações modificando livremente as propriedades físicas do sistema e as diversas variáveis envolvidas.